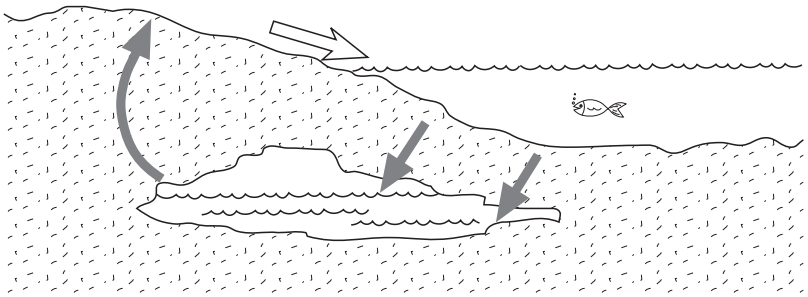
El Ciclo Hidrológico

Historia

La idea del Ciclo Hidrológico, que hoy nos parece tan intuitiva, durante siglos no fue comprendida por filósofos y "científicos", creyendo que el ciclo se realizaba al revés: el agua penetraba en la corteza desde el fondo de los océanos, se almacenaba en la profundidad, probablemente en grandes cavernas, y ascendía después por el calor de la Tierra hasta las partes altas de las montañas, surgiendo en las zonas de nacimiento de los ríos. No creían posible que el caudal de un gran río fuera producido exclusivamente por las lluvias y les maravillaba la existencia de manantiales en lugares topográficamente elevados y con caudales relativamente constantes. Tales, Platón, Aristóteles,... hasta Kepler (1571-1630) y Descartes ("Principios de la Filosofía", 1644) no se limitaban con esbozar la idea del Ciclo al revés, sino que dedicaban largos textos a pormenorizar las diversas etapas del proceso. Lo más complicado era explicar la pérdida de la sal marina, pero para ello invocaban procesos similares a la destilación.



También hubo excepciones, como el arquitecto romano Vitrubio o Leonardo da Vinci que hablaron del ciclo tal como es.

La Hidrología moderna nace con las experiencias de Perrault, Mariotte y Halley. Fueron los primeros hidrólogos empíricos que basaron sus ideas en medidas y no en la especulación.

En 1674 Pierre Perrault publica "De l'origine des fontaines". Había medido las precipitaciones de la cuenca alta del Sena y los aforos del río, concluyendo que el volumen de las precipitaciones era seis veces superior a las aportaciones del río. Mariotte, contemporáneo de Perrault, repitió estos experimentos en un punto distinto de la cuenca del Sena, estudiando además la infiltración profunda del agua, y comprobando que el caudal de ciertos manantiales variaba de acuerdo con la oscilación de las precipitaciones.

Faltaba por cuantificar la otra mitad del Ciclo: cómo era posible que del cielo cayera tanta agua. El astrónomo Halley (1656 - 1742) se interesó por el fenómeno de la evaporación porque se empañaban las lentes de sus telescopios. Realizó medidas y cálculos concluyendo que el volumen de agua evaporado un día de verano del Mediterráneo era superior al volumen de agua que recibe de todos los ríos que llegan él[1].

El comienzo de la Hidrología subterránea como ciencia es mucho más moderno. La primera ecuación que explica el flujo a través de un medio poroso (Ley de Darcy) data de 1857, y la ecuación fundamental que cuantifica el comportamiento de las aguas subterráneas ante los bombeos es de 1935 (Theis). La relación entre las formaciones geológicas y las aguas subterráneas no

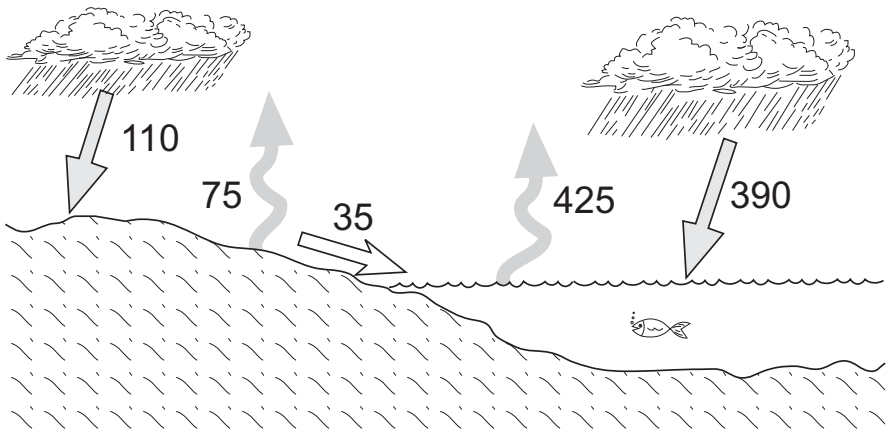
[1] Este es un balance verdaderamente impreciso, hay que considerar las entradas desde el Atlántico. Al menos dejó constancia de que el volumen de agua evaporada de los mares era suficiente para explicar las lluvias.

adquirió cierta madurez hasta principios del siglo XX (hay que destacar a Meizner[2], del Servicio Geológico norteamericano).

Concepto

Se denomina Ciclo Hidrológico al movimiento general del agua, ascendente por evaporación y descendente primero por las precipitaciones y después en forma de escorrentía superficial y subterránea.

Sobre esta definición tan simple podemos realizar algunas observaciones:



Cuantificación del ciclo hidrológico a escala mundial (volúmenes en km^3/año, cifras de Price, 2003)

1) No es tan simple como "El agua se evapora en el océano y precipita sobre los continentes". Vemos en la figura adjunta que en ambos medios se produce evaporación y precipitación, aunque es cierto que la evaporación predomina en el océano y la precipitación en los continentes

2) La escorrentía subterránea es mucho más lenta que la superficial. La lentitud (a veces inmovilidad) de la escorrentía subterránea confiere al ciclo algunas características fundamentales, como que los ríos continúen con caudal mucho tiempo después de las últimas precipitaciones.

3) Las aguas subterráneas no son mas que una de las fases o etapas del ciclo del agua, no tienen ningún misterioso origen magmático o profundo. A veces se olvida esta obviedad y se explotan las aguas de una región como si nada tuvieran que ver con las precipitaciones o la escorrentía superficial, con resultados indeseables.

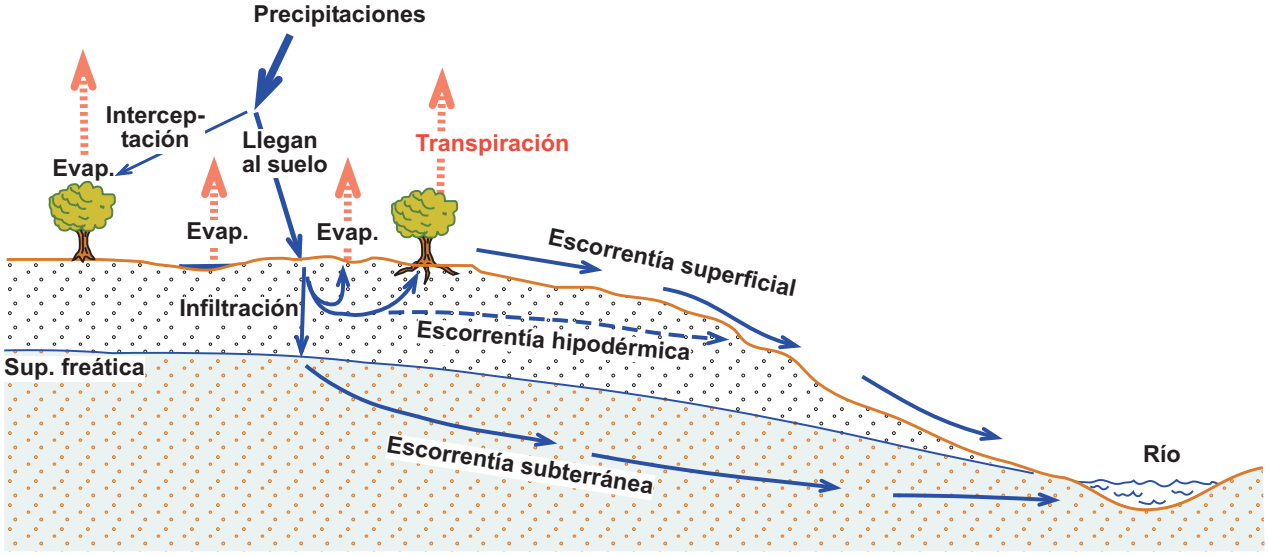
Una excepción: Existen efectivamente surgencias de aguas que proceden del interior de la Tierra y nunca han estado en la superficie ni formado parte del Ciclo Hidrológico. Pueden denominarse *aguas juveniles* y se trata de casos verdaderamente excepcionales. Las aguas termales, sulfuradas, etc. de los balnearios se demuestra mediante estudios isotópicos que son aguas meteóricas en la mayoría de los casos.

Las *aguas fósiles* o *congénitas* son aquellas que quedaron atrapadas en la formación de un sedimento.

Otras aguas subterráneas que parecen ajenas al ciclo son las que aparecen en regiones desérticas. Son aguas que se infiltraron hace decenas de miles de años cuando esas mismas zonas desérticas no eran tales. Tanto estas como las aguas fósiles pertenecen al Ciclo Hidrológico, pero han estado apartadas de él durante un periodo muy prolongado.

[2] Meinzer, O.E. (1923).- "The occurrence of ground water in the United States with a discussion of principles" *U. S. Geological Survey Water Supply Paper* **489,** 321 pp.

Como se trata de un ciclo podríamos considerar todas sus fases comenzando desde cualquier punto, pero lo más intuitivo puede ser comenzar en la Precipitación y considerar qué caminos puede seguir el agua que cae sobre los continentes en las precipitaciones:



a) **Evaporación.** Una parte se evapora desde la superficie del suelo ("charcos") o si ha quedado retenida sobre las hojas de los árboles. A este último fenómeno se le denomina "**interceptación**", y en lluvias de corta duración sobre zonas de bosque puede devolver a la atmósfera una gran parte del agua precipitada sin haber tocado el suelo.[3]

b) **Infiltración.** El agua infiltrada puede, a su vez, seguir estos caminos:

b1) **Evaporación**. Se evapora desde el suelo húmedo, sin relación con la posible vegetación.

b2) **Transpiración**. Las raíces de las plantas absorben el agua infiltrada en el suelo, una pequeña parte es retenida para su crecimiento y la mayor parte es transpirada.

La suma de b1) y b2) se estudia conjuntamente: es la **evapotranspiración**

b3) **Escorrentía subsuperficial** o **hipodérmica**, ("interflow"), que tras un corto recorrido lateral antes de llegar a la superficie freática acaba saliendo a la superficie

b4) Si no es evaporada ni atrapada por las raíces, la gravedad continuará llevándola hacia abajo, hasta la superficie freática; allí aún puede ser atrapada por las raíces de las plantas "freatofitas" (chopos, álamos,...), de raíces muy profundas, y que a diferencia de otras plantas, buscan el agua del medio saturado.

b5) Finalmente, el agua restante da lugar a la **escorrentía subterránea**.

c) **Escorrentía superficial**. El agua de las precipitaciones que no es evaporada ni infiltrada, escurre superficialmente. Aún le pueden suceder varias cosas:

[3] En zonas de bosque se ha medido que la interceptación habitualmente varía del 20 al 30%. En cuencas en las que ha aumentado la superficie de bosque, se aprecia claramente una disminución en la escorrentía (Martínez, J., 2006 en http://www.unizar.es/fnca/duero/docu/c11.pdf)

c1) Parte es evaporada: desde la superficie de ríos, lagos y embalses también se evapora una pequeña parte[4]

c2) Otra parte puede quedar retenida como nieve o hielo o en lagos o embalses. ("Escorrentía superficial diferida")

c3) Finalmente una parte importante es la escorrentía superficial rápida que sigue su camino hacia el mar.

En resumen, hemos visto que el agua precipitada puede:

- sufrir Evaporación y Evapotranspiración (a, b1, b2, b4, c1)
- escurrir superficialmente
- constituir escorrentía subterránea

Otros conceptos fundamentales son:

Escorrentía Directa, la que llega a los cauces superficiales en un periodo de tiempo corto tras la precipitación, y que normalmente engloba la escorrentía superficial (c3) y la subsuperficial (b3). Son imposibles de distinguir: una gran parte de lo que parece escorrentía superficial (por el aumento de los caudales que sigue a las precipitaciones) ha estado infiltrada subsuperficialmente

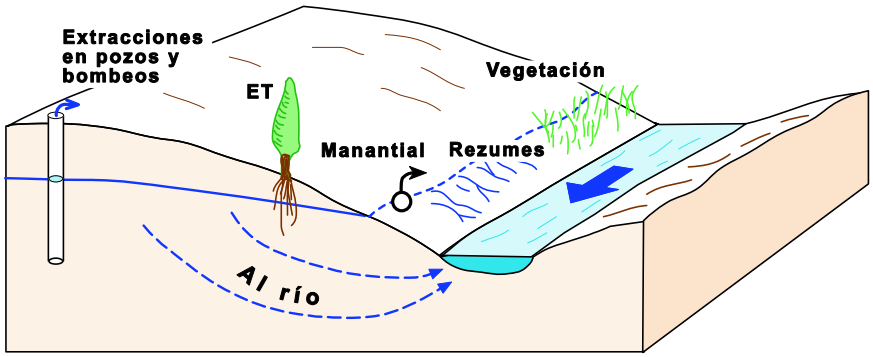
Escorrentía Básica, la que alimenta los cauces superficiales en los estiajes, durante los periodos sin precipitaciones, concepto que engloba la Escorrentía Subterránea (b5) y la superficial diferida (c2)

Salidas del agua subterránea.

Ya hemos visto cómo continúan su camino el agua evaporada y la escurrida superficialmente. Para continuar con la visión del ciclo, nos queda sólo reseñar cómo lo hace el agua subterránea, la escorrentía subterránea.

El agua que ha llegado a la zona saturada circulará por el acuífero siguiendo los gradientes hidráulicos regionales. Hasta que sale al exterior o es extraída su recorrido puede ser de unos metros o de bastantes kilómetros, durante un periodo de unos meses o de miles de años. Esta salida al exterior puede ser por los siguientes caminos:

- Ser extraída artificialmente, mediante **pozos o sondeos**. En zonas de topografía plana y superficie freática profunda, la extracción por captaciones constituye casi la única salida del agua subterránea.
- Salir al exterior como **manantial**. Los contextos hidrogeológicos que dan lugar a un manantial son variados, en figura adjunta se esquematiza sólo uno de ellos.
- **Evapotranspiración**, por plantas *freatofitas*[5] o si la superficie freática está próxima a la superficie. En laderas que cortan la superficie freática se

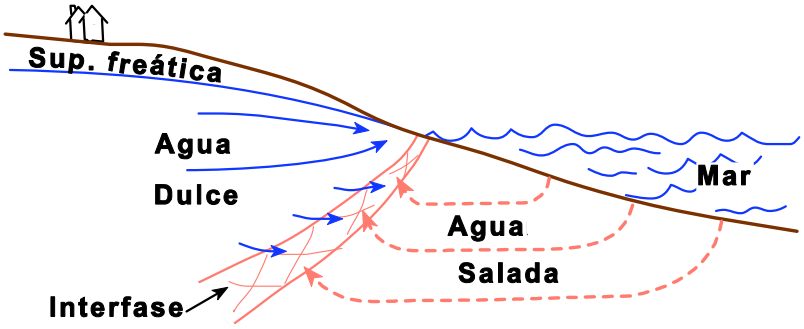


[4] Proporcionalmente pequeña, si consideramos el total de una gran cuenca, pero puede ser muy importante en lugares áridos que se abastecen con un embalse

[5] La mayoría de las plantas deben absorber agua por sus raíces del suelo húmedo pero no saturado. Las denominadas *freatofitas* lo hacen de la zona saturada; suelen ser plantas de largas raíces que se encuentran en las proximidades de los ríos, como los álamos.

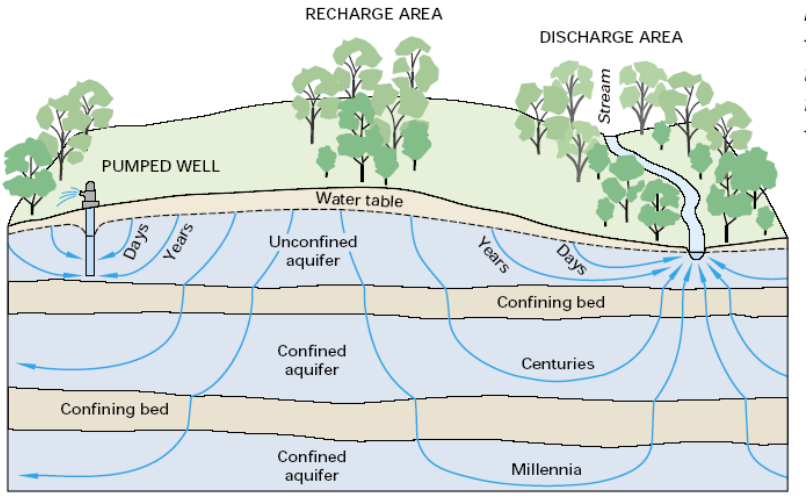
genera una abundante vegetación.

- **Alimentar un cauce** subrepticiamente. Es normal que un río aumente paulatinamente su caudal aguas abajo aunque no reciba afluentes superficiales.



- **Afluencia al mar** en zonas costeras. Se genera una zona de mezcla (*interfase*) en la que se alcanza un equilibrio entre el agua continental y el agua procedente del océano, mezclándose y ascendiendo hacia la costa para perderse en el mar. Para que se alcance este equilibrio es necesario que la superficie freática esté más elevada que el mar, ya que el agua continental tiene una densidad menor que el agua del mar y necesita una altura mayor para conseguir la misma presión. Esta pérdida de agua dulce hacia el mar es necesaria para evitar la intrusión de agua salada en el continente.

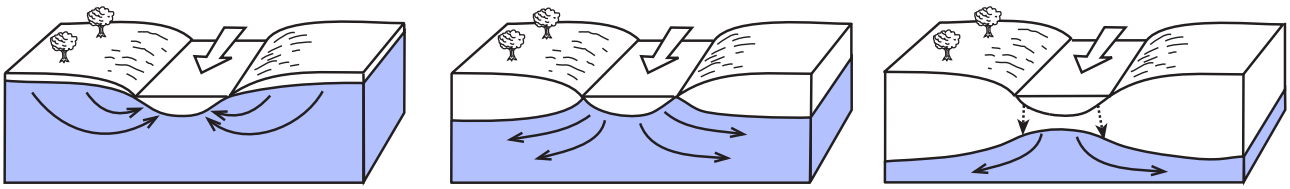
De todas ellas, y exceptuando las áreas costeras, la más importante es la salida hacia los cauces. En la figura) se muestra una simplificación del flujo subterráneo en una región con alternancia entre capas permeables y otras poco permeables (en la figura: "confining bed"). Existen flujos *locales*, de días o años de recorrido, y flujos *regionales* con recorridos de duración de siglos a milenios.



Tomado de http://water.usgs.gov/pubs/circ/circ1139/

Relaciones entre aguas superficiales y subterráneas

Esta afluencia de agua subterránea a los ríos no se produce siempre, en ocasiones el flujo es del río al acuífero. Se denominan ríos **efluentes** e **influentes** respectivamente (o ganadores y perdedores.



Río efluente o ganador

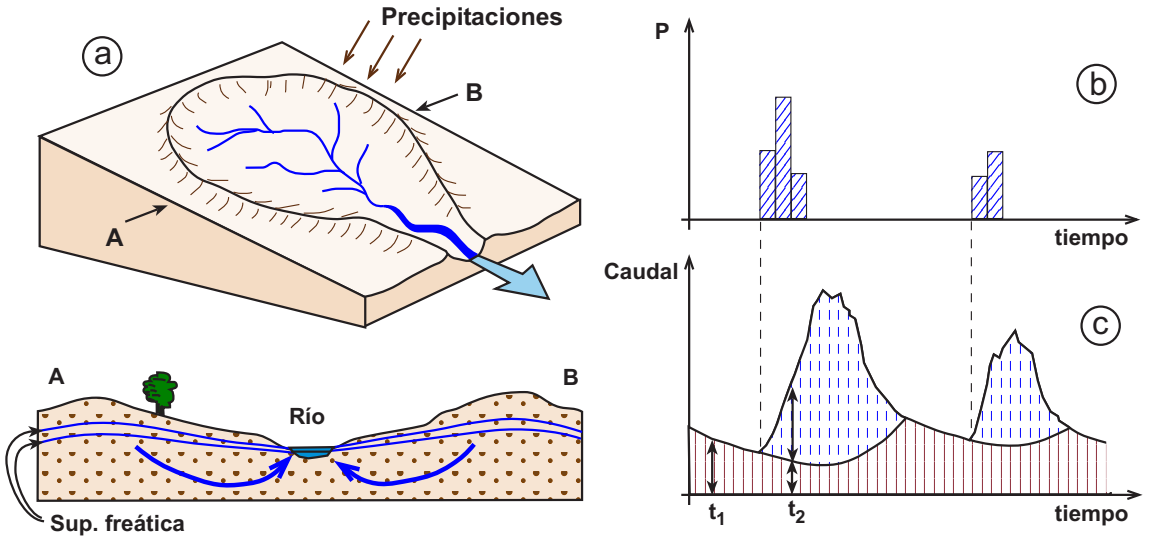
Ríos perdedores o influentes

Dibujado a partir de http://water.usgs.gov/pubs/circ/circ1186

Cuando hace tiempo que no se producen precipitaciones sobre su cuenca, un río puede continuar llevando agua por las siguientes causas:

- Nieve o hielo que se están fundiendo
- Almacenamiento superficial: lagos, embalses
- Almacenamiento subterráneo: Acuíferos

Para simplificar, pensemos en una cuenca sin las dos primeras causas, y que está representada en la figura (a). El río se comporta como efluente (ganador), recoge el drenaje del almacenamiento subterráneo (*escorrentía subterránea*). Se muestra el gráfico de precipitaciones o *hietograma* (b) y debajo la evolución del caudal, *hidrograma* (c). Observamos que antes de producirse las precipitaciones, el caudal se iba agotando paulatinamente hasta que, al comenzar las precipitaciones, el caudal comienza a aumentar. En el instante $\mathbf{t_1}$ todo el caudal es debido a escorrentía subterránea. En el instante $\mathbf{t_2}$, parte del caudal será debido a la escorrentía superficial y otra parte será debida a la escorrentía subterránea[6].



En la figura (c) observamos que, transcurrido el aguacero, la aportación subterránea ha aumentado, ya que parte de la precipitación se infiltró e hizo subir la superficie freática, lo que a su vez ha provocado una mayor escorrentía subterránea hacia el cauce. Por tanto, que el conjunto de acuíferos de una cuenca se comportan realmente como un "embalse subterráneo", ya que almacenan el agua cuando hay exceso y la liberan lentamente cuando no hay precipitaciones.

Balance Hídrico en una Cuenca

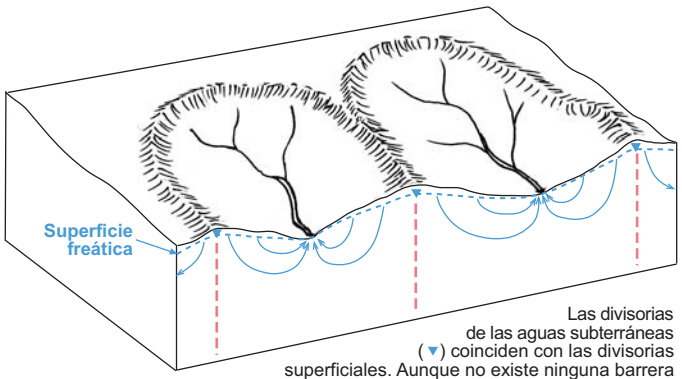
Cuenca Hidrográfica es la definida por la topografía, fácilmente delimitable sobre un mapa topográfico. **Cuenca hidrogeológica**[7] es un concepto que engloba también a las aguas subterráneas. Una cuenca hidrográfica constituirá también una cuenca hidrogeológica cuando no existan trasvases apreciables de aguas subterráneas de una cuenca a otra, es decir, que podamos considerar que las divisorias topográficas que dividen a la escorrentía superficial constituyen también divisorias de la escorrentía subterránea entre cuencas adyacentes.

No es necesaria la presencia de fallas o estratos inclinados que provoquen el paso del agua subterránea de una cuenca a la adyacente. En la figura (pág. siguiente) observamos que eso puede producirse con un subsuelo homogéneo.

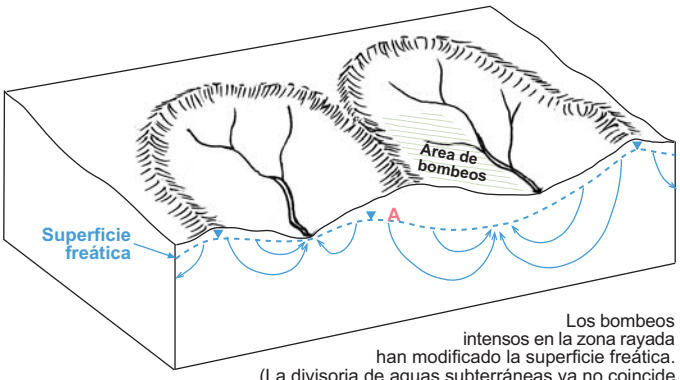
[6] Más adelante veremos que las dos partes del hidrograma deben referirse como *escorrentía directa* y *escorrentía básica*.

[7] También podemos decir "cuenca hidrológica" si queda claro en el contexto que nos estamos refiriendo a todas las aguas (superficiales y subterráneas).
"Cuenca hidrográfica" o "cuenca topográfica" se refiere a la escorrentía superficial.

En cuencas pequeñas habrá que considerar con cuidado si la cuenca superficial lo es también de las aguas subterráneas. Para cuencas grandes (de más de 1000 o 2000 km^2) esto no se tiene en cuenta, y se considera la cuenca hidrográfica también como cuenca de la escorrentía subterránea.



Las divisorias de las aguas subterráneas (▼) coinciden con las divisorias superficiales. Aunque no existe ninguna barrera física en las líneas de trazos, la escorrentía subterránea **no** las atraviesa



Los bombeos intensos en la zona rayada han modificado la superficie freática. (La divisoria de aguas subterráneas ya no coincide con la divisoria de augas superficiales). El agua infiltrada en **A** (cuenca izquierda) deberá ser computada en el balance hídrico de la cuenca derecha

El periodo mínimo para establecer el **balance hídrico** es el **año hidrológico** (1 Sept-31 Ago [8]); el balance en un caso general sería:

$$Entradas = Salidas \pm \Delta almacenamiento$$

siendo: $Entradas = Precipitación + Agua\ de\ otras\ cuencas$

$Salidas = ET + Escorrentía\ Superficial + Escorrentía\ Subterránea + Agua\ a\ otras\ cuencas$

Si podemos considerar una **cuenca cerrada (**figura anterior, izquierda), el balance resulta:

$$Precipitaciones = ET + Escorrentía\ Superficial + Escorr.\ Subterránea \pm \Delta almacenamiento$$

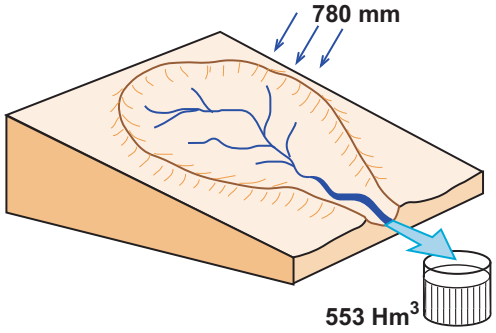
El término **Δ almacenamiento** se refiere a que el volumen almacenado (acuíferos, nieve, embalses) en el momento inicial del periodo considerado puede ser diferente al volumen almacenado en el momento final. Esto siempre será así si el periodo considerado es un año hidrológico. Pero si consideramos **un periodo de muchos años** (en general se requieren más de 20 años) la ecuación del balance se simplifica así:

$$Precip = ET + Escorrentía\ Sup. + Escorrentía\ Subt.$$

$$Precip = ET + Escorrentía\ Total$$

Es decir, que para un **periodo de varios años**, *el volumen total de precipitaciones no evapotranspiradas ha de ser igual a la aportación* (volumen aportado) *del río* en la desembocadura durante ese mismo periodo. Nótese que para un periodo largo estamos englobando la escorrentía superficial y la subterránea, ya que ésta es la que alimentó al cauce en los periodos de estiaje y por tanto también es medida en la desembocadura del río.

Ejemplo.- En una cuenca de 2400 km^2 se han registrado los siguientes valores para un periodo de 30 años: Precipitación media anual = 780 mm, Aportación media anual = 553 Hm^3. Establecer el balance hídrico, evaluar la evapotranspiración.



Solución:
El valor de la aportación incluye la escorrentía superficial y la escorrentía subterránea (ver la figura 8c:, el caudal del río se compone de ambas).
Si repartiéramos uniformemente el volumen recogido de 553 Hm^3 sobre la superficie de 3400 km^2, se generaría una lámina de agua cuya altura sería:

[8] A veces se considera del 1 Octubre al 30 de Septiembre, aunque es más lógico desde Septiembre, puesto que en este mes comienzan las precipitaciones. Lógicamente esto varía en otras zonas del mundo.

$$Altura\ lámina\ (mm) = \frac{volumen}{base} = \frac{553 \cdot 10^6\ m^3}{2400 \cdot 10^6\ m^2} = 0{,}23\ m = 230\ mm$$

Por tanto, de la precipitación de 780 mm se habrían evapotranspirado: 780-230=550 mm

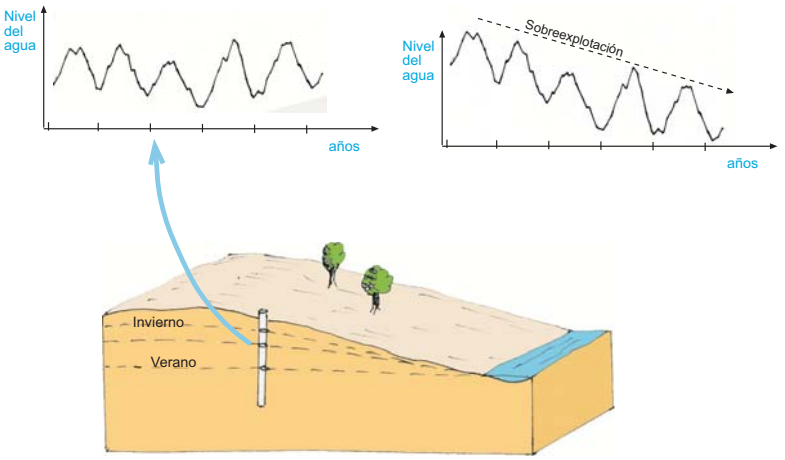
Este cálculo es correcto solamente porque los datos se refieren a la media de muchos años y porque la superficie de la cuenca nos permite suponer que las transferencias con otras cuencas son despreciables (se considera así por encima de 1000 km^2).

Para conocer el funcionamiento de una cuenca como unidad hidrogeológica es necesario cuantificar su balance hídrico. Como término medio, para todas las cuencas españolas, el resumen del balance hídrico presenta aproximadamente estos valores[9]:

Precip =	ET	+ Escorrentía Sup.	+ Escorrentía Subt.
686 mm. =	466 mm.	+ 163 mm.	+ 57 mm.
100 % =	68%	+ 24%	+ 8%

También puede estudiarse el **balance hídrico de un acuífero** concreto o de un *"sistema acuífero"* (=conjunto de acuíferos que se consideran conjuntamente). La ecuación general (Entradas = Salidas $\pm$ Δ almacenamiento) es la misma que para la cuenca como unidad, pero en un acuífero hay que considerar entradas y salidas desde y hacia otros acuíferos, infiltración o recarga artificial, bombeo, salida hacia los cauces o el mar, etc.

Recursos, reservas y sobreexplotación



Si explotamos el agua que se puede renovar (considerando un periodo de unos años) se dice que explotamos los **recursos**. Si utilizamos más agua de la que puede renovarse, se dice que estamos explotando las **reservas**, y estamos produciendo **sobreexplotación**. Los niveles del agua en los pozos cada año se encuentran más bajos.

Mantener inalterado el balance hídrico de una región mantiene los ecosistemas en su estado natural, pero no corresponde a la máxima explotación de los recursos hídricos sin llegar a sobreexplotación.

La evaluación de los recursos hídricos de una zona en base al balance hídrico "natural" (previo a la explotación) ha sido denominado el *mito del balance hídrico (Water Budget Myth*, Alley et al., 1999, pág. 15).

Una cierta sobreexplotación inicial puede provocar un equilibrio distinto, pero que da lugar a un mejor aprovechamiento de los recursos hídricos, disminuyendo la ET, incrementando la infiltración, y provocando la alimentación de los acuíferos a partir de los cauces superficiales.

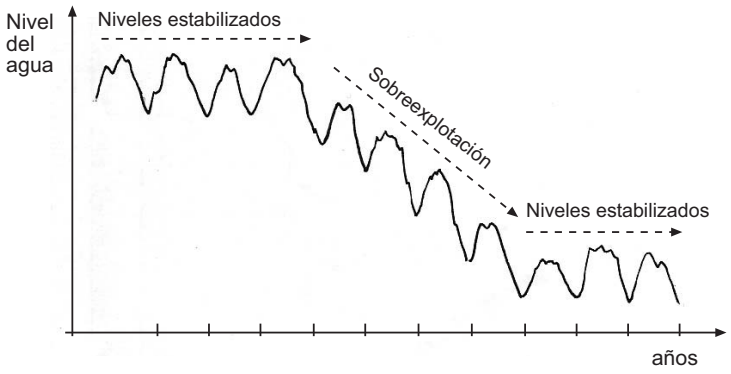
Si se logra estabilizar el nuevo nivel de explotación, la evolución de los niveles en un piezómetro sería como se indica en la figura de la página siguiente.

Se habría conseguido una explotación sostenible, aunque el precio que se ha debido pagar por ello ha sido la desaparición de vegetación y zonas húmedas y la disminución del caudal del río. Si ese

[9] Estrela, T. et al. (1999).- La evaluación de los recursos hídricos en el Libro blanco del agua en España. *Ingeniería del agua*, **6.2**: 125-138

precio es aceptable o no para los beneficios obtenidos, es una decisión en la que intervienen factores no científicos.

Si se bombeara un volumen aún mayor, lo único que se conseguiría es que la superficie freática estuviera cada año más abajo y que el bombeo fuera más costoso, y, al final, inviable.



Bibliografía: Textos fundamentales

Hidrología Superficial

Aparicio, F.J. (1997).- *Fundamentos de Hidrología de Superficie*. Limusa, 303 pp.

Chow, V.T.; D.R. Maidment & L.W. Mays (1993).- *Hidrología Aplicada.* McGraw-Hill, 580 pp.

Hornberger, G. (1998).- *Elements of Physical Hydrology*. Johns Hopkins Universtiy Press

Singh, V.P (1992).- *Elementary Hydrology*. Prentice Hall, 973 pp.

Viessman, W. & G. L. Lewis (2003).- *Introduction to Hydrology*. Pearson Education, 5ª ed., 612 pp.

Wanielista, M. (1997).- *Hydrology and Water Quality Control* 2ª edición. Ed. Wiley

Ward, A.D. & S.W. Trimble (2004).- Environmental Hydrology. CRC Lewis, 2ª ed., 475 pp.

Hidrología Subterránea

Custodio, E. y M. R. Llamas (Eds.) (1983) .- *Hidrología Subterránea*. (2 tomos). Omega, 2350 pp.

Domenico, P. A. & Schwartz, F. W. (1998).- *Physical and chemical hydrogeology*. Wiley, 502 pp.

Fetter, C. W. (2001).- *Applied Hydrogeology*. Prentice-Hall, 4ª ed., 598 pp.

Freeze, R. A. y J. A. Cherry (1979).- *Groundwater*. Prentice-Hall, 604 pp.

Hiscock, H. (2005).- *Hydrogeology. Principles and practice.* Blackwell, 389 pp.

Price, M.(2003).- *Agua Subterránea*. Limusa, 341 pp.

Schwartz, F. W. & H. Zhang (2003).- *Fundamentals of Groundwater*. Wiley, 592 pp.

Watson, I. & Burnett (1995).- *Hydrology. An environmental approach*. CRC Lewis, 702 pp.

En Internet

Alley, W. M. et al.(1995).- *Sustainability of Ground-Water Resources* (86 pp. 19 Mb)
http://water.usgs.gov/pubs/circ/circ1186/

Ralph C. Heath, R.C. (1983) *Basic Ground-water Hydrology*, (88 p., 10 Mb)
http://water.usgs.gov/pubs/wsp/wsp2220/

Winter, T.C. et al..- *Ground Water and Surface Water A Single Resource* (87 pp. 12 Mb)
http://water.usgs.gov/pubs/circ/circ1139/

Precipitaciones

Concepto. Tipos

Precipitación es cualquier agua meteórica recogida sobre la superficie terrestre. Esto incluye básicamente: lluvia, nieve y granizo. (También rocío y escarcha que en algunas regiones constituyen una parte pequeña pero apreciable de la precipitación total)

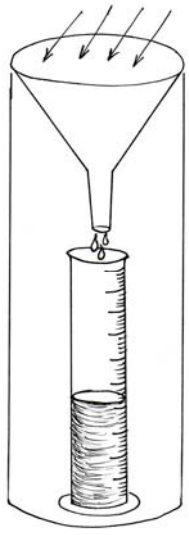
En relación a su origen, pueden distinguirse los siguientes tipos:

- Las *ciclónicas* son las provocadas por los frentes asociados a una borrasca o ciclón. La mayor parte del volumen de precipitación recogido en una cuenca se debe a este tipo de precipitaciones .
- Las de *convección* se producen por el ascenso de bolsas de aire caliente; son las tormentas de verano.
- Las precipitaciones *orográficas* se presentan cuando masas de aire húmedo son obligadas a ascender al encontrar una barrera montañosa.

El estudio de las precipitaciones es básico dentro de cualquier estudio hidrológico regional, para cuantificar los recursos hídricos, puesto que constituyen la principal (en general la única) entrada de agua a una cuenca. También es fundamental en la previsión de avenidas, diseño de obras públicas, estudios de erosión, etc.

Intensidad de precipitación es igual a precipitación/tiempo.

Medida. Unidades



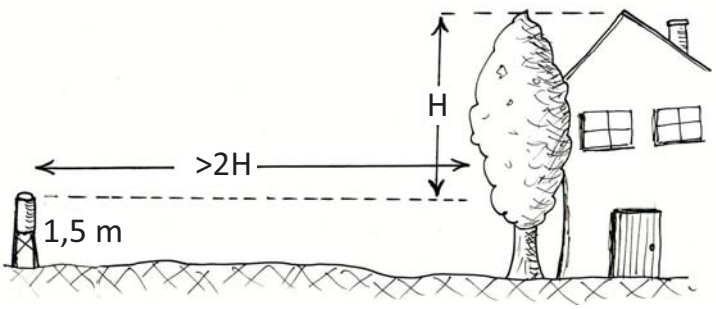
Podemos cuantificar las precipitaciones caídas en un punto mediante cualquier recipiente de paredes rectas, midiendo después la lámina de agua recogida. La *unidad de medida es el milímetro*[1]. Es obvio que el tamaño del recipiente de medida no influye en el espesor de la lámina de agua recogida.

La *intensidad de precipitación*, aunque conceptualmente se refiere a un instante, suele expresarse en *mm/hora.*

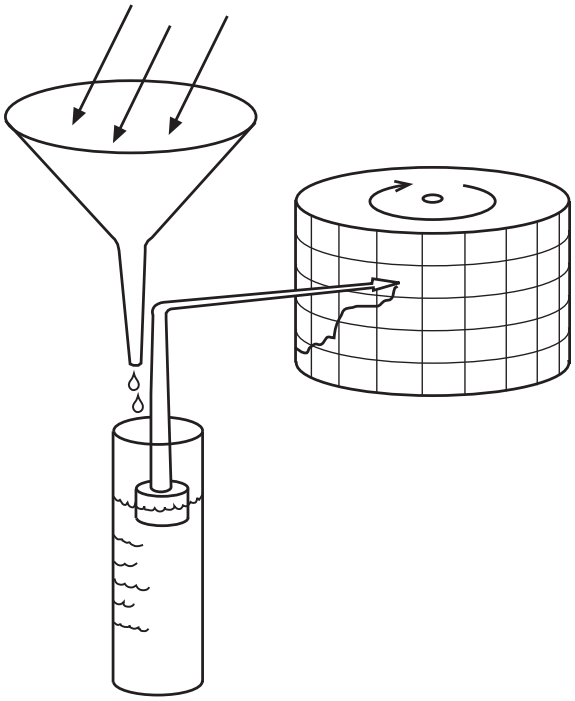
Pluviómetros: Para poder leer con más precisión el agua recogida (± 0,1 mm) un pluviómetro recoge el agua en una bureta de sección menor a la de la boca del pluviómetro. La lectura del agua recogida se efectúa una vez al día.

Aunque con criterios geométricos el tamaño de la boca del pluviómetro no influye en los milímetros recogidos, sí pueden apreciarse pequeñísimas variaciones dependiendo del tamaño del recipiente, y también de la altura desde el suelo, por lo que cada país fija estos parámetros: En España, la boca del pluviómetro es de 200 cm^2 y debe estar a 1,5 metros de altura sobre el suelo.

El máximo error puede proceder de una ubicación defectuosa del pluviómetro. La norma fundamental es que debe estar alejado de árboles o construcciones elevadas, en general a más del doble de la altura del obstáculo.



[1] La unidad de *litros / m^2* tan utilizada en los medios de comunicación es equivalente al *mm*.: Un litro repartido por una superficie de 1 m^2 origina una lámina de agua de 1 mm.



Esquema de un pluviógrafo de flotador

Pluviógrafos: En general, una medida al día de la precipitación puede ser suficiente, pero en muchas ocasiones necesitamos un registro continuo del fenómeno; por ejemplo, si en un día han caído 100 mm., la avenida que se originará será muy diferente si se han registrado a lo largo de todo el día o si han caído en una hora.

Un pluviógrafo registra la evolución de la precipitación con el tiempo, bien con tinta y papel, bien digitalmente. En algunos modelos, el pluviógrafo está dotado de un flotador que hace subir a una plumilla que registra gráficamente el llenado del recipiente a lo largo del tiempo.

Otros modelos (llamados de "cangilones") funcionan con dos pequeños recipientes dispuestos en forma de columpio o balancín, y que recogen alternativamente agua en uno y otro lado (Cuando un lado se llena, el peso vuelca el balancín y el agua comienza a caer en el otro lado). El agua recogida en cada vuelco equivale normalmente a 0,2 mm de precipitación.

Con cualquiera de los sistemas, los aparatos más modernos registran los datos electrónicamente, no se dibujan sino que son guardados en una memoria digital, o los comunican instantáneamente a una oficina central (por ejemplo, para previsión de avenidas).

El gráfico obtenido directamente con la plumilla o representando los datos digitales, se denomina **pluviograma**, y refleja la precipitación acumulada en función del tiempo.

La pendiente del gráfico obtenido en el pluviógrafo nos permite calcular la intensidad de precipitación en cada momento.



Pluviógrafo de cangilones digital

Nivómetros: Los más básicos están constituidos por una superficie, similar a una mesa, con una escala en centímetros para medir el espesor caído. Aproximadamente, 1 cm. de nieve equivale a, u origina, 1 mm. de agua, aunque puede variar de 0,5 a 2 mm, dependiendo de la densidad de la nieve. En zonas de alta montaña, a veces se instalan estacas con marcas de colores visibles a gran distancia.

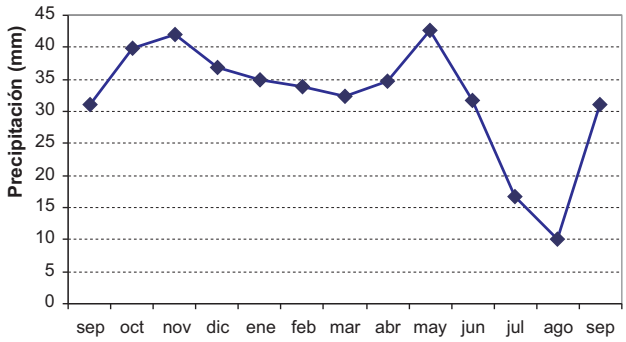
Redes pluviométricas. Generalmente se utilizan datos pluviométricos recogidos por el organismo estatal o regional correspondiente. Cada país dispone de una red de pluviómetros y son estos datos los que se utilizan para cualquier estudio; raramente se instalan algunos para una investigación concreta. Una red de pluviómetros debe estar adecuadamente diseñada, dependiendo del relieve, de la densidad de población, del interés para obras hidráulicas, previsión de avenidas, etc. Como primera aproximación, en zonas llanas puede bastar con un pluviómetro cada 250 km^2, pero en zonas de montaña la densidad debe ser mayor.

Elaboración de los datos pluviométricos de un punto

Depende de los objetivos del trabajo. Para el estudio de los recursos hídricos de una región, trabajaremos con datos de precipitaciones mensuales y anuales. En cambio, si nos interesan las

precipitaciones como generadoras de caudales excepcionales (avenidas), comenzaremos por precipitaciones máximas diarias (el día más lluvioso de cada año), para aumentar el detalle hasta las horas o minutos más lluviosos.

En cualquier caso, a partir de las medidas realizadas en una estación pluviométrica, se computan básicamente: **P diaria**, **P mensual** y **P anual** ("Módulo pluviométrico"), obtenidas simplemente sumando las precipitaciones diarias del mes y del año. El año hidrológico va del 1 de Octubre al 30 de Septiembre[2].



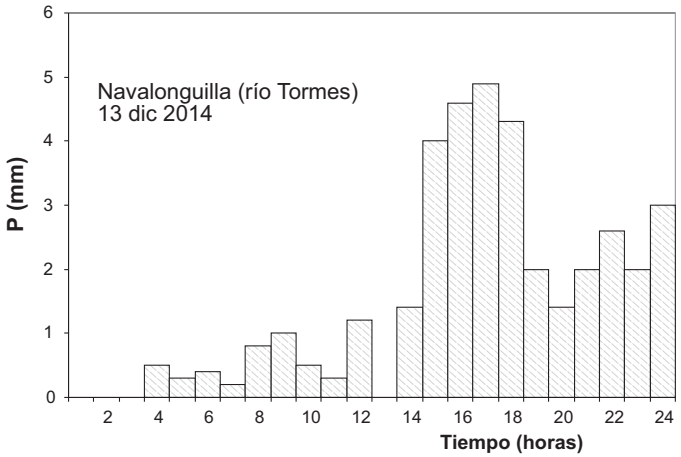
Precipitaciones mensuales medias en Matacán (Salamanca) (1945-94)

El paso siguiente es calcular los valores medios para una serie de años: **P mensual media** y **P anual media**. Para esto necesitamos disponer de *series climáticas* largas, en general más de 20 años. Así podemos decir que la P anual media en un punto de 1972-73 a 2003-04 (32 años hidrológicos) es de 485 mm. Si decimos que la P media de Octubre para el mismo periodo es de 63 mm., nos estamos refiriendo a la media aritmética de las precipitaciones de los 32 Octubres de ese periodo.

Hietogramas

Un *hietograma* (del griego *hietos*, lluvia) es un gráfico que expresa la precipitación recogida en intervalos regulares de tiempo. A veces se utiliza la denominación *yetograma*.

Generalmente se representa como un histograma (gráfico de barras, figura adjunta), aunque a veces también se expresa como un gráfico de línea (como la figura de más arriba, que sería un hietograma anual).



A veces un hietograma se refiere a un día o a una tormenta concreta (en el eje de abcisas, las horas que duró la tormenta); en otras ocasiones el periodo de tiempo representado en el eje horizontal puede ser más amplio: meses o años.

Para su elaboración, si se trata de un hietograma mensual o anual, bastará con disponer de datos diarios. Si se trata de un hietograma de un día o de unas horas de duración, necesitamos una banda de pluviógrafo, leyendo la precipitación caída en los intervalos elegidos, por ejemplo, de 15 en 15 minutos.

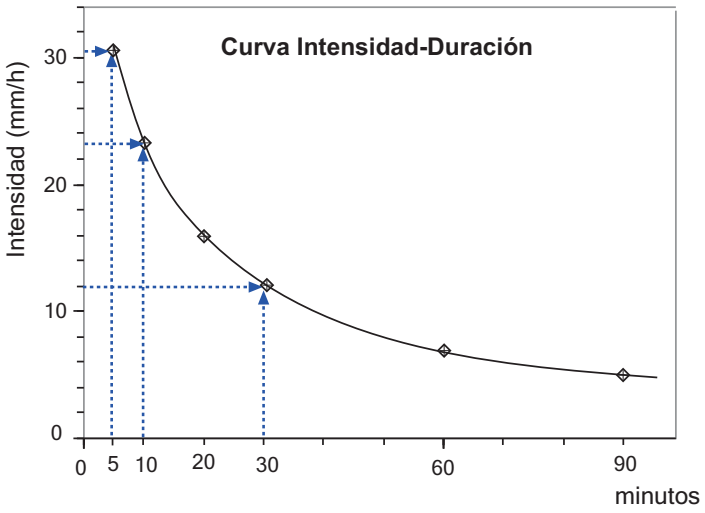
Si no se dispone de datos de pluviógrafo, sino solamente de la precipitación diaria, aún se puede calcular la forma previsible del hietograma (ver al final del apartado siguiente)

[2] A veces se considera del 1 de Septiembre al 31 de Agosto, lo que sería más lógico; en España muchos años en el mes de Septiembre ya comienzan las lluvias.

En otras partes del mundo esto es variable dependiendo del régimen climático.

Curva Intensidad-Duración

Es una curva que expresa la máxima intensidad de precipitación registrada en diversos intervalos de tiempo. Por ejemplo, en la figura adjunta podemos leer (líneas de puntos) que en los 5 minutos más lluviosos la intensidad era de 30 mm/hora, en los 10 minutos más lluviosos la intensidad es de 23 mm/hora y a los 30 minutos más lluviosos corresponden 12 mm/hora.



Es muy importante en diversas aplicaciones de los datos pluviométricos. Concretamente, lo utilizaremos para calcular los caudales generados en los cauces superficiales a partir de las precipitaciones, por ejemplo para el diseño de obras públicas relacionadas con la escorrentía superficial.

Si se trata de un aguacero real, para realizar la curva, se buscan en los datos pluviográficos los 5 minutos de máxima precipitación, los 10 minutos, etc... y se calcula la intensidad (en mm/hora) para cada uno de esos intervalos. Por ejemplo, si en los 10 minutos más lluviosos se recogieron 3,8 mm, la intensidad en mm/hora para ese intervalo sería igual a:

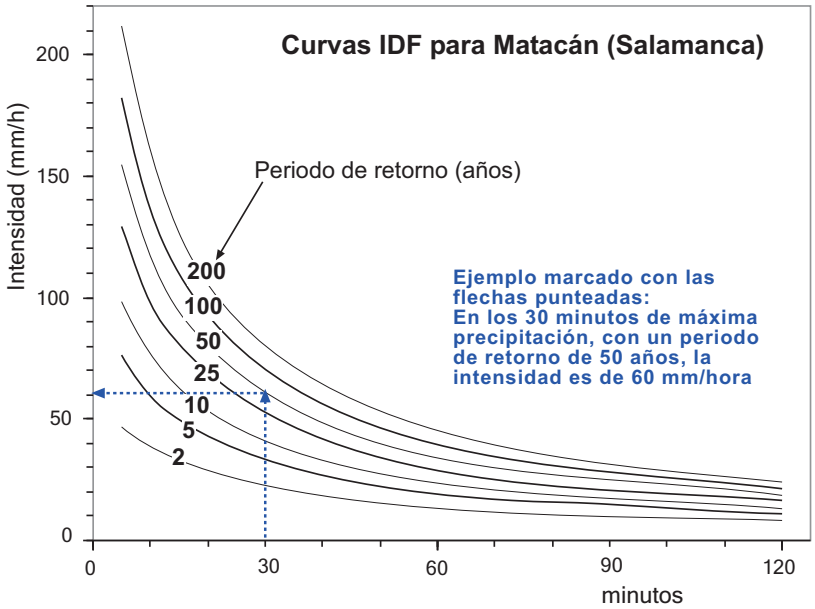
$$Intensidad = 3{,}8\ mm. \cdot \frac{60}{10} = 22{,}8\ mm/hora$$

Con frecuencia disponemos solamente del dato de la precipitación diaria. En este caso existen diversas fórmulas para calcular la intensidad para un intervalo de tiempo menor dentro de ese día, o, lo que es lo mismo, ecuaciones que nos permiten dibujar la curva *Intensidad-Duración* (Ver Apéndice 1).

Más usual es que la curva *Intensidad-Duración* no se refiera a un aguacero producido sino a la precipitación teórica que se produciría en ese lugar con un determinado periodo de retorno, por ejemplo: 200 años. En este caso, la curva representa los 10 minutos (20, 30, etc) más lluviosos que esperamos que se produzcan en este punto cada 200 años.

Curvas Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF)

Es usual representar conjuntamente varias curvas **Intensidad-Duración** para **diversos periodos de retorno**, dando lugar a una familia de curvas denominadas **Intensidad-Duración-Frecuencia**[3] **("Curvas IDF")** [4]. En este tipo de gráficos aparecen varias

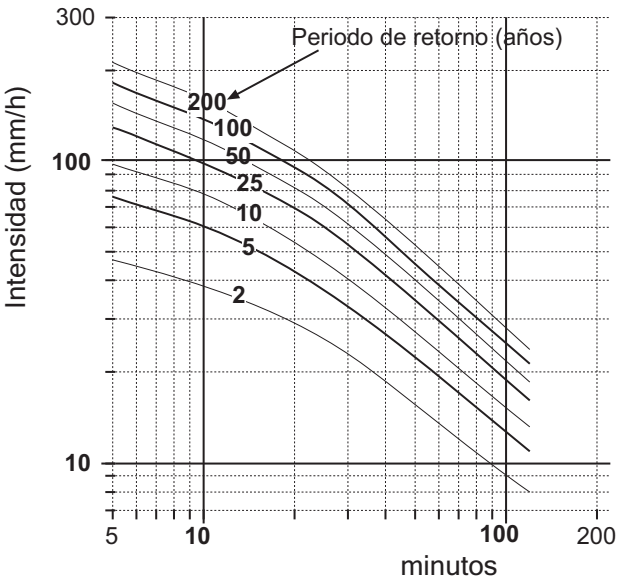


[3] La frecuencia es el inverso del periodo de retorno: Si algo sucede cada 50 años, su frecuencia es de 0,02 (=1/50). Esto se trata en el tema *Distribuciones Estadísticas* (Sección ***Complementos***)

[4] En *Environmental Hdrology* (Ward y Trimble, 2004, pp. 45-47) se denominan curvas IDF al gráfico de probabilidades, en el que se representa en un eje precipitaciones anuales ordenadas de mayor a menor, en el otro la frecuencia o porcentaje de casos que superan cada valor. Es un error, eso no son las curvas IDF.

curvas intensidad-duración correspondientes a diversos periodos de retorno, por ejemplo: 10, 25, ... años.

Para una mejor lectura, puede preferirse representar las curvas IDF en escalas logarítmicas. En la figura inferior aparecen las mismas curvas IDF del gráfico superior, pero ambos ejes en escala logarítmica.



La elaboración de una curva IDF es una tarea laboriosa y requiere unos datos de partida de los que normalmente no disponemos (En el Apéndice 2 se esboza la metodología a seguir). Como indicábamos en el apartado anterior, si disponemos de ecuaciones que reflejen las curvas *Intensidad-duración* (Apéndice 1) la elaboración es simple, aunque se trata solamente de una estimación, y además estas curvas son válidas para la región o país en que se han desarrollado las ecuaciones.

Estudio estadístico. Precipitaciones máximas

Cuando disponemos de series pluviométricas largas (en general, de más de 20 años) podemos calcular qué probabilidad existe de que las precipitaciones del año próximo superen un determinado valor, o, al revés, que precipitación máxima puede esperarse cada 10 ó cada 100 años ("periodo de retorno"). Esto se realiza mediante cálculos estadísticos y trataremos estos aspectos en el tema "Cálculos estadísticos en Hidrología".

Aparte de esta aproximación estadística, se habla también de la *Precipitación Máxima Probable* (PMP): la mayor precipitación meteorológicamente posible en una zona o cuenca determinadas, para una duración dada y en cierta época del año. Existen varios métodos, todos ellos complejos[5].

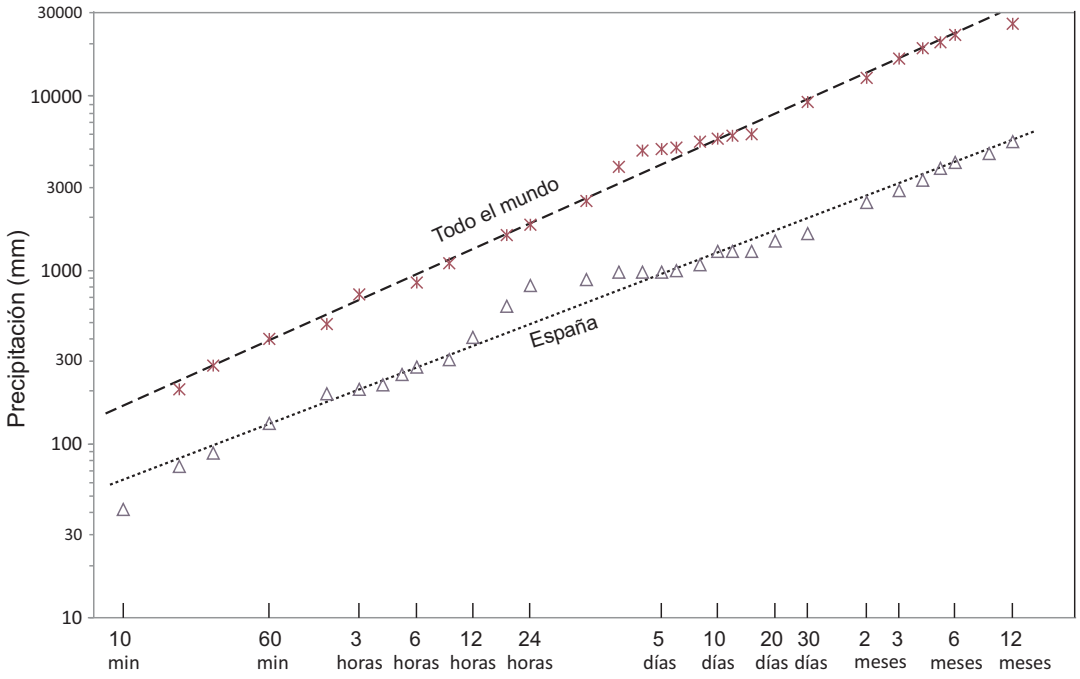
Ordenes de magnitud

En España, la *precipitación anual media* oscila en la mayoría de las regiones entre 400 y 1000 mm., aunque en el SE las medias anuales son inferiores a 300 mm. y en algunos puntos de Galicia y en zonas de montaña presentan valores muy superiores a 1000 mm.

En el mundo encontramos precipitaciones desde 20-30 mm/año (por ejemplo, El Cairo), hasta valores superiores a 5000 mm./año. En la figura adjunta se presentan las precipitaciones máximas registradas para diversas duraciones[6].

[5] World Meteorological Organization (2009).- *Manual on Estimation of Probable Maximum Precipitation (PMP).* 257 pp.[http://www.wmo.int/pages/prog/hwrp/publications/PMP/WMO%201045%20en.pdf]

[6] Datos de un *blog* de AEMET, 2017 (https://aemetblog.es/2017/07/20/cual-es-el-record-de-lluvias-en-espana/)



Valores máximos de precipitación para diversos intervalos

En cuanto a las *intensidades*, una lluvia ligera oscila entre 0,25 a 1 mm/hora, y una lluvia intensa o torrencial sobrepasa los 20 mm./hora. Las precipitaciones que originan avenidas catastróficas son excepcionalmente intensas, a veces más de 200 mm en una hora.

Elaboración de los datos de una zona. Cálculo de la P media

Normalmente la unidad de trabajo será una cuenca hidrográfica, y los objetivos serán básicamente el cálculo de la *precipitación media* caída sobre la cuenca (o su equivalente: el *volumen total de agua recogido* en la cuenca) y, eventualmente, la *distribución espacial del fenómeno*, su variación en relación con alguna variable física de la cuenca.

Vamos a centrarnos en el cálculo de la P media caída sobre una cuenca en un periodo determinado (un día, un año,...). Una vez conocido este valor, se obtiene fácilmente el volumen de agua caído multiplicando por la superficie total de la cuenca.

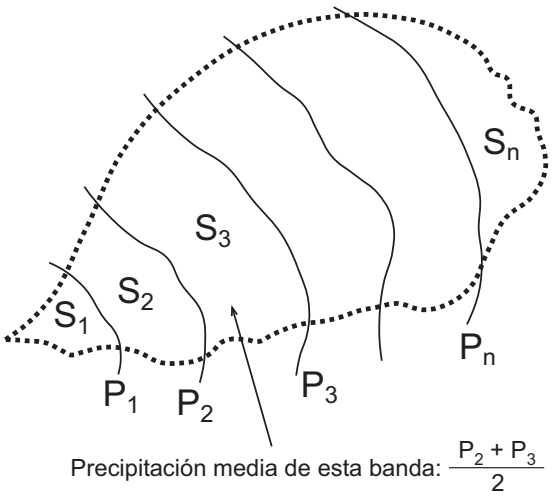
Si las estaciones pluviométricas estuvieran repartidas homogéneamente, bastaría con calcular la media aritmética, pero como en las zonas de montaña la densidad de puntos es mayor que en la llanura, este procedimiento genera un error grande. Se utilizan dos procedimientos: el mapa de isoyetas y los polígonos de Thiessen. Previamente conviene considerar la variación de la precipitación con la altitud.

Relación P-altitud

Se representa la P en función de la cota de cada estación pluviométrica. Las precipitaciones aumentan con la altitud, hasta una cierta cota ("altura óptima pluvial"), a partir de la cual se registran precipitaciones menores (esto sólo se aprecia en cuencas con cotas elevadas, del orden de 2000 metros).

Mapa de isoyetas

Se trazan isolíneas que engloben puntos comprendidos en los intervalos elegidos. El valor de las isolíneas depende del periodo considerado y de la extensión de la zona de estudio; por ejemplo, para un mapa de isoyetas anuales podrían representarse isoyetas de 100 en 100 mm., aunque si se trata de un área sin grandes variaciones en la pluviometría, el intervalo debería ser menor.



Al trazar las isolíneas, sin en alguna zona no disponemos de suficientes puntos, las curvas de nivel del mapa pueden servir de ayuda si previamente hemos considerado la relación entre P y la altitud.

También se puede confeccionar un mapa de isoyetas para un día, con el fin de estudiar un aguacero determinado. En ese caso, la equidistancia entre isoyetas sería menor, por ejemplo de 10 mm.

Para calcular la P media (P_m), basta calcular la media ponderada:

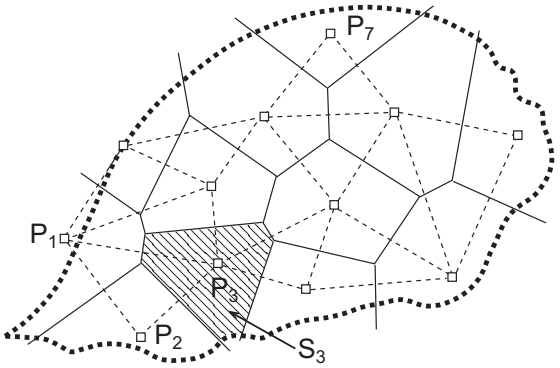
$$P_m = \frac{S_1 P'_1 + S_2 \frac{P_1 + P_2}{2} + S_3 \frac{P_2 + P_3}{2} + \ldots + S_n P'_n}{S_{total}}$$

Los valores S_i son las superficies obtenidas planimetrando las franjas que quedan entre isoyetas, y ***P_i* son las precipitaciones asignadas a cada isoyeta** (ver la Figura). Las precipitaciones correspondientes a las dos franjas extremas (P'_1 y P'_n) se asignan a estima.

Un mapa de isoyetas es un documento básico dentro del estudio hidrológico de una cuenca: no solamente nos permite cuantificar el valor medio, como hemos indicado, sino que presenta gráficamente la distribución espacial de la precipitación para el periodo considerado

Polígonos de Thiessen

Mientras que el procedimiento anterior conlleva un cierto grado de subjetividad, el trazado de polígonos es absolutamente objetivo. Cada estación pluviométrica se rodea de un polígono y se supone que todo el polígono recibe la misma precipitación que el punto central.



Para trazar los polígonos se trazan las mediatrices (perpendicular en el punto medio) de los segmentos que unen las diversas estaciones pluviométricas.

Planimetrando los polígonos, obtenemos sus superficies (S_i), y la P media (P_m), se calcula con la media ponderada:

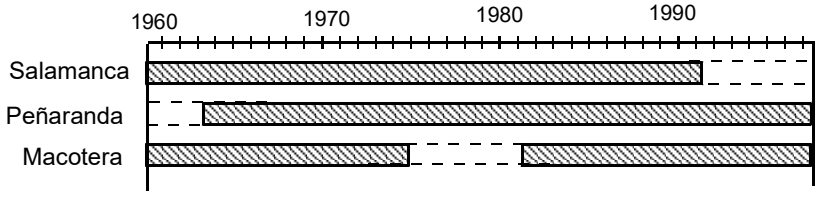
$$P_m = \frac{S_1 P_1 + S_2 P_2 + \ldots + S_n P_n}{S_{total}}$$

En este caso, los valores $P_1, P_2, \ldots P_n$ corresponden a los valores de los puntos.

Tanto en esta fórmula como en la aplicada al mapa de isoyetas, el numerador corresponde al volumen de agua precipitado.

Homogeneización de las series pluviométricas[7]

Esta es una fase de trabajo previa a la elaboración de isoyetas o cálculo de la P media. Si todo lo anterior se refiere a la P media de una serie de años, debe realizarse sobre series de datos análogas para todos los puntos.



[7] Ver en la sección de "Prácticas": Homogeneización de series pluviométricas.

Sería incorrecto realizar un mapa de isoyetas de una cuenca y que los datos de un punto fueran la media de 25 años y los de otro de 13 años. Para que todos los valores de P media se refieran al mismo periodo es preciso *homogeneizar las series pluviométricas*.

1º. Se elige un intervalo de años para el que la mayoría de las estaciones dispongan de series completas. Se desprecian las estaciones con pocos datos en el intervalo elegido. Se elabora un esquema con los datos disponibles (dibujo adjunto)

2º. Si faltan algunos datos, se pueden estimar, estableciendo una correlación entre una estación incompleta y otra estación completa próxima. Se establece la correlación utilizando los años comunes entre dos estaciones, y con la ecuación obtenida se estiman los datos que faltan a partir de los datos de la estación que sí los tiene. Con el esquema de ejemplo adjunto, los datos inexistentes de Macotera se estimarían a partir de los de Peñaranda, si previamente hemos establecido una buena correlación entre ambas utilizando los datos de años comunes, que podría ser así:

$$P_{Macotera} = P_{Peñaranda} \cdot 1{,}083 + 23{,}61$$

Apéndice 1 : Cálculo de la intensidad de precipitación para un intervalo cualquiera a partir de la Precipitación diaria. Estimación de curvas Intensidad-Duración e IDF

Para España, se ha desarrollado (Mº FOMENTO, 2016) [8] la siguiente formulación para estimar la intensidad de precipitación para cualquier intervalo de tiempo (<24 horas) a partir de la precipitación diaria.

1º. Cálculo de la **intensidad media diaria** (I_d) a partir de la precipitación diaria:

I_d = P día /24

2º. Obtención de la **intensidad máxima para cualquier intervalo *t*.** mediante la fórmula siguiente:

$$I_t = I_d \left(\frac{I_1}{I_d} \right)^{3{,}5287 - 2{,}5287 . t^{0{,}1}}$$

donde:

t = periodo de tiempo (horas) para el que se quiere evaluar la intensidad

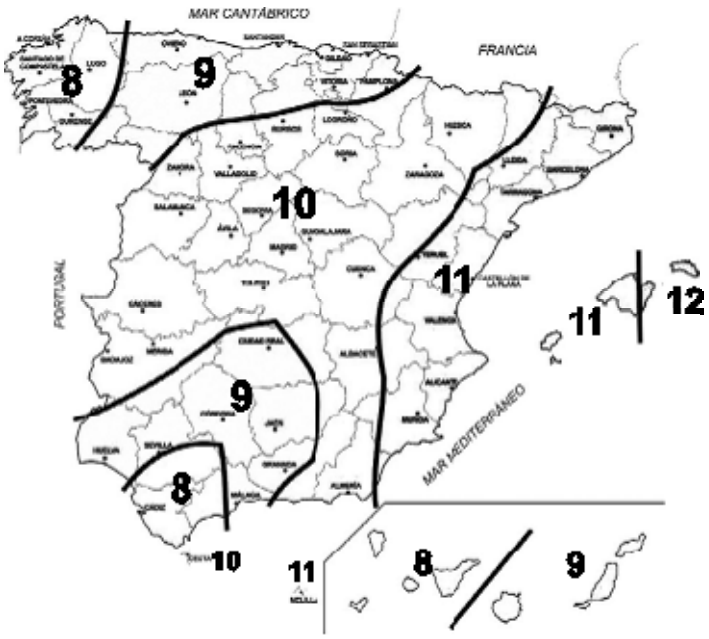
I_t = Intensidad media en el periodo t

I_d = intensidad media diaria = P diaria /24

I_1 = Intensidad media en la hora más lluviosa de ese día.

No es necesario conocer el valor de I_1, ya que en la fórmula introducimos el valor de (I_1/I_d) leído directamente del mapa adjunto (Mº FOMENTO, 2016).

Si leemos 9 quiere decir que en la hora más lluviosa la intensidad es 9 veces mayor que la intensidad media de todo el día.



Para el trazado de la curva *Intensidad-Duración* será suficiente aplicar la ecuación anterior para varias duraciones (p. ej.: 10 min, 30 min, 1, 2, 4 horas, etc) y representar los resultados gráficamente.

Si el dato de partida (precipitación diaria) procede de un cálculo estadístico que nos ha permitido evaluar la precipitación diaria máxima para diversos periodos de retorno (5, 10, 25,... años), por el procedimiento indicado en el párrafo anterior obtendríamos varias curvas Intensidad-Duración para los diversos periodos de retorno, es decir una familia de curvas IDF.

[8] MINISTERIO DE FOMENTO (2016).- *Norma 5.2-IC drenaje superficia*l . (BOE, 10-marzo-2016).

Apéndice 2 : Elaboración de curvas IDF

En el último párrafo del Apéndice 1 se indicaba cómo obtener unas curvas IDF de modo sintético (P diaria obtenida estadísticamente, Intensidades calculadas mediante fórmula). Aquí esbozaremos los pasos a seguir para **construir curvas IDF a partir de datos empíricos**. Ver, por ejemplo, Aparicio (1997), Chow et al. (1993).

1. Los **datos necesarios** para la elaboración de las curvas **Intensidad-Duración - Frecuencia** para una estación pluviométrica aparecen en **A-1** (ejemplo ficticio)**.** Estos datos se obtienen buscando, para cada año hidrológico, los 5 minutos mas lluviosos del año, los 15 minutos más lluviosos, etc... (por supuesto, pueden elegirse otros valores: 10 min, 20 min, etc)

2. Calcular la intensidad en cada intervalo.

Por ejemplo, si en los 15 minutos mas lluviosos del año 1980-81 se recogieron 14,3 mm., la intensidad será la correspondiente a 60 minutos será:
I(mm/h) = 14,3/15 x 60 = 57,2 mm/hora.

Si en las 2 horas mas lluviosas del año se recogieron 67,4 mm., la intensidad será 67,4/2= 33,7 mm/hora.

Obtenemos una tabla del mismo tamaño que la inicial, pero todo expresado en mm/hora (**A-2**).

A-1: Precipitaciones máximas (mm) recogidas en los intervalos indicados

año	5 min.	15 min.	30 min.	1 hora	2 horas
1980-81	8,5	14,3	24,9	38,5	67,4
1981-82	12,1	21,9	35,2	57,7	101,3
1982-83	7,1	11,5	20,1	etc...	etc...
1983-84	10,4	16,8	29,1		
etc...	etc...	etc...	etc...		

A-2: Intensidad de precipitación (mm / hora)

año	5 min.	15 min.	30 min.	1 hora	2 horas
1980-81	102,0	57,2	49,8	38,5	33,7
1981-82	145,2	87,6	70,4	57,7	50,7
1982-83	85,2	46,0	40,2	etc...	etc...
1983-84	124,8	67,2	58,2		
etc...	etc...	etc...	etc...		

A-3: Intensidad de precipitación (mm / hora) **calculada** para diversos **periodos de retorno**

p. retorno	5 min.	15 min.	30 min.	1 hora	2 horas
5 años	92,2	67,6	46,4	27,7	16,7
10 años	125,2	86,0	63,2	etc...	etc...
25 años	154,8	109,2	81,5		
etc...	etc...	etc...	etc...		

3. En la nueva tabla A-2 (todo expresado en intensidades en mm/hora), trabajaremos con cada una de las columnas separadamente; realizamos el ajuste a una ley de distribución, por ejemplo Gumbel, y calculamos las intensidades correspondientes a los periodos de retorno deseados para dibujar las curvas IDF, por ejemplo: 5, 10, 25, 50 y 100 años. Obtendremos una tabla como la indicada en **A.3.**

4. Se representan gráficamente los valores de **A-3,** cada una de las filas será una curva: los minutos de duración en abcisas, los valores de mm/hora en ordenadas. Dibujaremos una curva para cada periodo de retorno (ver las curvas IDF de las páginas 4 y 5).

Obtención del hietograma de diseño

En ocasiones **no** es suficiente el dato de que (por ejemplo) la precipitación máxima para las 5 horas más lluviosas con un retorno de 100 años es de 84 mm. Es posible que necesitemos conocer la evolución esos 84 mm a lo largo de esas 5 horas.

En algunos países existen catálogos de aguaceros en los que se facilita la forma del hietograma, que podremos adaptar a la cantidad de precipitación concreta. Si no disponemos de esta vía, será necesario elaborar un **hietograma de diseño**.

Este hietograma de diseño reflejará (seguimos utilizando las cifras citadas como ejemplo) la distribución de las precipitaciones producidas a lo largo de las 5 horas más lluviosas que se pueden producir en ese punto con un periodo de retorno de 100 años.

Para esto existen diversos procedimientos, varios de ellos se basan en las **curvas Intensidad-Duración-Frecuencia**. Vamos a ver el **método de bloques alternos** (*alternating block method*, Chow et al. 1994)

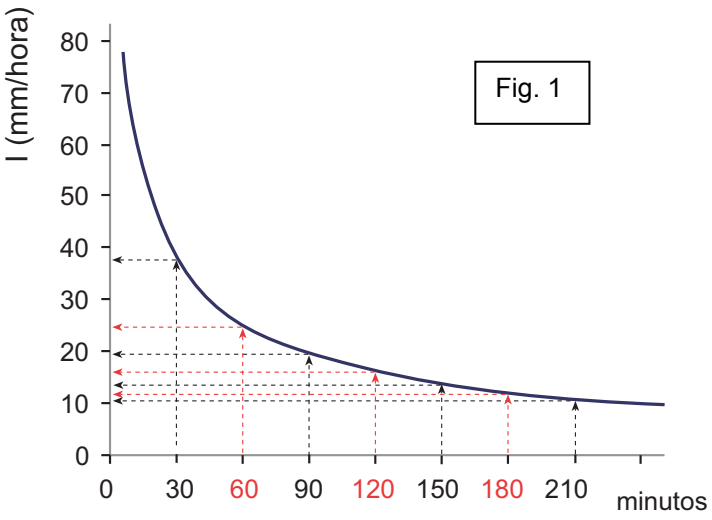


Fig. 1

Elegimos la curva Intensidad-Duración correspondiente al periodo de retorno deseado, o una ecuación que refleje dicha curva. En cualquiera de los casos, podremos leer gráficamente u obtener de la ecuación la intensidad de precipitación para diversos incrementos de tiempo.

Supongamos que deseamos confeccionar un hietograma de un aguacero de 3 horas y media, con incrementos de tiempo de 30 minutos. Se trata por tanto de 210 minutos repartidos en 7 intervalos de 30 minutos

La figura 1 representa una curva Intensidad-Duración para un retorno de 100 años. En ella hemos leído los valores de intensidad (mm/h) que aparecen en las dos primeras columnas de esta tabla:

t(min)	I (mm/h)	P (mm)	ΔP
30	37,2	37,2*0,5= 18,60	18,60
60	24,5	24,5*1= 24,50	24,50-18,60= 5,90
90	19,5	19,5*1,5= 29,25	29,25-24,50= 4,75
120	16,0	16,0*2= 32,00	32,00-29,25= 2,75
150	13,5	13,5*2,5= 33,75	33,75-32,00= 1,75
180	11,7	11,7*3= 35,10	35,10-33,75= 1,35
210	10,4	10,4*3,5= 36,40	36,40-35,10= 1,30

En la 3ª columna calculamos la **precipitación caída en cada intervalo**. Para 30 minutos: si en 0,5 horas llovió con una intensidad de 37,2 mm/hora, en media hora se recogió 0,5 · 37,2. Análogamente para todos los intervalos, hasta 210 minutos (3,5 horas).

Para calcular la última columna (Δ P) a partir de la anterior, debemos suponer que dentro de los 60 min. más lluviosos se encuentran los 30 min. más lluviosos y razonamos así:

→ En los 60 min más lluviosos cayeron 24,5 mm

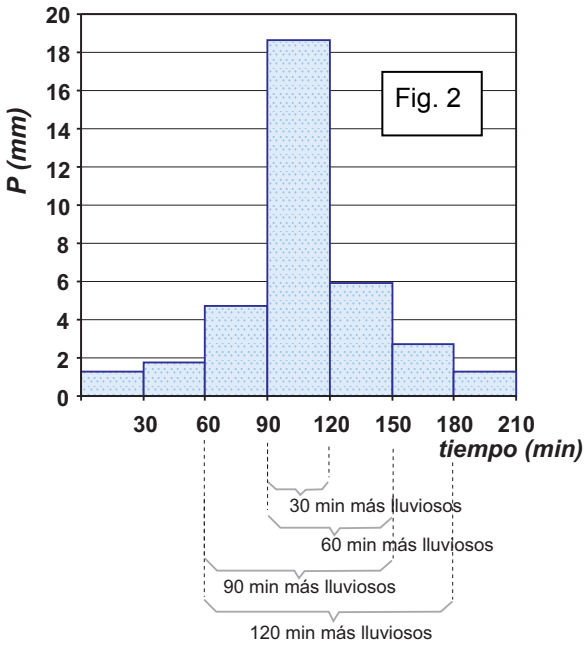
→ Si (dentro de los 60 min anteriores) en los 30 min más lluviosos cayeron 18,6 mm, en los restantes 30 min: 24,5–18,6=5,9 mm

Análogamente, calculamos el resto de la última columna, obteniendo **la precipitación caída en incrementos de 30 minutos** (es el intervalo elegido en este ejemplo)**, en orden decreciente**.

Para construir el hietograma (Figura 2) con los valores de la última columna se procede así:

En el centro se coloca la precipitación registrada en los 30 min más lluviosos.A su derecha, se coloca la precipitación registrada en el 2º intervalo más lluvioso. A la izquierda, la registrada en el 3er intervalo más lluvioso, a la derecha el 4º, etc.

Si se dispone de hietogramas reales de la región, será aconsejable redistribuir los bloques, si observamos, por ejemplo, que el máximo suele producirse en el primer tercio de la tormenta.



Si deseamos un hietograma expresado en **Intensidades (mm/h)** y los intervalos utilizados son de ***m*** minutos, habría que multiplicar la altura de cada bloque por **60/*m***

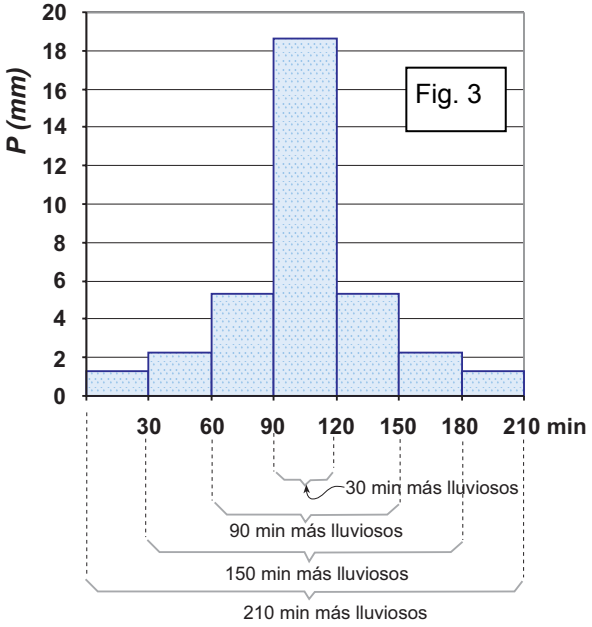
Se puede realizar ligeramente simplificado (Ferrer, 1993), consiguiendo un hietograma simétrico, operando del siguiente modo:

A partir de la curva Intensidad-Duración (Fig. 1) leemos los valores que aparecen anotados en las dos primeras columnas de esta tabla:

t(min)	I (mm/h)	P (mm)	Altura de cada bloque
30	37,2	37,2*0,5= 18,60	18,60
90	19,5	19,5*1,5= 29,25	(29,25-18,60)/2= 5,32
150	13,5	13,5*2,5= 33,75	(33,75-29,25)/2= 2,25
210	10,4	10,4*3,5= 36,40	(36,40-33,75)/2= 1,32

Suponemos que los 30 minutos más lluviosos están englobados **y en el centro** de los 90 minutos más lluviosos; por tanto, a la precipitación de los 90 min. más lluviosos le restamos la de los 30 min. centrales, y **dividimos esa diferencia por 2** (un intervalo de 30 min. a cada lado). Estos cálculos aparecen en la última columna de la tabla, y el hietograma resultante es el de la figura 3.

Bajo el hietograma se indican los intervalos del mismo que corresponden a las lecturas realizadas sobre la curva Intensidad-Duración de la figura 1.



Con ambos métodos, hemos generado un hietograma de **precipitación total**, y para calcular el hidrograma que generaría, es necesario evaluar previamente la **precipitación neta**.

Bibliografía

CHOW, V.; D.R. MAIDMENT y L.W. MAYS (1994).- *Hidrología Aplicada*. Mc Graw Hill, 580 pp.

FERRER, F.J. (1993).- *Recomendaciones para el Cálculo Hidrometeorológico de Avenidas.* CEDEX, Ministerio de Obras Públicas, Madrid, 75 pp.

Evapotranspiración

Concepto de Evapotranspiración. Utilidad. Unidades

Evapotranspiración (en adelante, **ET**) es la consideración conjunta de dos procesos diferentes: la evaporación y la transpiración

La **evaporación** es el fenómeno físico en el que el agua pasa de líquido a vapor (habría que añadir la sublimación –sólido a vapor– desde la nieve y el hielo).

Se produce evaporación desde:

a) La superficie del suelo y la vegetación inmediatamente después de la precipitación.

b) Desde las superficies de agua (ríos, lagos, embalses).

c) Desde el suelo, agua infiltrada que se evapora desde la parte más superficial del suelo. Puede tratarse de agua recién infiltrada o, en áreas de descarga, de agua que se acerca de nuevo a la superficie después de un largo recorrido en el subsuelo.

La **transpiración** es el fenómeno biológico por el que las plantas pierden agua a la atmósfera. Toman agua del suelo a través de sus raíces, toman una pequeña parte para su crecimiento y el resto lo transpiran.

Como son difíciles de medir por separado, y además en la mayor parte de los casos lo que interesa es la cantidad total de agua que se pierde a la atmósfera sea del modo que sea, se consideran conjuntamente bajo el concepto mixto de ET.

Para el hidrólogo el interés de la ET se centra en la cuantificación de los recursos hídricos de una zona: Lo que llueve menos lo que se evapotranspira será el volumen de agua disponible. La ET se estudia principalmente en el campo de las ciencias agronómicas, donde la ET se considera pensando en las necesidades hídricas de los cultivos para su correcto desarrollo. Fórmulas y métodos que utilizamos en Hidrología provienen de ese campo de investigación.

Términos afines a la ET son:

Déficit de escorrentía: Al realizar el balance hídrico de una cuenca, es frecuente disponer de datos de precipitaciones y de escorrentía (aforos). La diferencia *P-Escorrentía Total* se denomina "déficit de escorrentía" queriendo decir simplemente "la precipitación que no ha generado escorrentía". Si se trata de una cuenca hidrogeológicamente cerrada, y el balance lo estamos realizando para una serie de años (preferiblemente más de 20), sabemos que el déficit de escorrentía sólo puede ser debido a la ET; por tanto, en estas condiciones serían conceptos equivalentes.

Uso consuntivo: Engloba lo evapotranspirado y el agua que la planta se queda para su crecimiento, que es proporcionalmente muy poca. Por tanto, cuantitativamente es un concepto equivalente a ET.[1]

La **unidad** de medida es el mm. Si decimos que en un día de verano la ET puede ser de 3 ó 4 mm., es fácil de intuirlo al hablar de la evaporación desde un lago, pero en un terreno con vegetación, hemos de pensar que el agua que se ha evapotranspirado equivaldría a una lámina de agua de 3 ó 4 mm. A veces también se utiliza el m^3/Ha. Es fácil comprobar que 1 mm = 10 m^3/Ha.

[1] Más genéricamente, este término (en inglés, *consumption, consumptive use*) se refiere a cualquier agua utilizada que no se devuelve; por ejemplo en una industria, gran parte del agua (limpieza, refrigeración,...) vuelve al ciclo; la que no vuelve constituye el uso consuntivo de esa industria. En un cultivo, la única agua recuperada son los excedentes de riego, mientras que lo realmente perdido es la ET y la tomada por la planta.

Evapotranspiración Real y Potencial. ET de referencia

Thornthwaite[2] (1948) denominó **Evapotranspiración Potencial (ETP)** a la evapotranspiración que se produciría si la humedad del suelo y la cobertera vegetal estuvieran en condiciones óptimas.

Por el contrario, la **Evapotranspiración Real (ETR)** es la que se produce realmente en las condiciones existentes en cada caso.

Es evidente que **ETR ≤ ETP**. En un lugar desértico la ETP puede ser de 6 mm/día y la ETR de 0, puesto que no hay agua para evapotranspirar. Serán iguales siempre que la humedad del suelo sea óptima y que exista un buen desarrollo vegetal. Esto sucede en un campo de cultivo bien regado o en un área con vegetación natural en un periodo de suficientes precipitaciones.

Como el concepto de **ETP** es difuso, pues cada tipo de planta evapotranspira una cantidad de agua diferente, se han establecido los siguientes conceptos (Doreenbos y Pruit, 1977; Allen et al., 1998):

- **Evapotranspiración del cultivo de referencia** (*Reference crop evapotranspiration*)**,** o abreviadamente **evapotranspiración de referencia (***Reference evapotranspiration*) (***ET_o***): Evapotranspiración que se produciría en un campo de gramíneas[3] de 12 cm de altura, sin falta de agua y con determinadas características aerodinámicas y de albedo.
- **Evapotranspiración de un cultivo en condiciones estándar** (*Crop evapotranspiration under standard conditions*) (***ET_c***): Es la evapotranspiración que se produciría en un cultivo especificado, sano, bien abonado y en condiciones óptimas de humedad del suelo. Es igual a la anterior (***ET_o***) multiplicada por un coeficiente (***K_c***) correspondiente al tipo de cultivo : $ET_c = ET_o \bullet K_c$

Todas estas disquisiciones son fundamentales en la ingeniería de cultivos. En Hidrología, al considerar la ET dentro del balance general de una cuenca, los conceptos de **Evapotranspiración de referencia** y de **Evapotranspiración potencial** son intercambiables: utilizaremos fórmulas que fueron diseñadas para calcular ***ETP*** o ***ET_o*** indistintamente.

La diferencia ETP-ETR se denomina **déficit**. En agricultura, es deseable que esa diferencia sea nula, o lo que es lo mismo, que las plantas siempre dispongan del agua suficiente para evapotranspirar lo que necesiten en cada momento. Se denomina **demanda de agua para riego** a dicha diferencia por un coeficiente de eficiencia de la aplicación (aspersión, goteo, etc.)

---

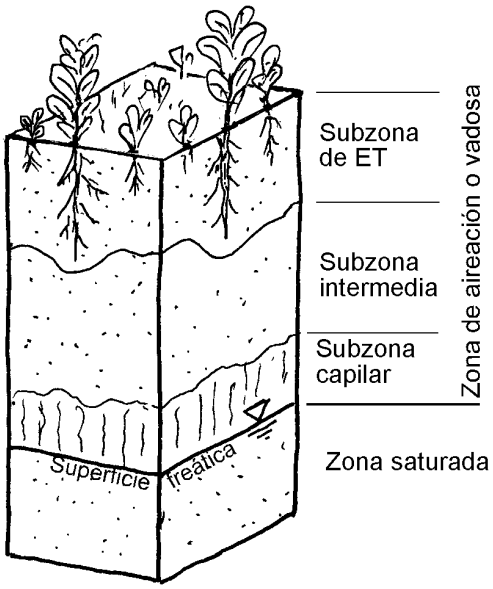
[2] Thornwaite, C. W. (1948).- An approach towards a rational classification of climate. *Geogr. Rev.*, **38**: 55-89
En algunos textos se cita que el concepto se debe a Penman:
Penman, H. L. (1948).- Natural evaporation from open water, bare soil and grass. *Proc. Roy. Soc. London A*, **193**: 120-45.

[3] En inglés se habla de **grass**; este término se puede traducir por **hierba**, pero también se refiere a la familia de las **Gramíneas** en general. Esta familia consta de casi 700 géneros y unas 12.000 especies. Se calcula que las Gramíneas suponen un 20% de la superficie vegetal del mundo. Los pastos y los cereales son gramíneas.
Otros autores han tomado como cultivo de referencia la **alfalfa**.

Para comprender los procesos asociados a la Evapotranspiración debemos conocer algunos conceptos sencillos referentes al almacenamiento del agua en el suelo.

Zonas de humedad en un suelo

Lo que se encuentra por encima de la superficie freática se denomina zona de aireación o zona vadosa. La humedad en ella puede estar distribuída de un modo irregular, pero esquemáticamente podemos distinguir tres subzonas:



- *Subzona de Evapotranspiración*. Es la afectada por este fenómeno. Puede tener desde unos pocos cm., si no existe vegetación, hasta varios metros.
- *Subzona capilar*, sobre la superficie freática. El agua ha ascendido por capilaridad, su espesor es muy variable, dependiendo de la granulometría de los materiales.
- *Subzona intermedia*, entre las dos anteriores. A veces inexistente, a veces de muchos metros de espesor.

En toda la zona vadosa puede haber agua gravífica que aún no ha descendido o contener agua por capilaridad. En la subzona capilar, la humedad forma una banda continua, mientras que en el resto estará irregularmente repartida.

Contenido de humedad en el suelo

Grado de Humedad: Peso de agua en una muestra respecto al peso de muestra seca, expresado en porcentaje. Por ej.: Peso de una muestra de suelo = 220 g. Peso después de secar la muestra en la estufa = 185 g. Grado de humedad = (220-185)/185 x 100 = 19 %

Capacidad de Campo: Máximo grado de humedad de un suelo que ha perdido su agua gravífica.

En la práctica se considera que es el grado de humedad de un suelo después de dos o tres días de drenaje (por gravedad), aunque en algunos casos dicho drenaje puede continuar incluso varias semanas.

Punto de Marchitez: Grado de humedad cuando las plantas no pueden absorber más agua

Agua utilizable por las plantas: Diferencia entre los dos anteriores

Para el estudio de la evapotranspiración debemos manejar el contenido de humedad en su equivalente en mm., no en %. Veamos su obtención con un ejemplo.

Ejemplo.- Un suelo con una profundidad radicular media de 60 cm. y una densidad aparente de 1,3 tiene una capacidad de campo de 25 % y un punto de marchitez de 11,0 %. Calcular el agua utilizable por las plantas en mm.

Solución:
Volumen de 1 m^2 de ese suelo= 1 m^2 x 0,6 m = 0,6 m^3 =600 dm^3
Masa de 1 m^2 =volumen x densidad =600 dm^3 x 1,3 = 780 kg
Agua utilizable por las plantas= 25% - 11% =14%
Agua utilizable en 1 m^2 = 780 kg. x 0,14= 109,2 kg = 109,2 litros
109,2 litros/m^2 = 109,2 mm.

Factores que influyen en la evapotranspiración

La evaporación depende del **poder evaporante de la atmósfera**, que a su vez depende de los siguientes factores:

- Radiación solar
- Temperatura (en relación estrecha con la anterior, pero mas sencilla de medir)
- Humedad: menos humedad => más evaporación
- Presión atmosférica (y la altitud en relación con ella): A menor presión (y/o mayor altitud) => mas evaporación
- Viento : mas viento => más evaporación

En la evaporación desde **lámina de agua libre** influye:

- El poder evaporante de la atmósfera
- La salinidad del agua (inversamente)
- La temperatura del agua

La **evaporación desde un suelo desnudo** depende de:

- El poder evaporante de la atmósfera
- El tipo de suelo (textura, estructura, etc.)
- El grado de humedad del suelo

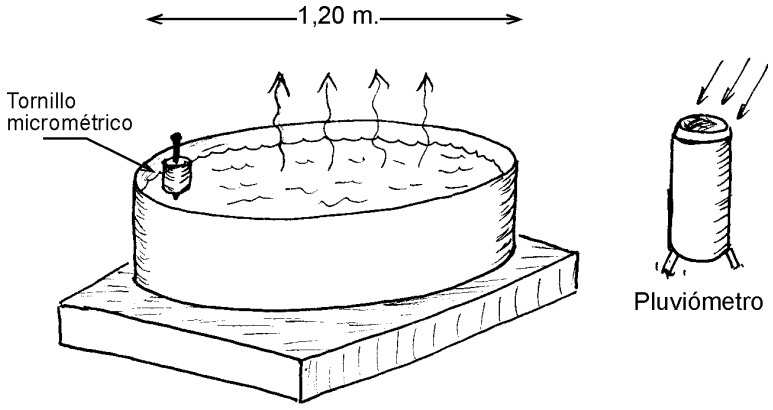
Finalmente la **transpiración** está en función de:

- El poder evaporante de la atmósfera
- El grado de humedad del suelo
- El tipo de planta
- Variaciones estacionales: en un cultivo, del desarrollo de las plantas, en zonas de bosque de hoja caduca, la caída de la hoja paraliza la transpiración
- Variaciones interanuales: En áreas de bosque la ET aumenta con el desarrollo de los árboles.

Medida y cálculo de la evapotranspiración

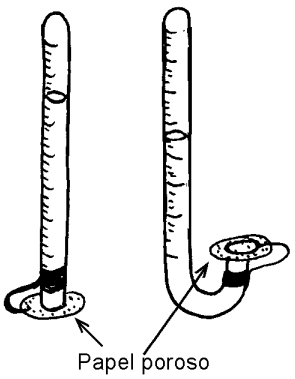
Medida del poder evaporante de la atmósfera

Al realizar medidas podemos asimilar la evaporación que se produce desde una lámina de agua libre al poder evaporante de la atmósfera. Así, el equipo básico de medida es **el tanque de evaporación**, recipiente de tamaño estandarizado (Tanque de "clase A" = 1,20 m. diámetro, 25 cm profundidad), con un tornillo micrométrico para medir el nivel del agua con precisión. Lógicamente, al lado siempre debe existir un pluviómetro (por ejemplo, si en el tanque ha bajado el nivel 2 mm. y en el mismo periodo han llovido 3 mm., la evaporación ha sido de 5 mm.).



A partir de la medida de evaporación del tanque, se evalúa el valor equivalente de ETP ó ET_0 multiplicando por un *coeficiente del tanque.* Este coeficiente es variable, pero generalmente oscila entre 0,6 y 0,85 (Allen et al. 2006, pág. 81)

También se establece un *coeficiente del tanque* para comparar las lecturas del tanque con la evaporación en grandes masas de agua, por ejemplo: lagos o embalses . En este caso para el coeficiente corrector suele adoptarse 0,70; es decir, la evaporación de un lago será igua a la del tanque multiplicada por 0,70.

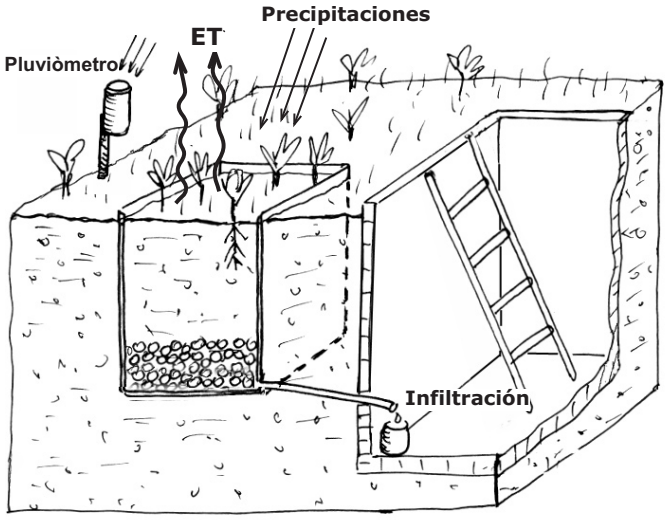


Estos aparatos a veces se instalan flotantes sobre balsas en embalses, donde el estudio de la evaporación tiene un gran interés, o semienterrados, de modo que la superficie del agua quede próxima a la altura del suelo.

Aunque el tanque es un equipo sencillo, se utilizan con más frecuencia **los evaporímetros de papel poroso** o Piche. Dan un error por exceso. Aproximadamente, la equivalencia sería la siguiente:

Evaporación tanque = Evaporación Piche x 0,8.

Medida de la Evapotranspiración



La evapotranspiración se mide mediante **lisímetros**. Consiste en un recipiente enterrado y cerrado lateralmente, de modo que el agua drenada por gravedad (la que se hubiera infiltrado hasta el acuífero) es recogida por un drenaje. En su construcción hay que ser muy cuidadoso de restituir el suelo que se excavó en unas condiciones lo mas similares posible a las que se encontraba. Próximo a él debe existir un pluviómetro.

Se despeja ETR de la siguiente ecuación que expresa el balance hídrico en el lisímetro:

$$\text{Precipitaciones} = \text{ETR} + \text{Infiltración} \pm \Delta \text{ almacenamiento}$$

Normalmente dispone de bordes que impiden la escorrentía superficial, pero a veces también se recoge y se incluye en el balance.

La única medida compleja es el Δalmacenamiento. Normalmente se mide la humedad del suelo y a partir de ahí se calcula para convertir esa humedad en una lámina de agua equivalente expresada en mm.

Si queremos medir la ETP, es más simple. Mediante riego, debemos mantener el suelo en condiciones óptimas de humedad, y el cálculo ahora sería despejando ETP en esta expresión:

$$\text{Precipitaciones} + \text{Riego} = \text{ETP} + \text{Infiltración}$$

En esete caso, ya no hay Δ almacenamiento, puesto que dicho almacenamiento está siempre completo.

Un lisímetro es difícilmente representativo de toda la región. En ocasiones se establece el balance hídrico en una **parcela experimental**, en la que se miden precipitaciones, escorrentía

superficial, variaciones de la humedad en el suelo, etc. para despejar finalmente la ET. Sería un procedimiento más exacto, pero más costoso y complicado.

Cálculo de la Evapotranspiración

Numerosas fórmulas nos permiten evaluar la ETP con una aproximación suficiente para muchos estudios hidrológicos. Normalmente con estas fórmulas se calcula la ETP mes a mes para datos medios de una serie de años. Después, con la ETP mensual y las Precipitaciones mensuales, se realiza un balance mes a mes del agua en el suelo con lo que se obtiene la ETR, el déficit (=ETP-ETR) y los excedentes (agua que no puede ser retenida en el suelo y escapa a la escorrentía superficial o subterránea) para cada mes del año.

Algunas de estas fórmulas son:

	Medidas necesarias	**Otros datos**
Thornthwaite	Temperatura	De la latitud por una tabla se obtiene el nº teórico de horas de sol
Jensen-Heise	Temperaturas (medias y máx. y mín. del mes más cálido), altitud, radiación solar	Tablas de nº teórico de horas de sol La radiación solar se puede estimar
Hargreaves	Temperatura Radiación solar	La radiación solar se puede estimar con temp. máximas y mínimas diarias
Blanney-Criddle	Temperatura	Tablas de nº teórico de horas de sol Coeficiente que depende del cultivo
Turc	Temperatura Horas reales de sol	De las horas de sol se obtiene la radiación global incidente (cal/cm^2.día) con una fórmula
Penman	Temperatura, Horas reales de sol, Veloc. viento, Humedad relativa	Por tablas se obtienen otros parámetros necesarios

Para una **estimación de la ETR anual** cuando solamente se dispone de datos de P y temperatura, se utilizan las fórmulas de Turc (distinta de la citada más arriba y la de Coutagne), obtenidas correlacionando datos de numerosas cuencas de todo el mundo.

Las fórmulas de **Hargreaves** y **Thornthwaite** se explican en los Apéndices 1 y 2. En el Apéndice 3 veremos unas expresiones más sencillas que pretenden evaluar la ETR anual media.

En la sección "Prácticas", documentos **P019** y **P024**, se trata del cálculo mediante las fórmulas de **Hargreaves** y de **Jensen-Heise**, .

APÉNDICE 1. Cálculo de la ETP diaria: Fórmula de Hargreaves

$$ET_0 = 0{,}0023\ (t_{med} + 17{,}78)\ R_0\ *\ (t_{dmáx} - t_{dmin})^{0,5}$$

donde: ET_0 = evapotranspiración potencial, mm/día

t_{med} = temperatura media diaria, °C

R_0 = Radiación solar extraterrestre , **en mm/día** (tabulada, documento P019)

$t_{dmáx}$ = temperatura diaria máxima

t_{dmin} = temperatura diaria mínima

Para una descripción más detallada de la fórmula, ver en “Prácticas superficial” el documento P019

Esta fórmula fué desarrollada para calcular la **Evapotranspiración de Referencia (ET_o)**, que, en sentido amplio, asimilamos aquí a **ETP** (ver página 3 de este documento)

APÉNDICE 2
Cálculo de la ETP mediante la fórmula de Thornthwaite

1º) Se calcula un "índice de calor mensual" (i) a partir de la temperatura media mensual (t):

$$i = \left(\frac{t}{5}\right)^{1,514}$$

2º) Se calcula el "índice de calor anual (I) sumando los 12 valores de i:

$$I = \Sigma i$$

3º) Se calcula la ETP mensual "sin corregir" mediante la fórmula:

$$ETP_{sin\ corr.} = 16\left(\frac{10.t}{I}\right)^{a}$$

Donde:

$ETP_{sin\ corr}$ = ETP mensual en mm/mes para meses de 30 días y 12 horas de sol (teóricas)

t = temperatura media mensual, ºC

I = índice de calor anual, obtenido en el punto 2º

$a = 675 \cdot 10^{-9} I^3 - 771 \cdot 10^{-7} I^2 + 1792 \cdot 10^{-5} I + 0{,}49239$

4º) Corrección para el nº de días del mes y el nº de horas de sol:

$$ETP = ETP_{sin\ corr.} \frac{N}{12} \frac{d}{30}$$

Donde: ETP = Evapotranspiración potencial corregida

N = número máximo de horas de sol, dependiendo del mes y de la latitud (Tabla Ap. 4)

d = número de días del mes

APÉNDICE 3
Cálculo de la ETR anual: Fórmulas de Coutagne y Turc

Son estimaciones del *déficit de escorrentía*, es decir, la parte de la precipitación que no produce escorrentía; si se trata de una cuenca cerrada y consideramos su balance hídrico a escala anual, el agua precipitada que no ha generado escorrentía debe haberse perdido por evapotranspiración. Estas fórmulas fueron establecidas empíricamente comparando las precipitaciones y la escorrentía total de numerosas cuencas.

Fórmula de COUTAGNE:

$$ETR = P - \chi P^2$$

Donde:

ETR = evapotranspiración real en metros/año

P = Precipitación en metros/año (Atención: las unidades son **metros**/año)

$\chi = \frac{1}{0{,}8 + 0{,}14\ t}$

t = temperatura media anual en ºC

La fórmula solo es válida para valores de P (en metros/año) comprendidos entre $^1/_{8\chi}$ y $^1/_{2\chi}$

Fórmula de TURC:

$$ETR = \frac{P}{\sqrt{0{,}9 + \frac{P^2}{L^2}}}$$

Donde:

ETR = evapotranspiración real en mm/año
P = Precipitación en mm/año
$L = 300 + 25\ t + 0{,}05\ t^3$
t = temperatura media anual en ºC

Aunque Turc no estableció límites de aplicabilidad para su fórmula, podemos observar que para valores de precipitación bajos, la fórmula calcula un valor de ETR > P, lo que es obviamente imposible. Esto sucede aproximadamente cuando P < (20·temperatura). Por ejemplo para t= 20ºC y P=300 mm la fórmula calcula que ETR= 306 mm. El rango de bajas precipitaciones en que esta fórmula se muestra no aplicable es similar al establecido por Coutagne.

APÉNDICE 4
Número máximo de horas de sol (Allen et al., 1998)

Latitud N (*)	Ene.	Feb.	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
50	8,3	9,8	11,6	13,5	15,2	16,1	15,7	14,3	12,3	10,4	8,7	7,9
48	8,6	10	11,6	13,4	15	15,8	15,5	14,1	12,3	10,6	9	8,2
46	8,8	10,1	11,6	13,3	14,8	15,5	15,2	14	12,3	10,7	9,2	8,5
44	9,1	10,3	11,6	13,2	14,6	15,3	15	13,8	12,3	10,7	9,4	8,7
42	9,3	10,4	11,7	13,2	14,4	15	14,8	13,7	12,3	10,8	9,6	9
40	9,5	10,5	11,7	13,1	14,2	14,8	14,6	13,6	12,2	10,9	9,7	9,2
38	9,6	10,6	11,7	13	14,1	14,6	14,4	13,5	12,2	11	9,9	9,4
36	9,8	10,7	11,7	12,9	13,9	14,4	14,2	13,4	12,2	11,1	10,1	9,6
34	10	10,8	11,8	12,9	13,8	14,3	14,1	13,3	12,2	11,1	10,2	9,7
32	10,1	10,9	11,8	12,8	13,6	14,1	13,9	13,2	12,2	11,2	10,3	9,9
30	10,3	11	11,8	12,7	13,5	13,9	13,8	13,1	12,2	11,3	10,5	10,1
28	10,4	11	11,8	12,7	13,4	13,8	13,6	13	12,2	11,3	10,6	10,2
26	10,5	11,1	11,8	12,6	13,3	13,6	13,5	12,9	12,1	11,4	10,7	10,4
24	10,7	11,2	11,8	12,6	13,2	13,5	13,3	12,8	12,1	11,4	10,8	10,5
22	10,8	11,3	11,9	12,5	13,1	13,3	13,2	12,8	12,1	11,5	10,9	10,7
20	10,9	11,3	11,9	12,5	12,9	13,2	13,1	12,7	12,1	11,5	11	10,8
18	11	11,4	11,9	12,4	12,8	13,1	13	12,6	12,1	11,6	11,1	10,9
16	11,1	11,5	11,9	12,4	12,7	12,9	12,9	12,5	12,1	11,6	11,2	11,1
14	11,3	11,6	11,9	12,3	12,6	12,8	12,8	12,5	12,1	11,7	11,3	11,2
12	11,4	11,6	11,9	12,3	12,6	12,7	12,6	12,4	12,1	11,7	11,4	11,3
10	11,5	11,7	11,9	12,2	12,5	12,6	12,5	12,3	12,1	11,8	11,5	11,4
8	11,6	11,7	11,9	12,2	12,4	12,5	12,4	12,3	12	11,8	11,6	11,5
6	11,7	11,8	12	12,1	12,3	12,3	12,3	12,2	12	11,9	11,7	11,7
4	11,8	11,9	12	12,1	12,2	12,2	12,2	12,1	12	11,9	11,8	11,8
2	11,9	11,9	12	12	12,1	12,1	12,1	12,1	12	12	11,9	11,9
0	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

(*) Para latitud Sur, basta calcular el complementario de 24. Por ejemplo, en Enero, 60º:
Nº máximo de horas de sol= 24 – 6,4 = 17,6

Bibliografía

Allen, R.G.; L. S. Pereira; D. Raes y Smith, M. (1998).- *Crop evapotranspiration - Guidelines for computing crop water requirements* - FAO Irrigation and drainage paper **56**
Disponible en Internet en español : ftp://ftp.fao.org/agl/aglw/docs/idp56s.pdf

Martín, M. (1983).- Componentes primarios de Ciclo Hidrológico. En: *Hidrología Subterránea*, (E. Custodio & M.R. Llamas, eds.). Omega: 281-350.

Sánchez, M.I. (1992).- Métodos para el estudio de la evaporación y evapotranspiración. *Cuadernos Técnicos Sociedad Española de Geomorfología*, nº 3, 36 pp.

Shuttleworth, W. J. (1992).- Evaporation. En: *Handbook of Hydrology*, (Maidment, D. R., editor). McGraw-Hill: 4.1- 4.53

Cálculo de la Evapotranspiración Potencial mediante la fórmula de Hargreaves

La fórmula de Hargreaves (Hargreaves y Samani, 1985) para evaluar la Evapotranspiración Potencial[1] necesita solamente datos de **temperaturas** y de **Radiación Solar**.

La expresión general es la siguiente:

$$ET_0 = 0{,}0135\ (t_{med} + 17{,}78)\ R_s \qquad (1)$$

donde: ET_0 = evapotranspiración potencial diaria, mm/día

t_{med} = temperatura media, °C

R_s = radiación solar incidente, convertida en mm/día

La **radiación solar incidente**, R_s, se evalúa a partir de la **radiación solar extraterrestre** (la que llega a la parte exterior de la atmósfera, que sería la que llegaría al suelo si no existiera atmósfera); ésta última aparece según los autores como R_0 ó R_a, y la leemos en tablas en función de la latitud del lugar y del mes. En este documento nos referiremos a ella como R_0

Obtención de la Radiación Solar Incidente (R_s)

Samani (2000) propone la siguiente fórmula:

$$R_s = R_0 * KT * (t_{\max} - t_{\min})^{0,5} \qquad (2)$$

donde: R_s = Radiación solar incidente

R_0 = Radiación solar extraterrestre (tabla pág. 3)

KT = coeficiente

$t_{\max}$ = temperatura diaria máxima

$t_{\min}$ = temperatura diaria mínima

Puesto que los valores de R_0 están tabulados y las temperaturas máximas y mínimas son datos empíricos relativamente fáciles de obtener, la dificultad para aplicar esta sencilla expresión la encontramos en el coeficiente KT.

Para evaluar la **Radiación Solar Extraterrestre (R_0)** existen varias tablas , todas ellas en funciòn de la latitud y del mes. Al final de este documento se incluye la tabla de R_0 de Alllen et al (1998). La tabla original está en **MJulio/m^2/día** , aquí la presentamos en **mm./día** (de agua evaporada) [2]

El **coeficiente *KT*** de la expresión (2) es un coeficiente empírico que se puede calcular a partir de datos de presión atmosférica, pero Hargreaves (citado en Samani, 2000) recomienda KT = 0,162 para regiones del interior y KT = 0,19 para regiones costeras.

Ejemplo 1: Mediante las ecuaciones (1) y (2).

Calcular la ET_0 diaria en Costa Rica para el mes de Octubre sabiendo que se encuentra a 10º de latitud norte, y que las temperaturas representativas de eses mes son:

t media=26,8 ºC

t max diaria = 31,6 ºC.

t min diaria = 23,0 ºC

Valor de la **Radiación extraterrestre** (Tabla, para Octubre y 10º latitud Norte):

[1] En realidad es para calcular la "Evapotranspiración de Referencia". Para las diferencias entre ambos conceptos, ver Tema T040, pág 3

[2] Para efectuar esta conversión: 1 mm/dia= MJulio/m2/día

Para mayor exactitud, multiplicar por: 238,85 / (597,3 -0,57 T) ; donde T= temperatura media del periodo elegido

R_0 = 35,1 MJulios/m^2/día

Para pasarlo a su equivalente en mm/día:

R_0 = 35,1 * 0,408 = **14,3 mm/día**

Tomando un valor de 0,17 para la constante KT, el valor de R_s sería [ecuación (2)] :

$R_s = 14{,}3 * 0{,}20 * (31{,}6\text{-}23)^{0,5}$ = **7,13 mm/día**

Finalmente [ecuación (1)] :

$ET_0 = 0{,}0135 * 8{,}38 * (26{,}8+17{,}8)$ = **4,29 mm/día**

Fórmula simplificada

Sustituyendo del valor de *Rs* de (2) en la expresión inicial (1), y tomando para el coeficiente *KT* el valor medio de 0,17, resulta la expresión citada con más frecuencia en la bibliografía:

$$ET_0 = 0{,}0023\ (t_{med} + 17{,}78)\ R_0 * (t_{max} - t_{min})^{0,5} \qquad (3)$$

donde: ET_0 = evapotranspiración potencial diaria, mm/día

t_{med} = temperatura media diaria, °C

R_0 = Radiación solar extraterrestre , en mm/día (tabulada)

t_{max} = temperatura diaria máxima

t_{min} = temperatura diaria mínima

Ejemplo 2: Mediante las ecuación (3) .

Calcular la ET_0 diaria en Salamanca para un día del mes de Julio sabiendo que se encuentra a 40º de latitud norte, y que las temperaturas de ese día son:

t media=24,2 ºC

t max diaria = 29,8 ºC.

t min diaria = 18,3 ºC

Valor de la **Radiación extraterrestre** (Tabla, para Agosto y 40º latitud Norte):

R_0 = 36,7 MJulios/m^2/día

Para pasarlo a su equivalente en mm/día:

R_0 = 36,7 * 0,408 = **15,0 mm/día**

Finalmente, aplicando la ecuación (3) :

$ET_0 = 0{,}0023\ (t_{med} + 17{,}78)\ *\ R_0\ *\ (t_{max} - t_{min})^{0,5}$

$ET_0 = 0{,}0023\ (24{,}2 + 17{,}78) * 15{,}0 * (29{,}8 - 18{,}3)^{0,5}$ = **4,91 mm/día**

Bibliografía

Allen, R.G.; L. S. Pereira; D. Raes y Smith, M. (1998).- *Crop evapotranspiration - Guidelines for computing crop water requirements* - FAO Irrigation and drainage paper **56** (http://www.fao.org/docrep/X0490E/X0490E00.htm#Contents)
Versión en español: ftp://ftp.fao.org/agl/aglw/docs/idp56s.pdf

Hargreaves, G.H., Samani, Z.A., 1985. Reference crop evapotranspiration from temperature. *Applied Eng. in Agric.*, 1(2): 96-99.

Samani , Z. (2000).- Estimating Solar Radiation and Evapotranspiration Using Minimum Climatological Data . *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Vol. 126, No. 4, pp. 265-267

Tabla de Radiación solar extraterrestre en mm/día (Allen et al., 1998) (Original en $MJ \cdot m^{-2} \cdot dia^{-1}$; 1 mm/dia = 2,45 $MJ \cdot m^{-2} \cdot dia^{-1}$)

	HEMISFERIO NORTE													HEMISFERIO SUR										
Latitud	**Ene**	**Feb**	**Mar**	**Abr**	**May**	**Jun**	**Jul**	**Ago**	**Sep**	**Oct**	**Nov**	**Dic**		**Ene**	**Feb**	**Mar**	**Abr**	**May**	**Jun**	**Jul**	**Ago**	**Sep**	**Oct**	**Nov**	**Dic**
70	0.0	1.1	4.2	9.4	14.4	17.3	16.1	11.4	6.1	2.0	0.0	0.0		16.9	11.7	6.4	2.0	0.1	0.0	0.0	0.9	4.4	9.6	15.2	18.5
68	0.0	1.5	4.8	9.8	14.4	17.1	15.9	11.7	6.6	2.4	0.3	0.0		16.7	12.0	6.9	2.4	0.3	0.0	0.0	1.3	4.9	10.0	15.3	18.2
66	0.2	2.0	5.3	10.1	14.5	16.9	15.8	12.0	7.1	2.9	0.6	0.0		16.7	12.2	7.4	2.9	0.6	0.0	0.2	1.7	5.3	10.4	15.3	18.0
64	0.6	2.4	5.8	10.5	14.7	16.8	15.8	12.2	7.5	3.5	1.0	0.2		16.7	12.6	7.9	3.4	1.0	0.2	0.5	2.2	5.9	10.7	15.5	17.9
62	0.9	2.9	6.3	10.9	14.8	16.8	15.9	12.5	8.0	4.0	1.4	0.5		16.8	12.9	8.3	3.9	1.4	0.5	0.8	2.6	6.3	11.1	15.6	17.9
60	1.3	3.4	6.8	11.2	14.9	16.8	16.0	12.8	8.4	4.4	1.8	0.9		16.9	13.2	8.8	4.4	1.8	0.8	1.2	3.1	6.8	11.5	15.8	17.9
58	1.8	3.9	7.2	11.6	15.1	16.9	16.1	13.1	8.9	4.9	2.2	1.3		17.0	13.5	9.2	4.9	2.2	1.2	1.6	3.6	7.3	11.8	16.0	18.0
56	2.2	4.4	7.7	11.9	15.3	16.9	16.2	13.3	9.3	5.4	2.7	1.7		17.1	13.8	9.6	5.4	2.7	1.6	2.0	4.0	7.8	12.2	16.1	18.0
54	2.7	4.9	8.2	12.2	15.4	16.9	16.2	13.6	9.7	5.9	3.2	2.1		17.2	14.0	10.0	5.9	3.1	2.0	2.4	4.5	8.2	12.5	16.3	18.1
52	3.1	5.4	8.6	12.6	15.6	17.0	16.4	13.8	10.1	6.4	3.7	2.6		17.3	14.3	10.4	6.4	3.6	2.4	2.9	5.0	8.7	12.8	16.4	18.1
50	3.6	5.9	9.1	12.9	15.7	17.0	16.4	14.0	10.5	6.9	4.2	3.1		17.4	14.5	10.9	6.8	4.1	2.9	3.3	5.5	9.1	13.1	16.6	18.2
48	4.1	6.4	9.5	13.1	13.8	17.1	16.5	14.2	10.9	7.4	4.7	3.6		17.5	14.8	11.2	7.3	4.5	3.3	3.8	6.0	9.5	13.4	16.7	18.2
46	46.1	6.9	9.9	13.4	16.0	17.1	16.6	14.4	11.2	7.8	5.1	4.0		17.6	15.0	11.6	7.8	5.0	3.8	4.2	6.4	9.9	13.7	16.8	18.2
44	5.1	7.3	10.3	13.7	16.0	17.1	16.6	14.7	11.6	8.3	5.7	4.5		17.6	15.2	12.0	8.2	5.5	4.3	4.7	6.9	10.3	13.9	16.9	18.2
42	5.6	7.8	10.7	13.9	16.1	17.1	16.7	14.8	11.9	8.7	6.2	5.1		17.7	15.4	12.3	8.7	6.0	4.7	5.2	7.3	10.7	14.2	17.0	18.2
40	6.1	8.3	11.1	14.2	16.2	17.1	16.7	15.0	12.2	9.2	6.7	5.6		17.7	15.6	12.6	9.1	6.4	5.2	5.7	7.8	11.1	14.4	17.1	18.2
38	6.6	8.8	11.5	14.4	16.3	17.1	16.7	15.1	12.5	9.6	7.1	6.0		17.7	15.7	12.9	9.5	6.9	5.7	6.2	8.2	11.4	14.6	17.1	18.2
36	7.1	9.2	11.8	14.6	16.3	17.0	16.7	15.3	12.9	10.0	7.6	6.6		17.7	15.9	13.2	9.9	7.4	6.2	6.6	8.7	11.8	14.8	17.1	18.1
34	7.6	9.7	12.2	14.7	16.3	17.0	16.7	15.3	13.1	10.4	8.1	7.1		17.7	16.0	13.5	10.3	7.8	6.6	7.1	9.1	12.1	15.0	17.1	18.1
32	8.1	10.1	12.5	14.5	16.3	16.9	16.6	15.5	13.4	10.9	8.6	7.6		17.7	16.1	13.8	10.7	8.3	7.1	7.6	9.5	12.4	15.1	17.1	18.0
30	8.6	10.5	12.8	15.0	16.3	16.8	16.6	15.5	13.6	11.3	9.1	8.1		17.6	16.2	14.0	11.1	8.7	7.6	8.0	9.9	12.7	15.3	17.1	17.9
28	9.1	10.9	13.1	15.1	16.3	16.7	16.5	15.6	13.8	11.6	9.5	8.6		17.6	16.2	14.2	11.5	9.2	8.0	8.4	10.3	13.0	15.4	17.1	17.8
26	9.6	11.3	13.4	15.3	16.3	16.6	16.4	15.6	14.1	12.0	10.0	9.1		17.5	16.3	14.4	11.8	9.6	8.5	8.9	10.7	13.3	15.5	17.1	17.7
24	10.0	11.8	13.7	15.3	16.2	16.4	16.3	15.6	14.2	12.3	10.4	9.5		17.3	16.3	14.6	12.2	10.0	8.9	9.3	11.1	13.5	15.6	17.0	17.6
22	10.5	12.1	13.9	15.4	16.1	16.3	16.2	15.7	14.4	12.7	10.9	10.0		17.2	16.4	14.8	12.5	10.4	9.4	9.8	11.5	13.8	15.7	16.9	17.4
20	10.9	12.5	14.2	15.5	16.0	16.1	16.0	15.6	14.6	13.0	11.3	10.4		17.1	16.3	14.9	12.8	10.9	9.8	10.2	11.8	14.0	15.8	16.8	17.2
18	11.4	12.9	14.4	15.5	15.9	16.0	15.9	15.6	14.7	13.3	11.7	10.9		16.9	16.3	15.1	13.1	11.2	10.2	10.6	12.2	14.2	15.8	16.7	17.0
16	11.8	13.2	14.6	15.6	15.8	15.8	15.7	15.6	14.9	13.6	12.1	11.4		16.8	16.3	15.2	13.4	11.6	10.7	11.0	12.5	14.4	15.8	16.6	16.8
14	12.2	13.5	14.7	15.6	15.7	15.6	15.6	15.5	15.0	13.8	12.5	11.8		16.6	16.2	15.3	13.6	12.0	11.1	11.4	12.8	14.5	15.8	16.4	16.6
12	12.6	13.8	14.9	15.5	15.5	15.3	15.3	15.4	15.1	14.1	12.9	12.2		16.4	16.2	15.4	13.9	12.3	11.5	11.8	13.1	14.7	15.8	16.2	16.3
10	13.0	14.1	15.1	15.5	15.3	15.1	15.1	15.3	15.1	14.3	13.2	12.7		16.1	16.0	15.4	14.1	12.7	11.9	12.2	13.4	14.8	15.7	16.0	16.1
8	13.4	14.4	15.2	15.4	15.1	14.8	14.9	15.2	15.2	14.5	13.6	13.1		15.9	15.9	15.5	14.3	13.0	12.2	12.5	13.6	14.9	15.7	15.8	15.8
6	13.8	14.6	15.3	15.3	14.9	14.6	14.7	15.1	15.2	14.7	13.9	13.4		15.6	15.8	15.5	14.5	13.3	12.6	12.9	13.9	15.0	15.6	15.6	15.5
4	14.1	14.9	15.3	15.3	14.7	14.3	14.4	14.9	15.2	14.9	14.2	13.8		15.3	15.6	15.5	14.7	13.6	13.0	13.2	14.1	15.1	15.5	15.3	15.2
2	14.4	15.1	15.4	15.1	14.4	14.0	14.1	14.7	15.2	15.1	14.5	14.2		15.1	15.5	15.5	14.9	13.9	13.3	13.5	14.4	15.1	15.4	15.1	14.9
0	14.8	15.3	15.5	15.0	14.2	13.6	13.8	14.6	15.2	15.3	14.8	14.5		14.8	15.3	15.5	15.0	14.2	13.6	13.8	14.6	15.2	15.3	14.8	14.5

Cálculo de la ETP mediante la fórmula de Jensen-Haise

En los recuadros está un caso práctico resuelto

Calcular la ETP para el mes de Junio en Matacán (aeropuerto a 10 km al Oeste de Salamanca).

Datos generales

Latitud= 41ºN

Altitud=790 metros

Mes más cálido= Julio

Media de las **máximas** diarias de Julio= 29,8ºC

Media de las **mínimas** diarias de Julio= 12,9ºC

Datos para el periodo concreto que se desea calcular: mes de Junio

nº medio de horas de sol= 10,4

temperatura media= 19,6 ºC

1º) Calculamos la presión de vapor a saturación correspondiente a la temperatura media de las **máximas** y de las **mínimas** del mes más cálido mediante la siguiente expresión[1] :

$$e = 6{,}108.\exp\left(\frac{17{,}27.t}{t\ +237{,}3}\right)$$

donde: e = Presión de vapor a saturación (mbar) correspondiente a la temperatura t (ºC)

Aplicamos la fórmula dos veces: con la temperatura media de las **mínimas** y de las **máximas** del mes más cálido, obteniendo respectivamente e_1 y e_2 :

$$e_1 = 6{,}108.\exp\left(\frac{17{,}27\,.12{,}9}{12{,}9\ +237{,}3}\right) = 14{,}88\ mbar$$

$$e_2 = 6{,}108.\exp\left(\frac{17{,}27\,.29{,}8}{29{,}8\ +237{,}3}\right) = 41{,}95\ mbar$$

2º) Calculamos los coeficientes C_T y T_x, necesarios para la fórmula:

$$C_T = \frac{1}{38 - \frac{h}{152{,}5} + \frac{380}{e_2 - e_1}} \qquad ; \qquad T_x = -2{,}5 - 0{,}14(e_2 - e_1) - \frac{h}{550}$$

donde: h = Altitud del lugar (metros)

$$C_T = \frac{1}{38 - \frac{790}{152{,}5} + \frac{380}{41{,}95 - 17{,}88}} = 0{,}0213$$

$$T_x = -2{,}5 - 0{,}14(41{,}95 - 17{,}88) - \frac{790}{550} = -7{,}726$$

[1] **exp (x)** quiere decir e^x. (Surge una confusión con la letra ***e***: aquí nos estamos refiriendo al número ***e*** (2,718...) mientras que en esta fórmula, ***e*** se refiere a la presión de vapor. No la hemos cambiado porque es usual utilizar la ***e*** para esta variable)

3º) Cálculo de *Rs* (Radiación solar incidente sobre la superficie)

Si disponemos de medidas de R_s en otras unidades, podemos convertirlas a su equivalente en **mm/día** (la evaporación equivalente a esa energía):
Para pasar de **MJulio/m^2/día** a **mm./día** multiplicar por : 238,85 / (597,3 -0,57 *T*)
donde *T*= temperatura media del periodo elegido.
Con un mínimo error, basta multiplicar por 0,406.

Si no disponemos de medidas directas de R_s podemos evaluarlo a partir del **número de horas de sol (*n*)**, mediante la expresión siguiente[2]:

$$R_s = R_o\left(0{,}18 + 0{,}55\frac{n}{N}\right)$$

donde: R_o = Radiación solar si no existiera atmósfera (Tabla)
n= número de horas de sol reales (medidas con un heliógrafo)
N = número máximo teórico de horas de sol (Tabla)

Si tampoco disponemos de medidas de horas de sol reales (*n*), se puede estimar *n/N* aproximadamente, para la zona estudiada, por ejemplo: 0,8 para los meses de verano, 0,6 para primavera y otoño, 0,4 para invierno.

Leemos en las tablas, al final de este documento, (para 41º de latitud y para Junio) la radiación solar que llegaría si no hubiera atmósfera (17,3 mm/día) y el máximo teórico de horas de sol (15,1 horas). Datos medidos: 10,4 horas de sol diarias

$$R_s = 17{,}3\left(0{,}18 + 0{,}55\frac{10{,}4}{15{,}1}\right) = 9{,}67 mm/día$$

4º) $$ETP = C_T\,(T-T_x)\,.\,R_s$$

donde: *ETP* = Evapotranspiración (en las mismas unidades que se hayan utilizado para la R_s)
R_s = Radiación solar incidente a nivel del suelo (cal/cm^2/dia ó mm/día)
T = temperatura media del periodo de cálculo elegido (semana, mes,...)
C_T , T_x = calculadas en el paso anterior

Utilizamos los valores de C_T , T_x calculadas en el paso 2º; son constantes para un determinado lugar geográfico. Una vez conocidas, para el cálculo de un periodo concreto se necesitan la temperatura, *T*, y la radiación solar, R_s de ese periodo.

ETP = 0,0213 (19,6-(-7,726)) . 9,67= **5,64 mm./día** = **169,2 mm/mes**

Se adjunta un documento Excel para realizar los cálculos (pero, al menos una vez, conviene hacer los cálculos manualmente)

[2] Existen diversas versiones similares de esta expresión, por ejemplo (Glover et al. 1958, en Martín, 1983, p.292):

$$R_s = R_o\left(0{,}29\cos\lambda + 0{,}52\frac{n}{N}\right)$$

donde: λ = latitud (grados) (válida de 0º a 60º)

Radiación extraterrestre para el hemisferio Norte, expresada en evaporación equivalente (mm/día) (*) (Allen et al. 1998)

Latitud	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
70	0.0	1.1	4.2	9.4	14.4	17.3	16.1	11.4	6.1	2.0	0.0	0.0
68	0.0	1.5	4.8	9.8	14.4	17.1	15.9	11.7	6.6	2.4	0.3	0.0
66	0.2	2.0	5.3	10.1	14.5	16.9	15.8	12.0	7.1	2.9	0.6	0.0
64	0.6	2.4	5.8	10.5	14.7	16.8	15.8	12.2	7.5	3.5	1.0	0.2
62	0.9	2.9	6.3	10.9	14.8	16.8	15.9	12.5	8.0	4.0	1.4	0.5
60	1.3	3.4	6.8	11.2	14.9	16.8	16.0	12.8	8.4	4.4	1.8	0.9
58	1.8	3.9	7.2	11.6	15.1	16.9	16.1	13.1	8.9	4.9	2.2	1.3
56	2.2	4.4	7.7	11.9	15.3	16.9	16.2	13.3	9.3	5.4	2.7	1.7
54	2.7	4.9	8.2	12.2	15.4	16.9	16.2	13.6	9.7	5.9	3.2	2.1
52	3.1	5.4	8.6	12.6	15.6	17.0	16.4	13.8	10.1	6.4	3.7	2.6
50	3.6	5.9	9.1	12.9	15.7	17.0	16.4	14.0	10.5	6.9	4.2	3.1
48	4.1	6.4	9.5	13.1	13.8	17.1	16.5	14.2	10.9	7.4	4.7	3.6
46	46.1	6.9	9.9	13.4	16.0	17.1	16.6	14.4	11.2	7.8	5.1	4.0
44	5.1	7.3	10.3	13.7	16.0	17.1	16.6	14.7	11.6	8.3	5.7	4.5
42	5.6	7.8	10.7	13.9	16.1	17.1	16.7	14.8	11.9	8.7	6.2	5.1
40	6.1	8.3	11.1	14.2	16.2	17.1	16.7	15.0	12.2	9.2	6.7	5.6
38	6.6	8.8	11.5	14.4	16.3	17.1	16.7	15.1	12.5	9.6	7.1	6.0
36	7.1	9.2	11.8	14.6	16.3	17.0	16.7	15.3	12.9	10.0	7.6	6.6
34	7.6	9.7	12.2	14.7	16.3	17.0	16.7	15.3	13.1	10.4	8.1	7.1
32	8.1	10.1	12.5	14.5	16.3	16.9	16.6	15.5	13.4	10.9	8.6	7.6
30	8.6	10.5	12.8	15.0	16.3	16.8	16.6	15.5	13.6	11.3	9.1	8.1
28	9.1	10.9	13.1	15.1	16.3	16.7	16.5	15.6	13.8	11.6	9.5	8.6
26	9.6	11.3	13.4	15.3	16.3	16.6	16.4	15.6	14.1	12.0	10.0	9.1
24	10.0	11.8	13.7	15.3	16.2	16.4	16.3	15.6	14.2	12.3	10.4	9.5
22	10.5	12.1	13.9	15.4	16.1	16.3	16.2	15.7	14.4	12.7	10.9	10.0
20	10.9	12.5	14.2	15.5	16.0	16.1	16.0	15.6	14.6	13.0	11.3	10.4
18	11.4	12.9	14.4	15.5	15.9	16.0	15.9	15.6	14.7	13.3	11.7	10.9
16	11.8	13.2	14.6	15.6	15.8	15.8	15.7	15.6	14.9	13.6	12.1	11.4
14	12.2	13.5	14.7	15.6	15.7	15.6	15.6	15.5	15.0	13.8	12.5	11.8
12	12.6	13.8	14.9	15.5	15.5	15.3	15.3	15.4	15.1	14.1	12.9	12.2
10	13.0	14.1	15.1	15.5	15.3	15.1	15.1	15.3	15.1	14.3	13.2	12.7
8	13.4	14.4	15.2	15.4	15.1	14.8	14.9	15.2	15.2	14.5	13.6	13.1
6	13.8	14.6	15.3	15.3	14.9	14.6	14.7	15.1	15.2	14.7	13.9	13.4
4	14.1	14.9	15.3	15.3	14.7	14.3	14.4	14.9	15.2	14.9	14.2	13.8
2	14.4	15.1	15.4	15.1	14.4	14.0	14.1	14.7	15.2	15.1	14.5	14.2
0	14.8	15.3	15.5	15.0	14.2	13.6	13.8	14.6	15.2	15.3	14.8	14.5

(*) La tabla está expresada en MJ /m^2 /día. Aquí está convertida en mm/día de acuerdo con la equivalencia: 1 mm = 2,45 MJ/m^2 (Allen et al., op. cit.)

Número máximo de horas de sol en el hemisferio Norte (**) (Allen et al. 1998)

Latitud	Ene.	Feb.	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
70	0	6.6	11	15.6	21.3	24	24	17.6	12.8	8.3	2.3	0
68	1.1	7.3	11.1	15.3	19.7	24	22.3	17	12.7	8.7	4.1	0
66	3.9	7.8	11.2	14.9	18.7	22	20.3	16.4	12.7	9	5.2	1.9
64	5	8.2	11.2	14.7	17.9	20.3	19.2	16	12.6	9.3	6	3.7
62	5.7	8.5	11.3	14.4	17.3	19.2	18.4	15.7	12.6	9.5	6.6	4.8
60	6.4	8.8	11.4	14.2	16.8	18.4	17.7	15.3	12.5	9.7	7.1	5.6
58	6.9	9.1	11.4	14.1	16.4	17.8	17.2	15.1	12.5	9.9	7.5	6.2
56	7.3	9.3	11.5	13.9	16	17.3	16.8	14.8	12.4	10.1	7.9	6.7
54	7.7	9.5	11.5	13.8	15.7	16.8	16.4	14.6	12.4	10.2	8.2	7.1
52	8	9.7	11.5	13.6	15.4	16.5	16	14.4	12.4	10.3	8.5	7.5
50	8.3	9.8	11.6	13.5	15.2	16.1	15.7	14.3	12.3	10.4	8.7	7.9
48	8.6	10	11.6	13.4	15	15.8	15.5	14.1	12.3	10.6	9	8.2
46	8.8	10.1	11.6	13.3	14.8	15.5	15.2	14	12.3	10.7	9.2	8.5
44	9.1	10.3	11.6	13.2	14.6	15.3	15	13.8	12.3	10.7	9.4	8.7
42	9.3	10.4	11.7	13.2	14.4	15	14.8	13.7	12.3	10.8	9.6	9
40	9.5	10.5	11.7	13.1	14.2	14.8	14.6	13.6	12.2	10.9	9.7	9.2
38	9.6	10.6	11.7	13	14.1	14.6	14.4	13.5	12.2	11	9.9	9.4
36	9.8	10.7	11.7	12.9	13.9	14.4	14.2	13.4	12.2	11.1	10.1	9.6
34	10	10.8	11.8	12.9	13.8	14.3	14.1	13.3	12.2	11.1	10.2	9.7
32	10.1	10.9	11.8	12.8	13.6	14.1	13.9	13.2	12.2	11.2	10.3	9.9
30	10.3	11	11.8	12.7	13.5	13.9	13.8	13.1	12.2	11.3	10.5	10.1
28	10.4	11	11.8	12.7	13.4	13.8	13.6	13	12.2	11.3	10.6	10.2
26	10.5	11.1	11.8	12.6	13.3	13.6	13.5	12.9	12.1	11.4	10.7	10.4
24	10.7	11.2	11.8	12.6	13.2	13.5	13.3	12.8	12.1	11.4	10.8	10.5
22	10.8	11.3	11.9	12.5	13.1	13.3	13.2	12.8	12.1	11.5	10.9	10.7
20	10.9	11.3	11.9	12.5	12.9	13.2	13.1	12.7	12.1	11.5	11	10.8
18	11	11.4	11.9	12.4	12.8	13.1	13	12.6	12.1	11.6	11.1	10.9
16	11.1	11.5	11.9	12.4	12.7	12.9	12.9	12.5	12.1	11.6	11.2	11.1
14	11.3	11.6	11.9	12.3	12.6	12.8	12.8	12.5	12.1	11.7	11.3	11.2
12	11.4	11.6	11.9	12.3	12.6	12.7	12.6	12.4	12.1	11.7	11.4	11.3
10	11.5	11.7	11.9	12.2	12.5	12.6	12.5	12.3	12.1	11.8	11.5	11.4
8	11.6	11.7	11.9	12.2	12.4	12.5	12.4	12.3	12	11.8	11.6	11.5
6	11.7	11.8	12	12.1	12.3	12.3	12.3	12.2	12	11.9	11.7	11.7
4	11.8	11.9	12	12.1	12.2	12.2	12.2	12.1	12	11.9	11.8	11.8
2	11.9	11.9	12	12	12.1	12.1	12.1	12.1	12	12	11.9	11.9
0	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

(**) Para el hemisferio Sur corresponde el valor complementario de 24, por ejemplo: para Enero a 30º de latitud Sur: 24 – 10,3 = 13,7 horas

Bibliografía

Allen, R.G.; L. S. Pereira y D. Raes (1998).- *Crop evapotranspiration - Guidelines for computing crop water requirements* - FAO Irrigation and drainage paper **56** Disponible en Internet en: http://www.fao.org/docrep/X0490E/X0490E00.htm#Contents

Aparicio, F.J. (1997).- *Fundamentos de Hidrología de Superficie*. Limusa, 303 pp.

Doreenbos, J. y W.O. Pruitt (1977).- Las necesidades de agua de los cultivos. *Riego y Drenaje,* **24**. FAO. 195 pp. (Este trabajo ha sido actualizado por la FAO mediante el de Allen et al. 1998)

Martín, M. (1983).- Componentes primarios de Ciclo Hidrológico. *En*: *Hidrología Subterránea*, (E. Custodio & M.R. Llamas, eds.). Omega: 281-350.

Sánchez, M.I. (1992).- Métodos para el estudio de la evaporación y evapotranspiración. *Cuadernos Técnicos Sociedad Española de Geomorfología*, nº 3, 36 pp.

Shuttleworth, W. J. (1992).- Evaporation. *En: Handbook of Hydrology*, (Maidment, D. R., editor). McGraw-Hill: 4.1- 4.53

Singh, V.P. (1992).- *Elementary Hydrology*. Prentice Hall, 973 pp.

Medida de caudales

Medidas de los caudales: Tipos de aforos

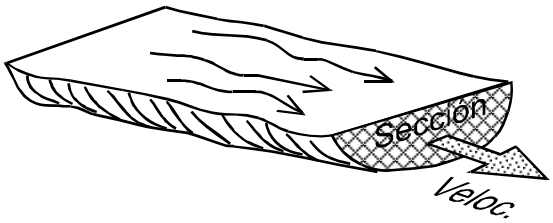
Aforar es medir un caudal. En Hidrología superficial puede ser necesario medir desde pequeños caudales (unos pocos litros /seg.) hasta grandes ríos con caudales de centenares o miles de m^3/seg. Distinguimos dos tipos de aforos:

- *Aforos directos*. Con algún aparato o procedimiento medimos directamente el caudal
- *Aforos indirectos o continuo*s. Medimos el nivel del agua en el cauce, y a partir del nivel estimamos el caudal.

Para medir el caudal diariamente o de un modo continuo en diversos puntos de una cuenca se utilizan los aforos *indirectos*, por eso también se les denomina *continuos*.

Aforos Directos

Estimación aproximada con flotadores



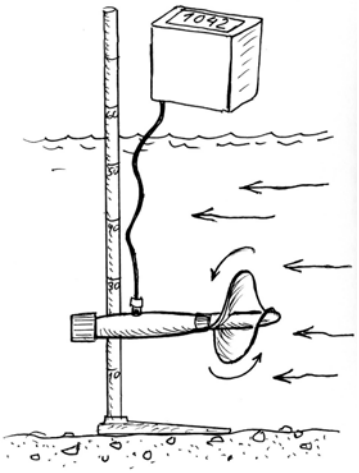
El procedimiento se basa en medir la velocidad del agua y aplicar a ecuación:

Caudal= Sección x Velocidad

m^3/ seg = m^2 x m/seg

Para una estimación, la velocidad se calcula arrojando algún objeto que flote al agua, y la sección se estima muy aproximadamente (anchura media x profundidad media). Este procedimiento da grandes errores, pero proporciona un orden de magnitud.

A veces se aconseja multiplicar el valor obtenido con flotadores por un coeficiente del orden de 0,7 ó 0,8, ya que con los flotadores suele medirse preferentemente la velocidad en la parte central del cauce, no teniendo en cuenta las partes próximas a las orillas, de velocidades más bajas, obteniéndose un error por exceso.



Molinete

La medida exacta de la velocidad se realiza con un molinete[1]. Se mide la velocidad de la corriente en varios puntos de la misma vertical y en varias verticales de la sección del cauce (Figura 3). A la vez que se miden las velocidades se mide la profundidad en cada vertical y la

[1] Los modelos modernos indican directamente la velocidad (convierten automáticamente el número de vueltas en velocidad del agua). Los modelos más antiguos muestran sólo el número de vueltas; necesitamos un reloj para leer *nº vueltas/minuto* y con una sencilla ecuación propia de cada aparato, se convierte *nº vueltas/minuto* en *velocidad* (m/segundo)

anchura exacta del cauce y, lo que nos permite establecer la sección con bastante precisión.

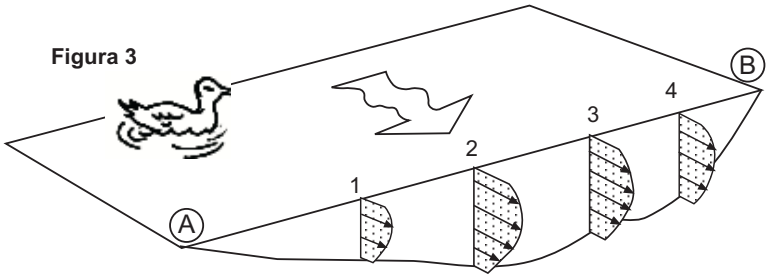


Figura 3

En el ejemplo de la Figura 3 se han realizado medidas en cuatro verticales: En cada vertical se mide la distancia desde la orilla (distancias A-1, A-2, etc.), la profundidad en ese punto, y se realizan una o varias medidas de la **velocidad** a distintas profundidades. En el ejemplo del dibujo se han realizado: dos medidas en la vertical 1, cuatro medidas en las verticales 2 y 3 y tres medidas en la vertical 4.

A partir de las velocidades se obtiene el caudal por el siguiente procedimiento:

1º) Se dibujan a escala los perfiles de corriente correspondientes a cada vertical donde se midió con el molinete (Figura 4). Se planimetra cada uno de los perfiles. Como en horizontal están las velocidades en **m/seg** y en vertical la profundidad en **metros**, la superficie planimetrada en cada perfil estará en **m²/seg**.

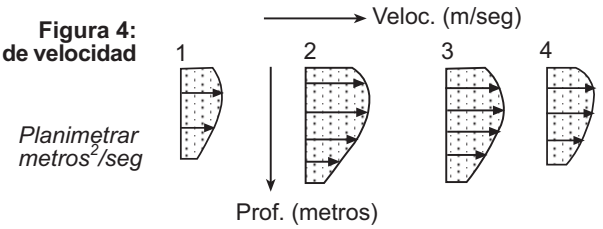


Figura 4: Perfiles de velocidad

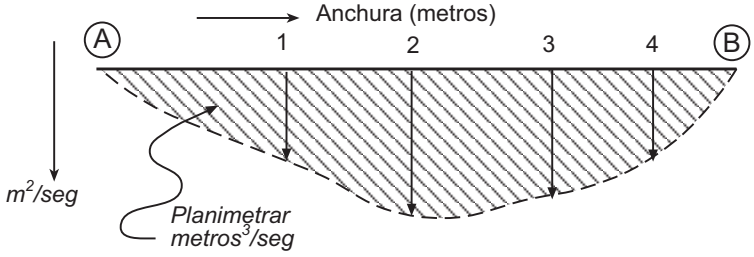


Figura 5 (Vista en planta)

2º) Se dibuja una vista en planta del cauce, en abcisas la anchura del mismo, señalando los puntos exactos donde se midió, y en ordenadas los vectores en m^2/seg cuyas longitudes corresponden a la planimetría del punto anterior. Se traza la envolvente de todos estos vectores, planimetrando de nuevo. Esta planimetría, convertida a la escala del gráfico, ya es el caudal (en horizontal la anchura en metros, en vertical m^2/seg: el producto en m^3/seg).

(Ver un ejemplo detallado en el documento "Aforo con molinete"[2])

Aforos químicos

Su fundamento es el siguiente: Arrojamos una sustancia de concentración conocida a un cauce, se diluye en la corriente, y aguas abajo tomamos muestras y las analizamos. Cuanto mayor sea el caudal, más diluidas estarán las muestras recogidas. La aplicación concreta de este principio se puede ejecutar con dos procedimientos distintos:

Aforos de vertido constante

A un cauce de caudal Q (que queremos medir) se añade un pequeño caudal continuo q de una disolución de concentración conocida C_1. Supongamos que el río ya tenía una concentración C_0 de esa misma sustancia. Se cumplirá que:

[2] http://hidrologia.usal.es/practicas/molinete_metodo.pdf

$$Q + q = Q_2 \qquad [1]$$

$$Q \cdot C_0 + q \cdot C_1 = C_2 \cdot Q_2 \qquad [2]$$

Podemos suponer que Q_2 es casi igual a Q (es decir que el caudal del río prácticamente no ha variado con el vertido q). Haciendo $Q_2 = Q$ y despejando resulta:

$$Q = q \frac{C_1}{C_2 - C_0} \qquad [3]$$

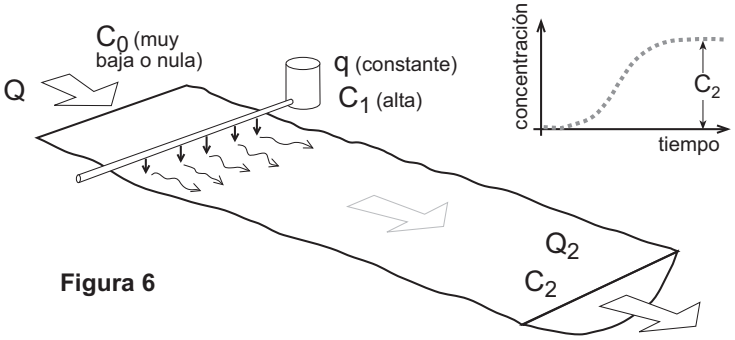


Figura 6

Sin considerar la simplificación $Q_2 = Q$ sustituimos Q_2 de [1] en [2], y despejamos Q , obteniendo la siguiente expresión, que en la práctica proporciona un resultado casi idéntico al obtenido mediante [3]:

$$Q = q \frac{C_1 - C_2}{C_2 - C_0} \qquad [4]$$

Si se utiliza una sustancia no contenida previamente en el río: $C_0 \approx 0$, la ecuación [3] se simplifica así:

$$Q = q \frac{C_1}{C_2} \qquad [5]$$

Ejemplo: Se vierte un caudal constante de 0,4 litros/seg con una concentración de 30 g/L y en la muestra recogida aguas abajo se registra una concentración de 3,1 mg./L. La concentración previa en el río de la sustancia vertida es de 0,5 mg/L.

Aplicando la fórmula [3] (convertimos los 30 g/L en 30000 mg/L):

$$Q = 0{,}4 \frac{30000}{3{,}1 - 0{,}5} = 4615 \ litros/seg = 4{,}6 \ m^3/seg$$

Si aplicamos la fórmula exacta [4], obtenemos un resultado casi idéntico:

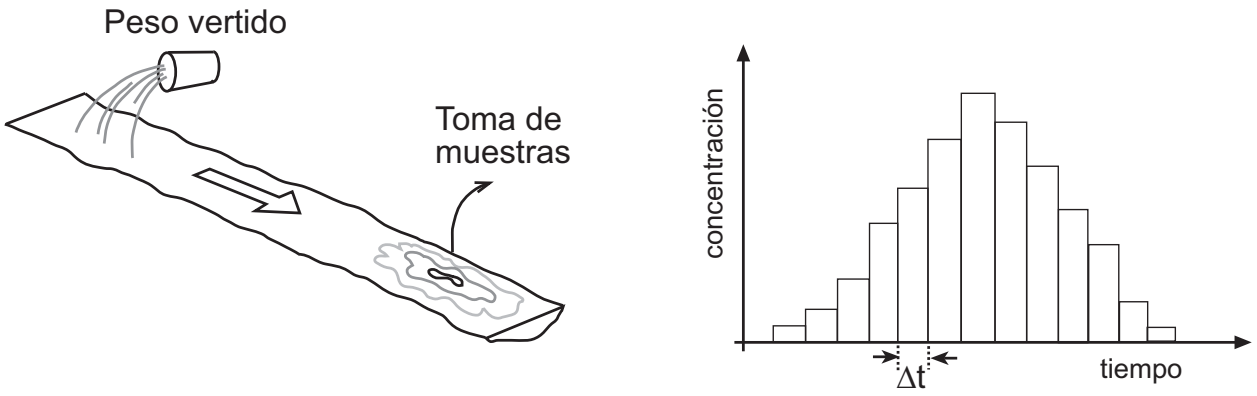
$$Q = 0{,}4 \frac{30000 - 3{,}1}{3{,}1 - 0{,}5} = 4614 \ litros/seg = 4{,}6 \ m^3/seg$$

Si no hubiéramos tenido en cuenta la concentración previa del río (C_0 = 0,5 mg/L), habríamos aplicado la expresión [5], con un error apreciable:

$$Q = 0{,}4 \frac{30000}{3{,}1} = 3870 \ litros/seg = 3{,}87 \ m^3/seg$$

Aforos de vertido único o de integración

Si no se dispone del equipo necesario para el vertido continuo o no es posible por otras razones, el vertido único de una sustancia al cauce es otra alternativa, aunque requiere una corriente turbulenta que asegure la mezcla del vertido con todo el caudal circulante hasta el punto de toma de muestras.



Se vierte un peso conocido; aguas abajo, y supuesta la homogeneización, se toman varias muestras a intervalos iguales de tiempo **Δt**, calculando previamente el principio y el final de la toma de muestras con un colorante. Las concentraciones en las **n** muestras tomadas serían $\mathbf{C_1}$, $\mathbf{C_2}$, ... $\mathbf{C_n}$. El cálculo sería así:

Peso vertido= Peso que pasa en el 1er Δt + Peso en el 2º Δt + ...+Peso en el último Δt =

$= C_1 \cdot$ Vol que pasa en el 1er Δt + $C_2 \cdot$ Vol en el 2º Δt + ...+ $C_n \cdot$ Vol en el último Δt =

$= C_1 . Q . \Delta t + C_2 . Q . \Delta t + ... + C_n . Q . \Delta t =$

$= Q . \Delta t . (C_1 + C_2 + ... + C_n)$

Despejando *Q*, resulta:

$$Q = \frac{\text{Peso vertido}}{\Delta t .(C_1 + C_2 + ... + Cn)} \qquad [6]$$

En lo anterior hemos supuesto que el río no contenía la sustancia vertida. Si, por el contrario, la concentración previa en el cauce es C_0, y no es despreciable, y C_1, C_2, etc. son las concentraciones recogidas agua abajo, la expresión que utilizaríamos para el cálculo sería:

$$Q = \frac{\text{Peso vertido}}{\Delta t .[(C_1 - C_0) + (C_2 - C_0) + ... + (C_n - C_0)]} \qquad [7]$$

Aforos indirectos

Escalas limnimétricas

Se trata de escalas graduadas en centímetros y firmemente sujetas en el suelo, a veces adosadas al pilar de un puente. En cauces muy abiertos puede ser necesario instalar varias escalas de manera que el final de una corresponda al comienzo de la siguiente (Figura 8). Es necesario que un operario acuda cada día a tomar nota de la altura del agua.

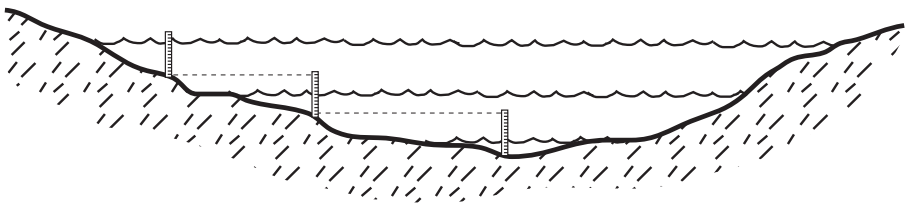
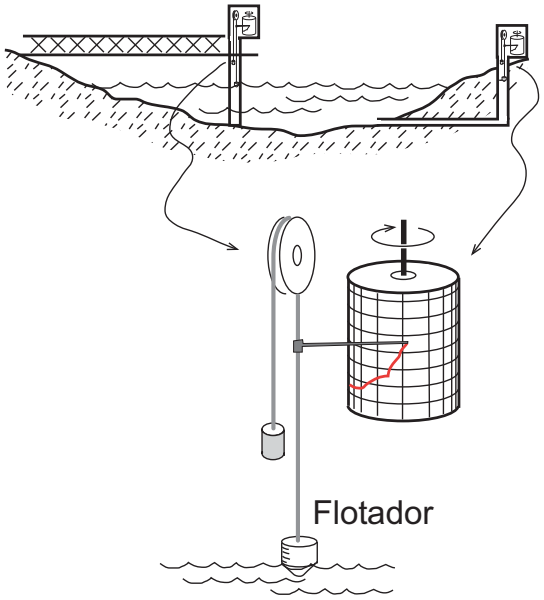


Fig. 8.- Escalas limnimétricas escalonadas

Limnígrafos

Miden el nivel guardando un registro gráfico o digital del mismo a lo largo del tiempo. El gráfico que proporcionan (altura del agua en función del tiempo) se denomina **limnigrama**. No solamente evitan la presencia diaria de un operario, sino que permiten apreciar la evolución del caudal de un modo continuo.

El modelo clásico funciona con un flotador que, después de disminuir la amplitud de sus oscilaciones mediante unos engranajes, hace subir y bajar una plumilla sobre un tambor giratorio. En la figura se muestran dos posibles accesos al centro del cauce: aéreo o subterráneo



Los equipos más modernos almacenan los niveles del flotador digitalmente, para después leerlos en un ordenador, o bien los envían instantáneamente al organismo de control. Otro tipo de dispositivos sin ninguna pieza móvil se colocan en el fondo del cauce, miden la presión y la traducen a altura de columna de agua sobre él.

Curva de gastos (*Rating curve)*

En cualquiera de los casos, el limnígrafo o la escala limnimétrica solamente miden el **nivel del agua**, necesitamos una ecuación que convierta el nivel en caudal. Para obtener esta curva para un punto concreto de un cauce, será necesario realizar numerosos aforos directos para establecer la relación entre niveles y caudales, que nos permitirá **obtener el caudal a partir de la altura**. En la figura 10 se muestran unos puntos de aforos directos sobre los que se ha realizado un ajuste polinómico y otro potencial. En este ejemplo, con cualquiera de las dos ecuaciones obtendremos el caudal a partir de un dato de nivel del agua en el cauce.

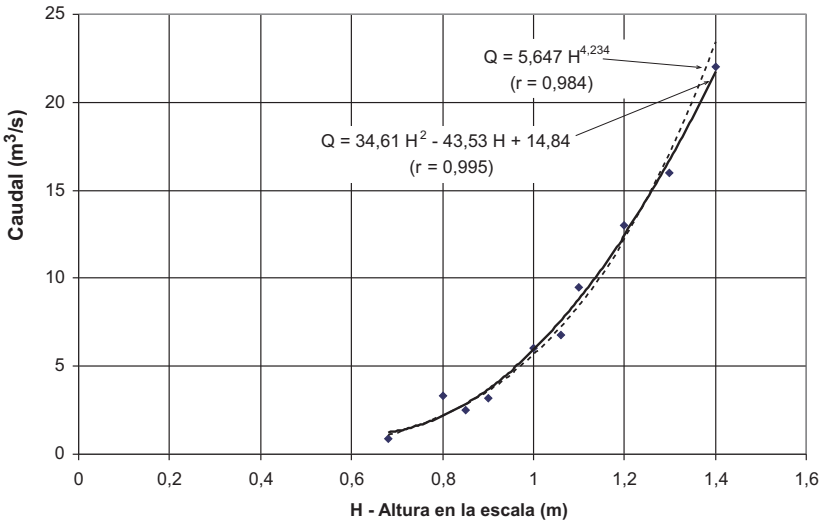


Fig. 10.- Curva de gastos (relación altura-caudal)

Esta relación hay que actualizarla periódicamente ya que la sección del cauce puede sufrir variaciones por erosión o deposición de sedimentos.

No en todos los puntos de un cauce el caudal es función solamente de la altura. Puede ser función de la altura y de la pendiente del agua. A veces es necesario instalar una presa o barrera para conseguir que sea sólo función de la altura.

Aforadores de vertedero (*Weirs*)

Un vertedero es cualquier estructura transversal a la corriente que eleva el nivel aguas arriba y permite la circulación a través de una abertura de forma triangular, trapezoidal o rectangular (Figura 11[3]). La forma triangular es más sensible a la medida de caudales pequeños que ocuparán solamente el vértice el triángulo invertido.

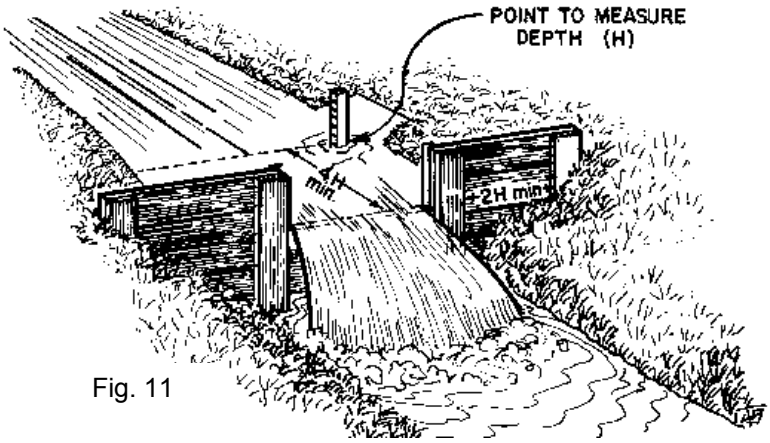
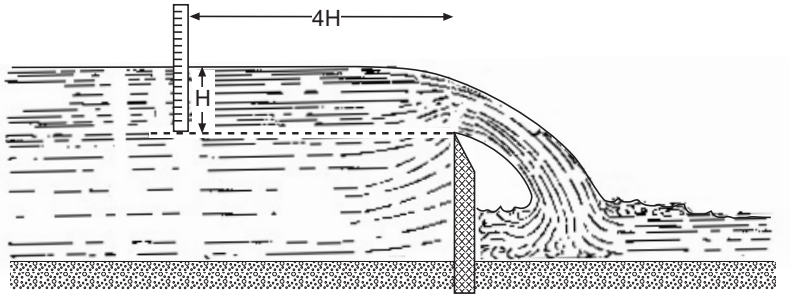


Fig. 11

En cauces pequeños a veces se realiza una instalación provisional con una placa de metal, plástico o de madera (figura 11), mientras que en otras ocasiones se trata de construcciones fijas y de mayores dimensiones.



Existen diversas fórmulas que relacionan la altura del agua con el caudal. Para el vertedero rectangular es muy utilizada la clásica fórmula de Francis (1883, en Kraatz, 1975, p.185):

$$Q = 1{,}84\ (b - 0{,}2\ H) \cdot H^{3/2} \qquad [8]$$

Aunque es más exacto incluir un coeficiente para cada caso concreto, como en esta sencilla ecuación (Bansal, 2005):

$$Q = \frac{2}{3}\ C \cdot b\ \sqrt{2g} \cdot H^{3/2} \qquad [9]$$

Para un vertedero triangular con el pico de la V a 90º, Bansal (op.cit.) propone[4]:

$$Q = \frac{8}{15}\ C\ \sqrt{2g} \cdot H^{5/2} \qquad [10]$$

donde: Q = caudal (m^3/s)

C = constante propia del vertedero; si no se conoce, aprox.: 0,60

b = anchura de la abertura rectangular (metros)

g = aceleración de la gravedad (9,81 m^2/s)

H = altura del agua sobre la base de la abertura rectangular (metros)

---

[3] Esta figura procede de: Smajstrla , A.G. (1981).-*Weirs for Open-Channel Flow Measurement*, Institute of Food and Agricultural Sciences, University of Florida (http://ufdc.ufl.edu/IR00001503/00001),documento de tres páginas al que inexplicablemente le faltan las fórmulas.

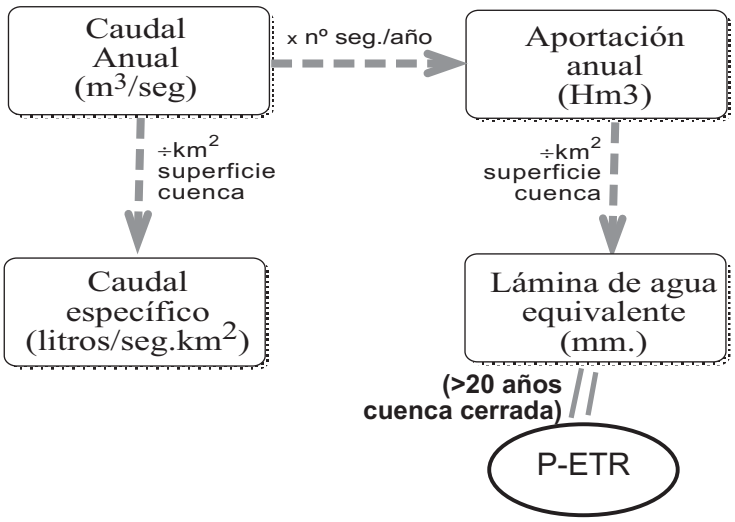
[4] La expresión general para una V con un ángulo cualquiera θ, es: $Q = \frac{8}{15}\ C \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\sqrt{2g} \cdot H^{5/2}$

Presentación de los datos de aforos

Los datos de aforos pueden presentarse de los siguientes modos, según la utilización que se vaya a hacer de ellos:

- **Caudales** *(m^3/seg, litros/seg)*, que, aunque se trata de un dato instantáneo, pueden referirse al valor medio de distintos periodos de tiempo:
  - **Caudales diarios.** Lectura diaria de una escala limnimétrica u ordenada media del gráfico diario de un limnígrafo.
  - **Caudales mensuales, mensuales medios**. Para un año concreto es la media de todos los días de ese mes. Para una serie de años se refiere a la media de todos los Octubres, Noviembres, etc. de la serie estudiada.
  - **Caudal anual, anual medio (módulo).** Para un año concreto es la media de todos los días de ese año, para una serie de años se refiere a la media de todos los años de la serie considerada.

- **Aportación**, normalmente referida a un año, **aportación anual,** aunque a veces la referimos a un mes, **aportación mensual**. Es el volumen de agua aportado por el cauce en el punto considerado durante un año o un mes *(Hm^3)*. Puede referirse a un año concreto o la media de una serie de años.



- **Caudal específico**: Caudal por unidad de superficie. Representa el caudal aportado por cada km^2 de cuenca. Se calcula dividiendo el caudal (normalmente el caudal medio anual, en m^3/seg.) por la superficie de la cuenca considerada *(Litros/seg/km^2)*. Nos permite comparar el caudal de diversas cuencas, siendo sus superficies distintas. Las áreas de montaña proporcionan más de 20 litros/seg/km^2, mientras que, en las partes bajas de la misma cuenca se generan solamente 4 ó 5 litros/seg/km^2

- **Lámina de agua equivalente.** Es el espesor de la lámina de agua que se obtendría repartiendo sobre toda la cuenca el volumen de la aportación anual (Unidades: *mm.*). Se obtiene dividiendo al aportación anual por la superficie de la cuenca. Es útil especialmente cuando queremos comparar la escorrentía con las precipitaciones. Si la cuenca es hidrogeológicamente cerrada y los datos proceden de más de 20 años, este valor debe ser similar a las precipitaciones no evapotranspiradas (P-ETR).

Bibliografía

Bansal, R.K. (2005).- *Fluid Mechanics and Hydraulic Machines*. Laxmi Pub. 9ª ed. 1095 pp.

Kraatz, D.B. y I.K. Mahajan (1975).- Small Hydraulic Structures. *FAO Irrigation and Drainage Papers,* **26**, 292 pp. [ftp://ftp.fao.org/agl/aglw/docs/idp26_2.pdf]

Aforo con molinete

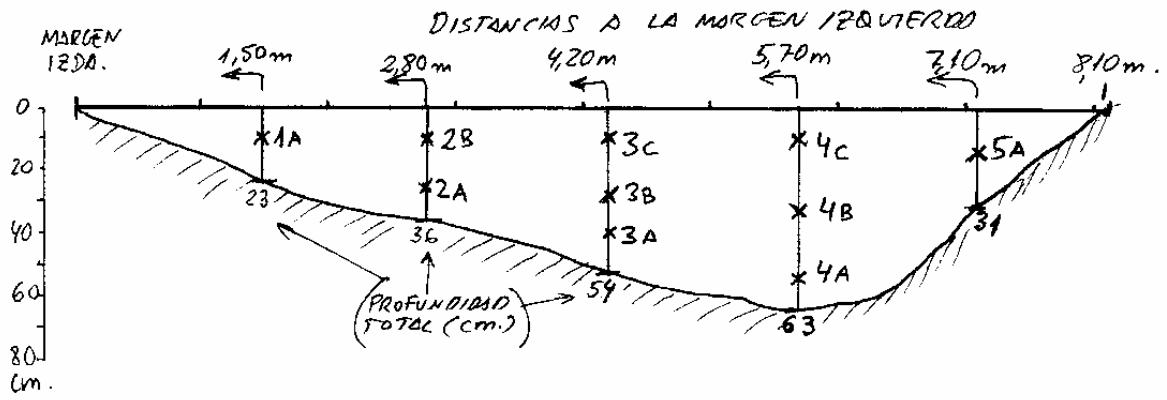
En el Tema T050 se indica el procedimiento para calcular el caudal de un cauce a partir de los datos tomados con un molinete. Vamos a ver aquí un ejemplo resuelto paso a paso.

Datos de campo:

En el cuadro aparecen las medidas realizadas en el campo:

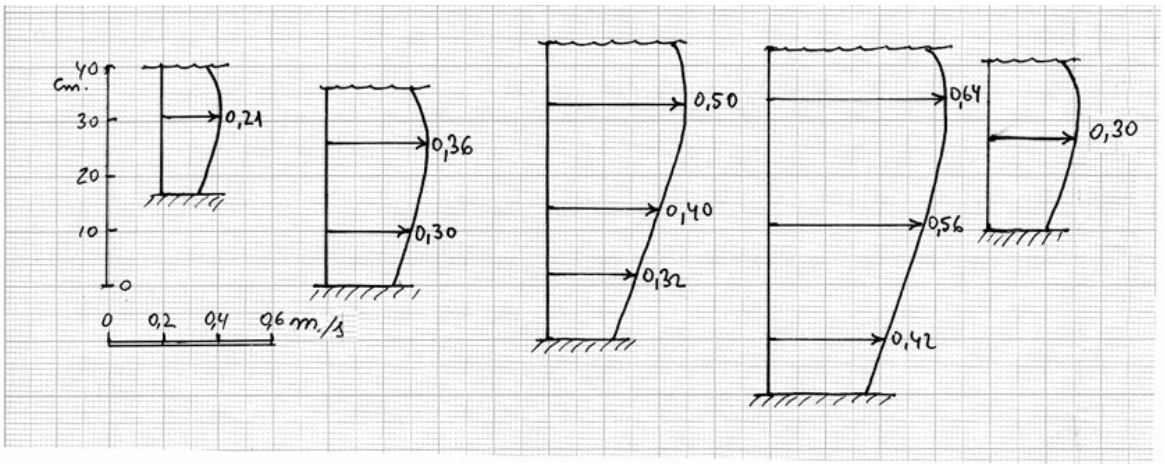
Vertical	Distancia a la margen izda (m)	Profundidad total (cm)	Medida	Distancia desde el fondo (cm)	Velocidad (m/s)
1	1,50	23	1A	14	0,21
2	2,80	36	2A	10	0,30
"	"	"	2B	26	0,36
3	4,20	54	3A	12	0,32
"	"	"	3B	24	0,40
"	"	"	3C	43	0,50
4	5,70	63	4A	10	0,42
"	"	"	4B	31	0,56
"	"	"	4C	54	0,64
5	7,10	31	5A	17	0,30
margen derecha	8,10	0			

Este sería un esquema de la disposición de la medidas realizadas:



Perfiles de flujo:

Con los datos anteriores dibujamos los perfiles de flujo sobre papel milimetrado: profundidad en vertical y velocidad de la corriente en horizontal.



Los perfiles de flujo se trazan a estima, siguiendo los extremos de los vectores velocidad, pero la forma curvada del perfil en gran parte hay que intuirla, especialmente en las verticales en que hemos realizado una sola medida.

Planimetramos los cinco perfiles y obtenemos las superficies que aparecen en la segunda columna de la tabla:

Perfil nº	Superficie (cm^2)	Equivale a (m^2/s)
1	2,16	0,0432
2	5,84	0,1168
3	11,01	0,2202
4	16,84	0,3368
5	4,49	0,0898

Por la escala elegida para dibujar los perfiles, cada cm^2 de papel equivale a 0,2 m/s en horizontal por 0,1 m de profundidad en vertical, es decir:

$$1\ cm^2 = 0{,}2\ m/s \cdot 0{,}1\ m = 0{,}02\ m^2/s$$

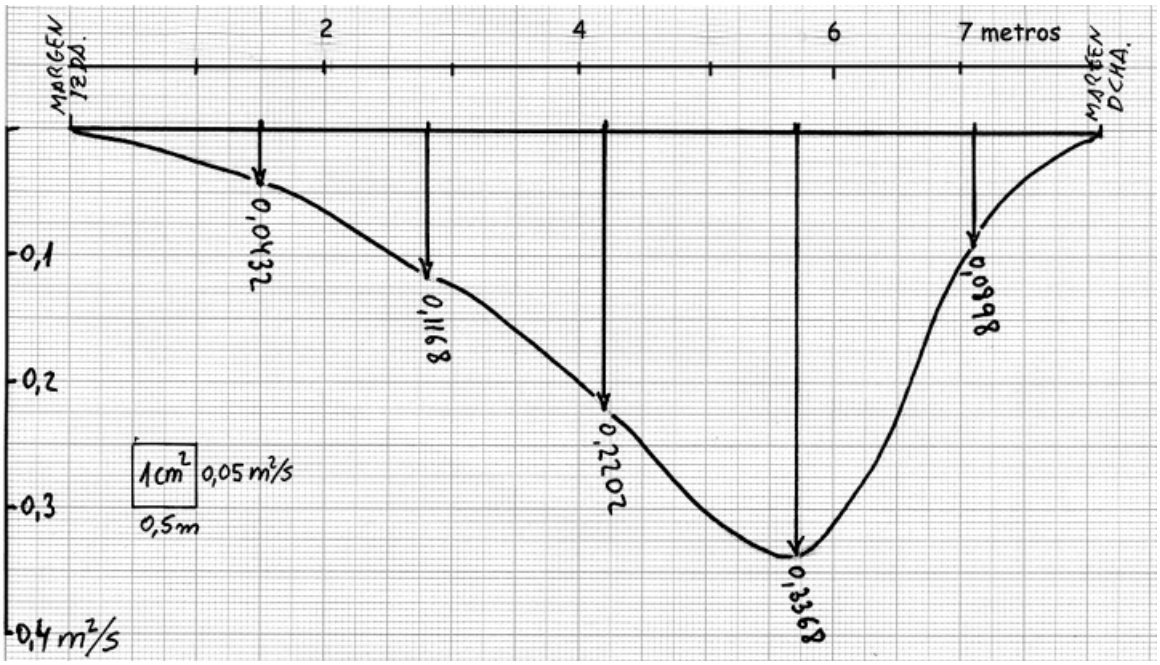
Multiplicando por este factor (0,02) obtenemos la tercera columna

(Obviamente, en cada caso utilizar las escalas más convenientes, pero al final, realizar un cálculo similar a éste)

Hay molinetes digitales que se mueven de arriba a abajo y nos dan directamente la velocidad media de esa vertical. En ese caso, bastaría multiplicar esa velocidad media por la profundidad para obtener m^2/s

Cálculo del caudal

Con los valores (m^2/s) hallados en el apartado anterior, representamos el gráfico siguiente:



Podemos considerar que se trata de una visiòn en planta del cauce, en horizontal figura la anchura del mismo y la situación exacta de cada perfil. En vertical figura la magnitud obtenida de cada perfil de flujo. Unimos los extremos de los vectores con una envolvente de formas suaves. Planimetrando este gráfico y multiplicandolo por la escala elegida, tendremos el caudal:

Superficie en el papel: 46,58 cm^2

Valor de cada cm2 =0,5 m · 0,05 m^2/s =0,025 m^3/s

Caudal = 46,58 · 0,025 = **1,16 m^3/s**

Curvas de caudales clasificados

Concepto

La **Curva de Caudales Clasificados (CCC)** (en inglés *Flow Duration Curve*, FDC) [1] **representa los 365 caudales del año ordenados de mayor a menor**.

La curva puede representar los 365 caudales de un año hidrológico concreto, o haber sido elaborada con datos diarios de una larga serie de años.

Su utilidad es inmediata: si se está proyectando una obra que necesita un caudal mínimo, la curva indica cuántos días al año no se alcanzará ese caudal necesario.

En la figura 1 representamos los 365 caudales diarios del río Eresma en Olmedo[2], año 1996-97[3] ordenados de mayor a menor (de 107,2 a 0,48 m^3/s):

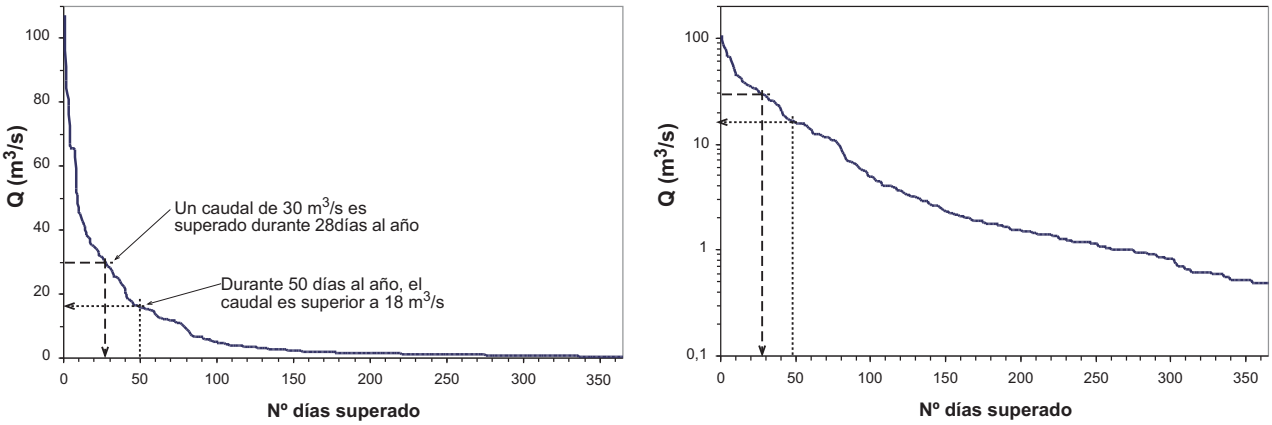


Figura 1.- Curva de Caudales Clasificados para el río Eresma en Olmedo, año 1996-97

A la izquierda ambos ejes son aritméticos, mientras que a la derecha los caudales están representados en escala logarítmica. En ambos se puede leer fácilmente qué caudal es superado durante 50 días al año (figura 1, líneas de puntos), o inversamente cuántos días al año se supera un caudal de 30 m^3/s (figura 1, líneas de trazos). En el gráfico aritmético, a la izquierda, no se pueden hacer lecturas aceptables a partir de 150 días; en el gráfico semilogarítmico, a la derecha, este rango de lecturas es correcto.

Construcción de una curva de caudales clasificados para varios años

Los gráficos anteriores son representativos solamente para ese año concreto. Si pretendemos mostrar el comportamiento del río, debemos considerar los caudales diarios de varios años.

Para ello, hemos recogido caudales diarios del río Eresma en Olmedo (1978-79 a 2009-10)[4]. Sólo están completos 29 de esos 32 años, que son los que utilizaremos.

Para su realización es necesaria la Hoja de Cálculo (Figura 2). Situamos todos los datos diarios disponibles (de varios años) en una única columna, los ordenamos de mayor a menor. Añadimos una columna con el número de orden y en una tercera columna calculamos la probabilidad sobre el total de días (en nuestro ejemplo, con datos diarios de 29 años: 10591 días).

---

[1] Al realizar una traducción literal del inglés, también se utiliza la poco significativa denominación *Curva de duración de caudales* o la aún más abstrusa *Curva de permanencia de caudales*. En francés: *Courbe des débits classés*

[2] Superficie receptora: 2968 km^2. En cabecera existe un embalse de pequeña capacidad (6 Hm^3, superficie receptora 195 km^2) que no debe afectar significativamente al comportamiento natural de la cuenca

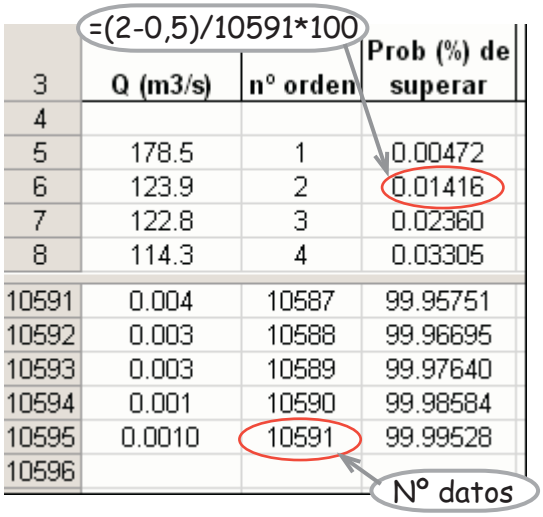
[3] Se ha elegido ese año porque su caudal medio es el más próximo al caudal medio de una serie larga de años. Hemos respetado el actual criterio del Ministerio de Fomento de señalar el **año hidrológico de Octubre a Septiembre**, aunque lo lógico sería de Septiembre a Agosto, puesto que el mes más seco en España es Agosto.

[4] http://hercules.cedex.es/anuarioaforos/afo/estaf-datos.asp?indroea=2048

Para calcular la probabilidad para el día *n* se utiliza la expresión: $(n - 0{,}5)/N$ [y multiplicado por 100 para expresarlo en %]. En este caso, N=10591.

En lugar de *(n-0,5)/N* es frecuente la utilización de *n/(N+1)*, por ejemplo en Kannan (2011, p.22), con resultados similares.

Si utilizáramos la operación más simple: n / N, para el día más seco de los años disponibles obtendríamos una probabilidad del 100% (seguridad absoluta de que ese caudal será superado), y, en los casos en que no existan caudales nulos, es seguro que si dispusiéramos de datos de más años aparecería algún caudal diario inferior.



	Q (m3/s)	nº orden	Prob (%) de superar
3			
4			
5	178.5	1	0.00472
6	123.9	2	0.01416
7	122.8	3	0.02360
8	114.3	4	0.03305
10591	0.004	10587	99.95751
10592	0.003	10588	99.96695
10593	0.003	10589	99.97640
10594	0.001	10590	99.98584
10595	0.0010	10591	99.99528
10596			

Figura 2.- Datos en la Hoja de Cálculo para la realización del gráfico

La representación de la curva CCC es similar a la de un año individual, exceptuando que en el eje de abcisas en lugar de figurar los 365 días del año se expresa la probabilidad[5] . El significado es el mismo: una probabilidad de 10% indica que ese caudal se superará 36 días al año. (Figura 3). Se utiliza la escala logarítmica en el eje vertical porque de otro modo la curva aparece aplastada contra ambos ejes.

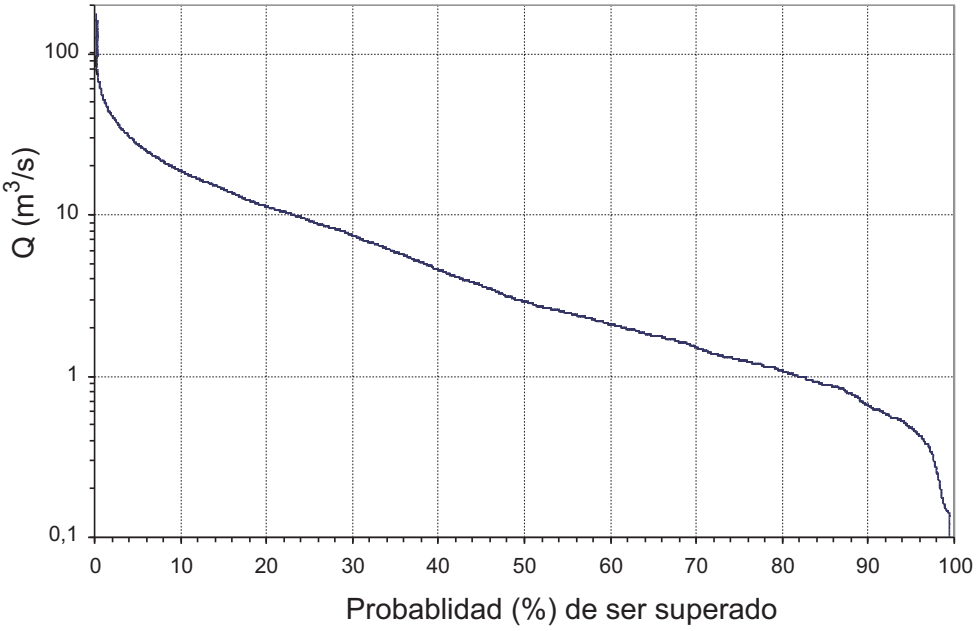


Figura 3.- Curva de Caudales Clasificados para el río Eresma en Olmedo, con datos diarios de 29 años

El gráfico de la figura 3 está cortado por abajo; el eje vertical debería llegar hasta 0,001. Para simplificar ese eje se ha cortado en 0,1, quedan fuera del gráfico 50 puntos (caudales entre 0,1 y 0,001 m^3/s), sólo el 0,47% de los días disponibles. En este caso no existen caudales nulos.

Cuando existen caudales nulos, no pueden ser representados en una escala logarítmica , no existe el logaritmo de 0. Es necesario asignarles un valor muy bajo, por ejemplo 0,0001. Posteriormente, al representar el gráfico, se corta el eje vertical para que esos datos ficticios queden fuera del gráfico.

A veces se introduce una última variación: las probabilidades del eje horizontal no se representan aritméticamente, sino mediante una escala de Gauss[6] (ver figura 4).

[5] Si se desea que la escala del eje horizontal sea de 0 a 365 días, el cálculo de la probabilidad será: $(n–0{,}5) / N \cdot 365$

[6] Ver documento "Gráficos de probabilidad"

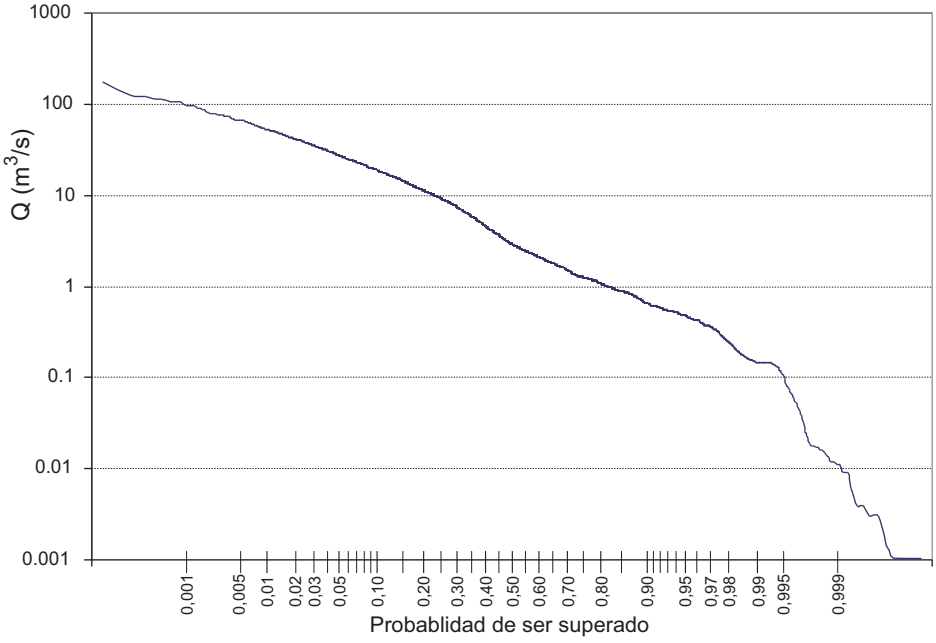


Figura 4.- Misma curva de la figura 3 con escala de Gauss en el eje de abcisas

Curvas de Caudales Clasificados en cuencas con datos escasos. Curvas adimensionales

En muchos casos necesitaremos una Curva de Caudales Clasificados en un punto de un cauce donde no existen suficientes medidas de caudal.

Existe una numerosa bibliografía al respecto. Por ejemplo, Mohamoud (2008) estudia la relación entre la CCC y diversos parámetros de la cuenca (geomorfológicos, uso del terreno, climáticos,...), lo que permitiría trazar la curva a partir de dichos parámetros sin disponer de datos de aforos.

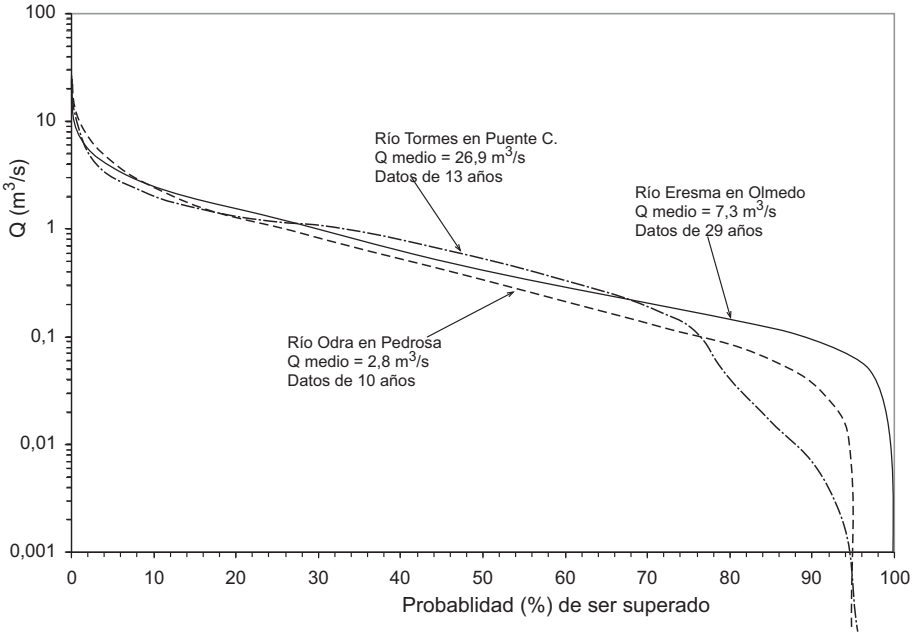


Figura 4.- Varias CCC adimensionales (una de ellas, la equivalente a la curva de la figura 3)

Para dibujar una CCC de una cuenca sin datos de aforo a partir de otra próxima o similar en la que sí hemos podido elaborar la curva, resultan útiles las CCC adimensionales. Para su realización, en el eje vertical no representamos los caudales sino la relación Q/Q_{medio}

En la figura 4 se presenta la misma curva de la figura 3, pero adimensional, y superpuestas las de otros dos cauces también de la cuenca del Duero[7]. Al representarlas de modo adimensional (Q/Q_{medio}) conseguimos que las curvas se puedan superponer y que podamos apreciar similitudes y diferencias.

[7] Las curvas que no alcanzan el 100% a la derecha del gráfico significa que hay caudales nulos

Para otra cuenca sin datos suficientes, pero que podamos suponer similar a una de éstas, podremos trazar la curva de caudales acumulados completa si disponemos al menos del caudal medio anual.

Gustard et al. (1992) a partir de numerosas cuencas del Reino Unido presentan un abanico de CCC adimensionales en función del terreno más o menos permeable (figura 5)[8]. La simple geometría de las curvas de Gustard se debe a que proceden de promediar un elevado número de curvas reales.

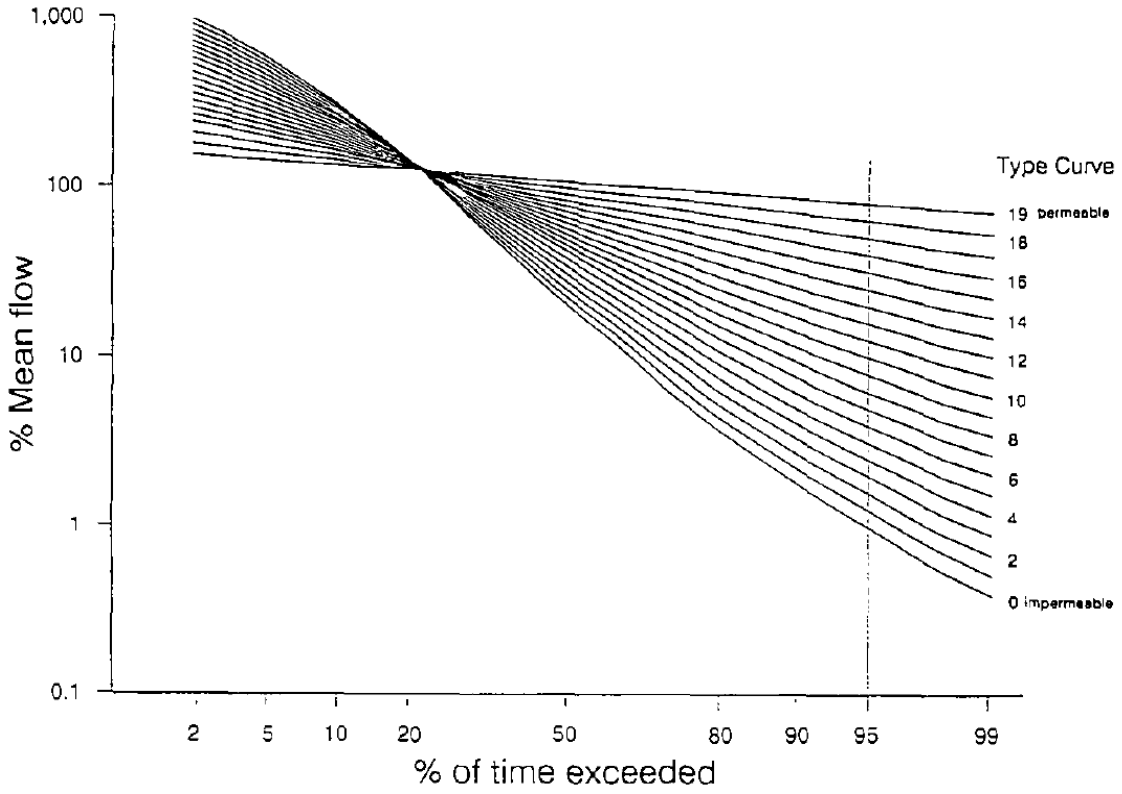


Figura 5.- Curvas de caudales clasificados adimensionales, elaboradas para el Reino Unido según la permeabilidad del terreno (Gustard, 1992, p. 61)

Bibliografía

Gustard, A.; A. Bullock y J. M. Dixon (1992).-*Low flow estimation in the United Kingdom* Institute of Hydrology, Report No. 108, 292 pp., Wallingford. http://www.ceh.ac.uk/products/publications/documents/ih108_low_flow_estimation.pdf

Kannan, N y J. Jeong (2011).- *An Approach for Estimating Stream Health Using Flow Duration Curves and Indices of Hydrologic Alteration* . Environmental Protection Agency USA, 65 pp. http://www.epa.gov/region6/water/ecopro/watershd/nonpoint/flow-duration-curve-development.pdf

Mohamoud, Y. M. (2008).- Prediction of daily flow duration curves and streamflow for ungauged catchments using regional flow duration curves. *Hydrological Sciences Journal*, **53**(4): 706-724.

[8] Diferencias con respecto a nuestras curvas adimensionales de la figura 4: la fig. 5 presenta el eje de abcisas en escala de Gauss; y el eje de ordenadas está en %, es decir: $Q/Q_{medio}\cdot 100$ (el 100 de la fig. 5 corresponde al 1 de la fig. 4)

Cálculos Estadísticos en Hidrología

Para extraer conclusiones estadísticas a partir de series de datos de precipitaciones o aforos, es necesario disponer de series históricas de más de 20 ó 30 valores, cuanto mayor sea la serie de datos, mayor será la fiabilidad de las deducciones extraídas.

El tratamiento estadístico que veremos aquí está encaminado a solucionar dos tipos de cuestiones:

- **Valor → Probabilidad:** Evaluar la probabilidad de que se presente en el futuro un caudal (o precipitación) mayor o menor que un determinado valor. Por ejemplo: ¿Qué probabilidad hay de que la aportación anual del Tormes en Salamanca supere los 900 Hm^3?
- **Probabilidad → Valor:** Evaluar qué caudal (o precipitación) se superará un determinado % de los años. Por ejemplo: ¿Qué aportación de un río se superará el 10% de los años?

Utilizaremos dos tipos de datos que requieren distintos tratamientos:

- Valores medios. De una serie de años dispondremos del caudal o precipitación medio de cada año.
- Valores extremos. De una serie de años extraemos el caudal o precipitación del día más caudaloso o lluvioso de cada año.

Conceptos básicos

Población y muestra

Población es el conjunto total de datos que queremos estudiar.

A veces disponemos de medidas de toda la **población** estudiada, pero generalmente, esto sería muy difícil (medir la estatura de todos los españoles) o imposible (estudiando el caudal de un río tendríamos que medir los caudales de todos los años pasados y futuros). En estos casos debemos conformarnos con medir una parte de la población (una **muestra**). A partir de la muestra, intentamos extraer estimaciones válidas para toda la población.

Muestra es una pequeña parte de la población que debería ser representativa del total de la población.

Si yo midiera la estatura de mis alumnos para conocer la estatura media del curso, ellos serían toda la población estudiada. Pero si, a partir de ellos, yo quiero extraer conclusiones sobre la estatura de toda la juventud española, mis alumnos serían solamente una muestra representativa de la población estudiada.

Distribución de los datos

Al observar una serie de datos numéricos (caudales anuales de un río, estatura de personas,...) comprobamos que los valores intermedios son más frecuentes, mientras que los valores elevados o pequeños se presentan con menor frecuencia.

Supongamos que hemos medido la estatura de un gran grupo de personas, y hemos distribuido los valores en grupos de 5 en 5 cm.; después hemos convertido el número de casos de cada intervalo en porcentaje. Su representación gráfica sería similar a la figura 1.

Si en la figura 1 hacemos los intervalos más pequeños y aumentamos el número de valores medidos, el gráfico continuaría con esa forma de

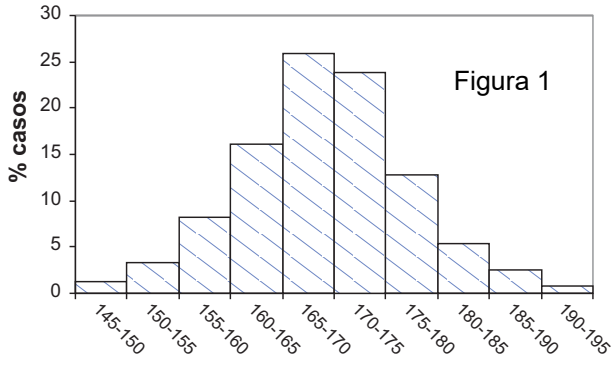


Figura 1

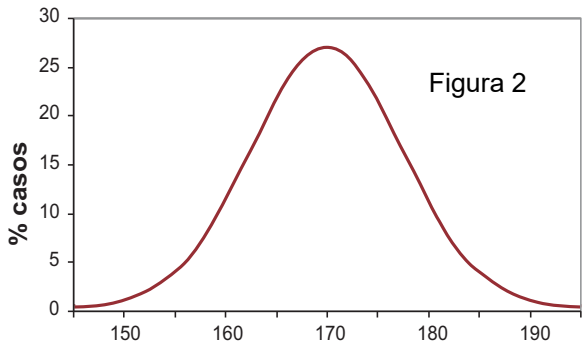


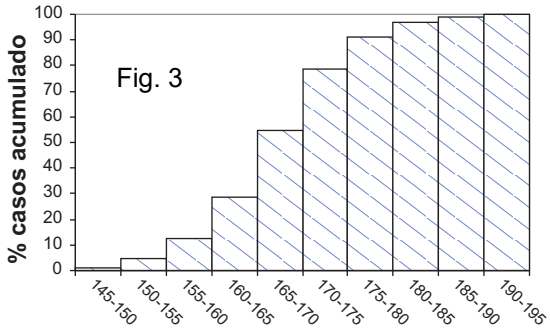
Figura 2

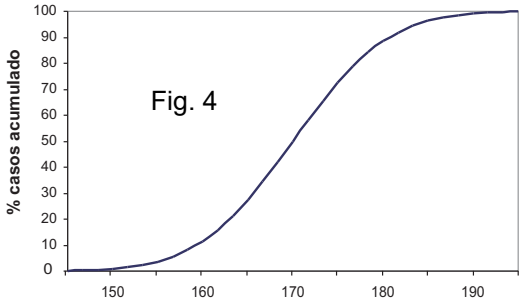
campana , pero se suavizaría progresivamente hasta convertirse en una curva continua, como la mostrada en la figura 2.

Una distribución de datos como la figura 2 es muy frecuente en la naturaleza, se denomina *distribución de Gauss* o *normal* . Su ecuación es conocida[1], lo que nos permitirá calcular qué porcentaje se encuentra por encima o por debajo de un valor determinado (por ejemplo, qué porcentaje supera una estatura de 180 cm) .

Función de densidad y función de distribución

Si en lugar de considerar cuantas personas quedan *incluídas* ***dentro*** *de cada intervalo* (fig. 1), consideramos cuántas personas quedan *incluídas* ***hasta*** *ese intervalo* (es decir, en ese y en todos los anteriores), obtendríamos la figura 3. Y al disminuir el tamaño de los intervalos y aumentar el número de sujetos medidos, obtendríamos la figura 4:





La ecuación de la curva en forma de campana (Figura 2) se denomina *función de densidad*. Si trabajamos con valores acumulados, la ecuación de la curva de la figura 4 es la *función de distribución*.

Si la función de densidad es: $y = f(x)$, la función de distribución será: $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x) \cdot dx$

Por tanto, las curvas de las figuras 2 y 4 nos proporcionan la misma información, aunque de modo diferente. Vemos un ejemplo: en la figura 5 se comparan las curvas de las figuras 2 y 4, haciendo coincidir sus ejes de abcisas.

En el gráfico acumulado (abajo) leemos que el 90% de esa población tiene una estatura igual o menor que 181 cm, son las coordenadas de un punto de la curva. Para realizar la misma lectura en el gráfico en campana debemos acotar **un área** bajo la curva que sea el 90% del área total bajo la campana (parte rayada en fig. 5, arriba) y leer a qué valor de abcisas corresponde. En ambos casos se obtiene el mismo resultado sobre el eje de abcisas: una estatura de 181 cm.

Estas figuras 2, 4 y 5 representan la ley normal o de Gauss, pero los conceptos explicados (*función de densidad, función de distribución*) son válidos para otros tipos de distribución.

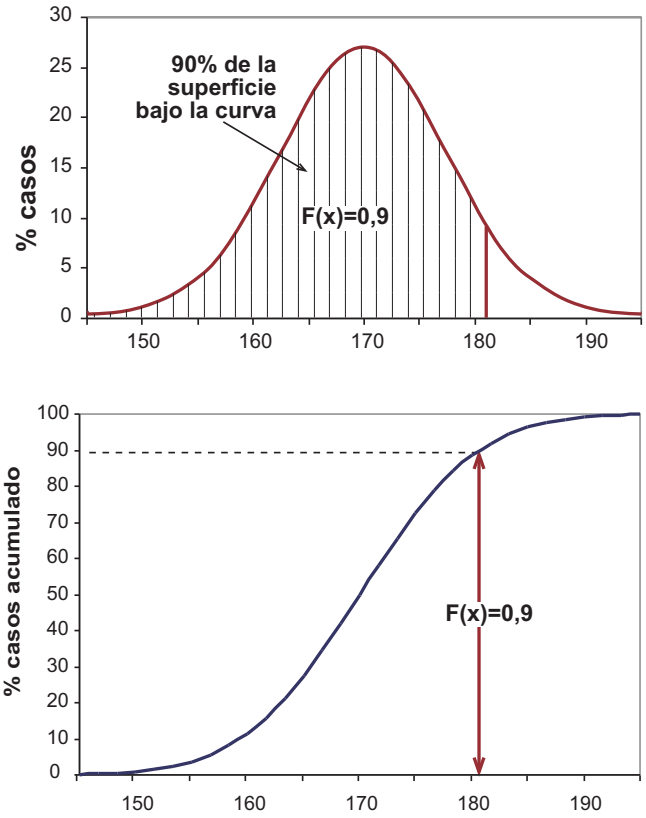


Fig. 5.- Función de densidad y función de distribución

[1] Gauss hizo la justificación matemática en 1809, aunque había sido descrita mucho antes por Moivre en 1733

Distribuciones simétricas y asimétricas

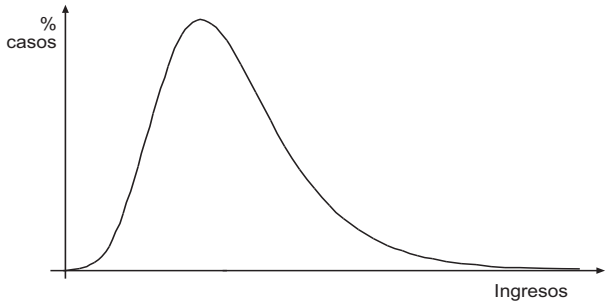


Figura 6.- Distribución asimétrica (esta curva corresponde a la ecuación de Gumbel).

Muchas variables naturales se ajustan a la *distribución simétrica* normal o de Gauss, pero no todas. En ocasiones no hay la misma proporción de valores pequeños que de grandes, eso dará lugar a una *distribución asimétrica*.

Por ejemplo, si representáramos los ingresos de la población de un pais, probablemente la campana no sería simétrica: la riqueza se distribuye con menor equidad que la estatura, y mientras que la proporción de altos y bajos es similar, no así la de ricos y pobres (hay pocos ricos y muchos pobres). Quizá la campana correspondiente tendría una forma similar a la figura 6. Los matemáticos han encontrado las ecuaciones de muchas de estas campanas asimétricas (**Gumbel**, **Pearson III**, etc.). En otras ocasiones, los valores no se ajustan a la distribución de Gauss, pero sus logaritmos sí: se denomina entonces **log-normal**.

En las distribuciones asimétricas el pico de la curva puede estar desviado hacia la izquierda (como la figura 6) o hacia la derecha. Se denominan respectivamente *positivas* y *negativas*, o se dice que tienen *sesgo positivo* o *negativo.*

En **Hidrología**, los valores **medios** (las precipitaciones o caudales anuales) suelen ajustarse a la distribución simétrica de Gauss, pero los valores **máximos**, no: si consideramos el día más caudaloso o el más lluvioso de cada año de una serie larga de años, no se ajustarán la *distribución normal*, sino probablemente a la campana asimétrica descrita por Gumbel o alguna similar.

Media y desviación estándar

Para caracterizar la distribución de un conjunto cualquiera de medidas es necesario disponer de un valor indicativo de su **tendencia central** y otro valor que refleje la **dispersión**: si los valores están apretados o alejados a ambos lados del valor central.

Para indicar la **tendencia central**, normalmente se utiliza la **media aritmética**, tan intuitiva y que todos conocen: sumar valores y dividir por el número de casos. Pero a veces **la media aritmética nos proporciona una información equívoca**: Supongamos que un multimillonario reside en una aldea de 100 vecinos pobres. Los ingresos medios anuales (por persona) de esa aldea serían muy elevados, pero ese valor nos engañaría respecto a la pobreza de la mayoría de los vecinos. En estos casos es más significativa la **mediana**, que es un valor que deja por encima a la mitad de los casos y por debajo a la otra mitad. En las distribuciones simétricas, la media y la mediana coinciden; en las asimétricas positivas (pico a la izquierda) la mediana es inferior a la media.

La **dispersión de los datos** a ambos lados de la media se evalúa mediante la **desviación estándar (o típica)**. La desviación estándar (***s*** ó σ) se calcula en función de la suma de las desviaciones de cada valor (x) de la media previamente calculada ($\bar{x}$), n es el número total de datos:

$$s_n = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \qquad (1)$$

Por ejemplo, las dos series de datos siguientes tienen la misma media pero obviamente son muy distintas, en la segunda los datos están más dispersos respecto de la media:

							Media	Desv. estándar
19	20	21	23	24	26	28	23	3,02
5	9	17	23	28	35	44	23	13,94

La desviación estándar no sólo nos indica de un vistazo la dispersión de los datos a ambos lados de su media, sino que es específicamente útil para realizar ciertos cálculos que veremos más adelante.

La fórmula anterior se aplica a la población (es decir, si hemos podido medir todos los datos de la población estudiada, y con ellos aplicamos la fórmula). Pero lo habitual es que dispongamos sólo de

los datos de una muestra, y la desviación estándar de esa muestra puede no coincidir con la de toda la población; para moderar este error se utiliza este **estimador de la desviación estándar**:

$$s_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad (2)$$

Cuando el número de datos (n) es grande las fórmulas (1) y (2) proporcionan valores casi idénticos. Estas dos fórmulas se incluyen en las calculadoras científicas como σ_n y σ_{n-1}

El cuadrado de la desviación estándar es la **varianza** (s_n^2, σ_n^2) , y el cuadrado del estimador que utilizamos para las muestras se denomina **quasivarianza** (s_{n-1}^2, σ_{n-1}^2).

Normalmente se utiliza la notación $\boldsymbol{\sigma}$ (***S*** griega) cuando se ha calculado con los datos de la **población** y se escribe como ***s*** si se ha calculado con una **muestra**. (Análogamente, suele usarse μ para la media aritmética calculada sobre la población y $\bar{x}$ para la calculada sobre una muestra).

Cálculo de la desviación estándar

Es sencillo calcularla artesanalmente, basta con aplicar la fórmula: primero la media aritmética, luego se va calculando la diferencia entre cada valor y la media, su cuadrado, suma de todos los cuadrados, etc.

Pero lo habitual es realizar el cálculo con una calculadora o con la Hoja de Cálculo en un ordenador.

Con la **calculadora** el proceso se limita a introducir todos los datos, y luego solicitar la media y la desviación estándar con las teclas correspondientes. Aparecen las teclas $\boldsymbol{\sigma_n}$ y $\boldsymbol{\sigma_{n-1}}$, que se refieren respectivamente a las dos fórmulas que hemos visto: con los datos de la población (dividir por n) y con los datos de la muestra (dividir por n-1)

La mejor elección es la **hoja de cálculo** donde se utiliza la fórmula **=DESVESTP( )**, o bien **=DESVEST( )**, refiriéndose, como antes a los datos de la población o de una muestra, respectivamente. En ambos casos, dentro del paréntesis incluiremos las celdillas que deseamos realizar el cálculo, por ejemplo: =DESVEST(A2:A35) , si los valores se encuentran en la columna A, desde A2 hasta A35. La media aritmética se obtiene mediante **=PROMEDIO( )**.

Coeficiente de Variación

Si dos series tienen la misma media, su desviación estándar nos indica en cual de las dos los valores está más dispersos a ambos lados de la media. Pero *si las medias son distintas, la comparación de las desviaciones estándar no sirve*. Supongamos que deseamos saber cuál de las dos series siguientes está más dispersa a ambos lados de su media:

							Media	Desv. estándar	C.V
19	20	21	23	24	26	28	23	3,0	0,13
1259	1311	1350	1374	1396	1423	1445	1365,4	64,8	0,05

Aparentemente, la segunda serie prese nta una mayor dispersión (s = 64,8 parece muy alta comparada con s = 3,0 de la primera). Pero s=3,0 en valores que rondan la media de 23 es mayor que s = 64,8 en una población de media 1365. Esta idea se cuantifica mediante el **Coeficiente de Variación (C.V.)** :

$$\text{Coeficiente de variación.} = \frac{\text{Desviación Estándar}}{\text{Media aritmética}}$$

Así observamos que la dispersión de la primera muestra es relativamente mayor (CV=0,13) su desviación estándar equivale al 13% de la media, mientras que en la segunda muestra, su desviación estándar es solamente el 5% de su media (CV=0,05)

Puntuaciones estandarizadas

En los cálculos de los siguientes apartados, en lugar de trabajar con *puntuaciones brutas*, debemos utilizar *puntuaciones estandarizadas o tipificadas*. La puntuación estandarizada nos indica cuántas desviaciones estándar se encuentra un valor individual por encima o por debajo de la media.

Ejemplo: Hemos calculado la media y la desviación estándar de los caudales de un río: caudal medio= 97 m^3/seg; desviación estándar 13,4 m^3/seg. En un año húmedo el caudal fue de 112 m^3/seg. Convertir ese valor en puntuación estándar.

Solución: El valor 112 m^3/s supera a la media en: 112-97=15 m^3/s. Calculamos cuántas desviaciones estándar está por encima de la media:

El caudal del río superó a su media en : $\frac{112-97}{13,4}$ =**1,12** desviaciones estándar .

Por tanto, si hablamos de un caudal 0 (valor estandarizado) no significa que el río esté seco, sino que su caudal es igual a la media. La expresión general es:

$$\text{Puntuación estándar} = \frac{\text{Puntuación bruta - Media}}{\text{Desviación estándar}} \approx z = \frac{x-\overline{x}}{s_x}$$

La puntuación estandarizada o tipificada se representa generalmente como ***u*** o ***z***.

Curvas de probabilidad utilizando puntuaciones estandarizadas

En la figura 2, en el eje de abcisas figuraban las estaturas en cm. Un gráfico similar para precipitaciones anuales mostraría en ese eje valores en mm. y para caudales en m^3/s. Ahora que conocemos los valores estandarizados, preferimos utilizar la misma curva de la figura 2 representando en el eje de abcisas valores estandarizados en vez de las estaturas (puntuaciones brutas) los correspondientes: resultaría como se muestra en la figura 7. De este modo, el mismo gráfico será válido para estaturas, precipitaciones, caudales de un arroyo (en el eje de abcisas los valores variarían de 0,2 a 3 m^3/s) o caudales de un gran río (valores de 500 a 8000 m^3/s).

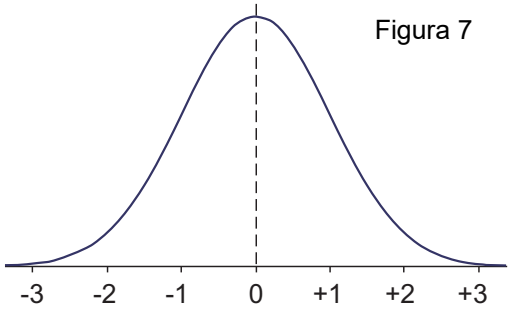


Figura 7

Cálculo de probabilidades con la Ley de Gauss (valores medios)

Asumiendo que la serie de caudales se ajusta a la ley de Gauss, podemos responder a dos tipos de cuestiones:

1. *¿Cuál es la probabilidad de que el caudal supere 40 m^3/seg? O bien: ¿Cada cuántos años se superará el caudal de 40 m^3/seg?*
2. *¿Qué caudal será superado un 2% de los años? O lo que es lo mismo: ¿Cual es el caudal superado cada 50 años?*

Datos necesarios: Media aritmética=29,8 m^3/seg; desv estándar=8,1 m^3/seg

Solución a la Cuestión 1 (del valor a la probabilidad):

1º) Expresamos el caudal de 40 m^3/seg como puntuación estandarizada: $z = \frac{40-29,8}{8,1} = 1,26$.

Esto significa que ese dato individual está 1,26 desviaciones estándar por encima de la media.

2º) Calculamos la probabilidad de que $z \geq 1,26$. Como aplicar la ecuación de Gauss no es simple, ésto puede hacerse de dos maneras:

- Con la **Hoja de Cálculo**, escribiendo en EXCEL la siguiente fórmula:

  `=1-DISTR.NORM.ESTAND(1,26)`

- Aplicando la **Tabla** que se presenta al final (Esta Tabla se construye aplicando la fórmula de Gauss a todos los posibles valores de ***z***).

Para nuestro caso (z =1,26) por cualquiera de los dos procedimientos obtenemos el valor: 0,10383. Por tanto, el 10,38% de los años tendrán un caudal igual o superior a 40 m^3/seg. El caudal citado se superará en promedio cada 10 años.

En la figura 8 vemos que por encima del valor estándar +1,26 se encuentra el 10,38% de

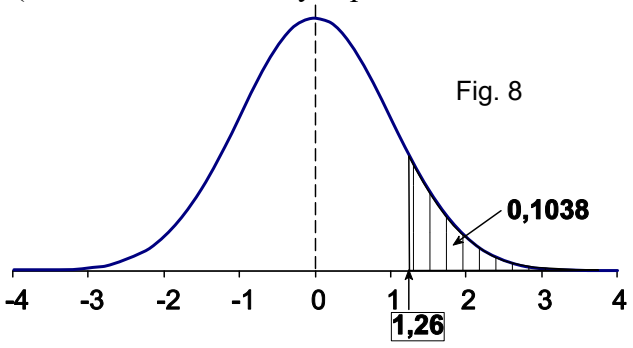


Fig. 8

la superficie total bajo la curva.

Solución a la Cuestión 2 (de la probabilidad al valor):

Se trata de repetir el proceso anterior al revés:

1º) Calculamos a qué valor de z corresponde la probabilidad 0,02 (o sea: 2%). De nuevo, ésto puede hacerse de dos maneras:

- Con la Hoja de Cálculo, escribiendo en EXCEL la siguiente fórmula:
  `=DISTR.NORM.ESTAND.INV(1-0,02)`
- Aplicando la Tabla que se presenta al final, inversamente a como la utilizamos antes: buscar dentro de la tabla la probabilidad requerida (en este ejemplo, 0,02), o la más próxima a ese valor, y desde el interior de la tabla, leer el valor de z correspondiente en los bordes de la Tabla.

Para nuestro caso (probabilidad=0,02) por cualquiera de los dos procedimientos obtenemos el valor: 2,05. Finalmente, calculamos a qué puntuación bruta corresponde una puntuación estandarizada de 2,05:

$$2{,}05 = \frac{x - 29{,}8}{8{,}1} \quad ; \quad x = 46{,}4 \ \text{m}^3/\text{s}$$

Por tanto, el valor que es superado un 2% de los años (cada 50 años) es 46,4 m^3/seg

Las mismas cuestiones con valores son inferiores a la media

En las dos cuestiones anteriores se manejaban caudales superiores a la media. Nos movemos en la mitad derecha de la "campana" de Gauss (ver la figura 5). De hecho, la tabla de valores que utilizamos para resolver las dos cuestiones anteriores, solamente refleja la mitad derecha del gráfico de Gauss; no sería problema construir de una tabla de doble tamaño para manejar también valores **inferiores a la media.**

Si estamos haciendo previsiones de años secos, las preguntas (equivalentes a las cuestiones ***1*** y ***2*** de la página anterior) serán de este tipo:

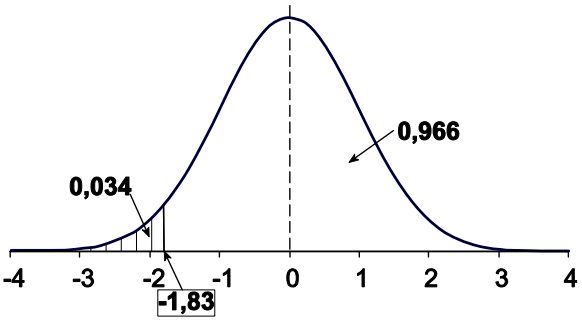
> ***3.*** *¿Cuál es la probabilidad de que el caudal no alcance los 15 m^3/seg? ?*
>
> ***4.*** *¿Qué caudal no se alcanzará un 10% de los años?*

Se trata de la misma muestra que en los ejemplos ***1*** y ***2*** anteriores (Media aritmética =29,8 m^3/seg; desv estándar=8,1 m^3/seg).

Solución a la Cuestión 3 (del valor a la probabilidad):

1º) Expresamos el caudal de 15 m^3/seg como puntuación estandarizada: $z = \frac{15 - 29{,}8}{8{,}1} = -1{,}83$.

Esto significa que ese dato individual está 1,83 desviaciones estándar por debajo de la media.



2º) Calculamos la probabilidad de que $z \geq -1{,}83$:

Aplicando la **Tabla** buscamos la probabilidad correspondiente a $z = -1{,}83$.
Para valores **negativos** de z se toma el valor complementario, es decir: si para 1,83 la tabla da 0,034, para –1,83 corresponde 1–0,034=0,966

Por tanto, la probabilidad de superar el caudal de 15 m^3/seg es de 0,966, y la probabilidad de que **no** se supere ese valor será de 1–0,966= 0,034 (Recuperamos el valor 0,034 que nos proporcionó la tabla inicialmente).

Con la **Hoja de Cálculo**, escribiendo en EXCEL la fórmula: `=DISTR.NORM.ESTAND(-1,83)` nos proporciona directamente la probabilidad de que sea **menor que** –1,83 desviaciones estándar: 0,034

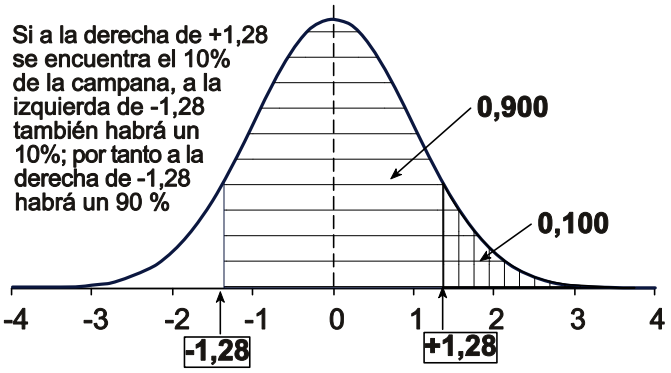
Respuesta final: probabilidad de que **no** alcance 15 m^3/s = 3,4%

Solución a la Cuestión 4 (de la probabilidad al valor):

La cuestión **4** podemos replantearla así: ¿Qué caudal se superará el 90% de los años?

1º) Calculamos a qué valor de z corresponde la probabilidad 0,90 (o sea: 90%):

Aplicando la Tabla, buscamos dentro de ella la probabilidad requerida (0,90), pero ese valor no existe en la tabla, así que buscamos el complementario: 1-0,90 =0,10 ; o el más próximo a ese valor, y desde el interior de la tabla, leemos el valor de z correspondiente en los bordes de la Tabla: 1,28 . Pero z = 1,28 corresponde a una probabilidad de 0,10; para la probabilidad 0,90 tomamos z = –1,28



Con la **Hoja de Cálculo**, escribiendo en EXCEL la fórmula: =DISTR.NORM.ESTAND.INV(0,10) se obtiene directamente el valor –1,28

2º) Calculamos a qué puntuación bruta corresponde una puntuación estandarizada de –1,28:

$$-1,28 = \frac{x - 29,8}{8,1} \quad ; \quad x = 19,4$$

Por tanto, el valor que no se alcanza el 10% de los años (probabilidad 0,90 de ser superado) es 19,4 m^3/seg.

Probabilidad y periodo de retorno

A lo largo de los apartados anteriores se ha estado utilizando indistintamente probabilidad (por ejemplo: un 2% de los años) y expresiones como "cada 50 años".

Es evidente que si un caudal se iguala o supera (por término medio) cada 10 años, la probabilidad de qu eso suceda es de 0,10 (10%).

Análoga e inversamente, si la probabilidad de que algo suceda es de 0,04 (4%), ello quiere decir que, en promedio, sucederá 4 veces en 100 años, o sea: una vez cada 25 años.

Estos conceptos se relacionan mediante la expresión:

$$\text{Periodo de retorno} = \frac{1}{\text{Probabilidad}}$$

Como : [Probabilidad de que NO se supere] = 1 – [Probabilidad de que se supere], también se cumple:

$$\text{Probabilidad de que se supere} = \frac{1}{\text{Periodo de retorno}} \quad ; \quad \text{Probabilidad de que NO se supere} = 1 - \frac{1}{\text{Periodo de retorno}}$$

En Hidrología, para valores con un probabilidad superior al 50% se utiliza más el **periodo de retorno** que la **probabilidad**. Así, se habla de "la crecida de 50 años" en lugar de referirse a "la crecida con probabilidad 0,02"; o se dice "precipitación con retorno de 100 años" en vez de "la precipitación con probabilidad 0,01".

Un ejemplo de serie de valores extremos sería si hubiéramos elegido, de una serie de años, el día mas caudaloso o de mayor precipitación de cada año. Para el estudio de series de valores extremos se utilizan diversas distribuciones; la de utilización más simple es la distribución de Gumbel :

nº datos	μ_y	σ_y
10	0,4952	0,9496
15	0,5128	1,0206
20	0,5236	1,0628
25	0,5309	1,0914
30	0,5362	1,1124
35	0,5403	1,1285
40	0,5436	1,1413
45	0,5463	1,1518
50	0,5485	1,1607
55	0,5504	1,1682
60	0,5521	1,1747
65	0,5535	1,1803
70	0,5548	1,1854
75	0,5559	1,1898
80	0,5569	1,1938
85	0,5578	1,1974
90	0,5586	1,2007
95	0,5593	1,2037
100	0,5600	1,2065

La probabilidad de que se presente un valor **inferior** a ***x*** es:

$$F(x) = e^{-e^{-(x-u)/\alpha}} \qquad (3)$$

siendo: $\alpha = s_x \ / \ \sigma_y$ (4)

$u = \bar{x} - \mu_y \cdot \alpha$ (5)

$F(x)$ = Probabilidad de que se presente un valor igual o menor que x.

e = base de los logaritmos neperianos

$\bar{x}$ = media aritmética de la muestra

s_x = desviación estándar de la muestra

σ_y , μ_y = consultar en la tabla adjunta, según el número de datos de la muestra[2]]

Mediante las expresiones anteriores podremos calcular la frecuencia a partir del valor x, es decir: calcular con qué frecuencia (o periodo de retorno) se presentará un cierto caudal o precipitación.

Para solucionar el **caso inverso** (qué caudal o precipitación se producirán cada n años) debemos despejar x en la expresión (3), obteniendo:

$$(x-u) / \alpha = -\ln(-\ln(F(x)))$$

$$x = -\ln(-\ln(F(x))) \cdot \alpha + u \qquad (6)$$

Ejemplo.- De una serie de 55 caudales máximos (el caudal diario máximo de cada año)[3], hemos calculado:

Media= 21,97 m^3/seg

Desv. estándar=13,22 m3/seg

Calcular: a) Periodo de retorno de un caudal de 60 m^3/s. b) Caudal con retorno de 100 años.

a) Periodo de retorno para que el día más caudaloso del año el caudal supere el valor de 60 m^3/seg

1º) De acuerdo con la tabla adjunta, para 55 datos, tomamos los valores:

$\mu_y = 0{,}5504$; $\sigma_y = 1{,}1682$

2º) Calculamos α y u:

---

[2] Algunos autores utilizan μ_y =0,5772; σ_y = 1,2825 sin considerar el número de datos. Equivale a considerar no la muestra disponible, sino toda la población (nº de datos infinito)

μ_y , σ_y son, respectivamente, la media y la desviación estándar de una serie de valores y_i definida así:

$$y_i = -\ln\left(\ln\left(\frac{N+1}{i}\right)\right) \qquad (i = 1 \text{ a } N \ ; \ N = \text{nº de datos de la muestra})$$

[3] Datos de Hoyos del Espino, en la cabecera del río Tormes, cuenca receptora 88 km^2

$$\alpha = s_x / \sigma_y = 13{,}22 / 1{,}1682 = 11{,}3168$$

$$u = \bar{x} - \mu_y \cdot \alpha = 21{,}97 - 0{,}5504 \cdot 11{,}3168 = 15{,}741$$

3º) Aplicamos la ecuación de Gumbel (3). La probabilidad de que se presente un caso **menor** que *x* será:

$$F(x) = e^{-e^{-(x-u)/\alpha}} = e^{-e^{-(60-15{,}741)/11{,}3618}} = 0{,}9803 \approx 98{,}03\%$$

Por tanto, la probabilidad de que se presente un caudal mayor que ***x*** será:

$$1\text{- } F(x) = 1 - 0{,}9803 = 0{,}0197 \ (= 1{,}97\%)$$

Finalmente, el **periodo de retorno** es el inverso de la probabilidad:

$$\text{Periodo de retorno} = 1/0{,}0197 = 50{,}8 \text{ años}$$

b) Caso inverso: Calcular el caudal con retorno de 100 años

Probabilidad de superar = 1/ periodo de retorno = 1 / 100 = 0,01

Por tanto, buscamos un caudal con una probabilidad de 0,01 de ser superado

Probabilidad de ser inferior = 1 – prob. de ser superior; es decir: $F(x) = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$.

Ahora deberíamos calcular α y u mediante las expresiones (4) y (5), pero en este ejemplo ya las hemos calculado en el apartado anterior.

Aplicando la fórmula (6):

$$x = -\ln(-\ln(F(x))) \cdot \alpha + u = -\ln(-\ln(0{,}99)) \cdot 11{,}317 + 15{,}741 = 67{,}8 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para el cálculo de probabilidades de valores extremos se utilizan diversas distribuciones, entre las que destacan, como más utilizadas, la **log-normal** (los logaritmos de los valores son los que se ajustan a la ley de Gauss) o la ley **Pearson III**, adoptada por las agencias federales en USA. Ver, por ejemplo en Viessman, 2003, capítulo 3.

En España los organismos oficiales para precipitaciones máximas aplican la distribución **SQRT-max**[4]

Riesgo de fallo

Se denomina **riesgo de fallo** a la probabilidad de que se produzca un suceso con un periodo de retorno *T* en alguno de los próximos *n* años.

Supongamos que hemos calculado un cierto caudal que corresponde al retorno de 50 años. La probabilidad de que se produzca el año próximo será de 0,02 (=1/50); y la probabilidad de que se produzca el siguiente año será de 0,02 y así cada año. Queremos conocer la probabilidad de que se alcance ese caudal en los próximos *n* años:

Probabilidad de que un suceso de retorno *T* se produza el próximo año	$1/T$
" " " **NO** se produzca el próximo año [5]	$1-(1/T)$
" " " **NO** se produzca los próximos **dos** años [6]	$[1-(1/T)].[1-(1/T)]$
" " " **NO** se produzca los próximos **n** años	$[1-(1/T)]^n$
" " " **SI** se produzca los próximos **n** años [5]	$1-[1-(1/T)]^n$

Vamos a denominar a la última expresión obtenida arriba es el **riesgo de fallo (R)**, es decir: la probabilidad de que **sí** se produzca alguna vez un suceso de **periodo de retorno T** a lo largo de un periodo de **n** años:

[4] Imposible el cálculo manual, ver una aproximación con Excel en http://hidrologia.usal.es (Sección "Complementos")

[5] Las probabilidades de dos **sucesos complementarios** (debe suceder uno u otro) suman 1. Por ejemplo: probabilidad de obtener un 3 en un dado= 1/6. Probabilidad de obtener un valor distinto de 3= 1-1/6 = 5/6

[6] La probabilidad de que se produzcan dos **sucesos independientes** es el producto de sus probabilidades; por ejemplo: probabilidad de obtener un 3 en un dado= 1/6. Probabilidad de obtener dos 3 seguidos = 1/6.1/6 =1/36

$$R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n$$

Ejemplo: Se va a construir un canal cuya *vida útil* es de 75 años. Si el caudal supera el valor correspondiente al periodo de retorno de 100 años, se desbordará. Calcular la probabilidad de que se produzca un desbordamiento en alguno de los próximos 75 años

$$R = 1 - \left(1 - \frac{1}{100}\right)^{75} = 0{,}529 = 52{,}9\%$$

Por tanto, existe un 52,9% de probabilidad de que el caudal de retorno 100 años se alcance en alguno de los próximos 75 años.

Se produce la siguiente paradoja: si consideramos un caudal con retorno de 100 años, parece seguro que se presente en alguno de los próximos 100 años. Pero si aplicamos la fórmula anterior, haciendo T= 100 y n=100, y obtenemos 0,633 , es decir solamente un 63,3 %

Cálculo inverso: evaluación del periodo de retorno a partir del riesgo

Muchas veces, esta sencilla fórmula debe aplicarse a la inversa: despejar T a partir del riesgo de fallo (R) y del número de años (n). Depejando T en la última fórmula obtenemos:

$$T = \frac{1}{1 - \exp\left(\frac{\ln(1-R)}{n}\right)}$$

donde: R =riesgo de que se produzca el suceso de probabilidad $1/T$ durante los próximos n años

T = periodo de retorno en años

$\exp(x) = e^x$

Ejemplo: Se está diseñando una obra cuya vida útil se calcula en 50 años y se admite que en ese periodo el riesgo sea de un 10% (probabilidad de que en esos 50 años se produzca un caudal superior a un valor determinado). Calcular dicho caudal.

En la fórmula anterior basta con hacer: R = 0,10; n = 50 años; y despejar T. Con estos datos obtenemos un periodo de retorno T = 475 años.

En este ejemplo, el paso siguiente sería estudiar estadísticamente las series históricas de caudales de ese cauce para evaluar el caudal correspondiente a un retorno de 475 años.

Ley de Gauss: Probabilidad de que *z* sea mayor o igual a ...

(Las columnas indican la segunda decimal. Ejemplo: Probabilidad de que z sea > 1,41 es 0,07927)

Para valores de *z* negativos, tomar **1-tabla**. Ejemplo: Probabilidad de que *z* sea $\geq$ – 1,41 es 1 – 0,07927 = 0,92073

Para probabilidades > 0,50, el valor de *z* será el indicado por la tabla para la probabilidad complementaria, pero con signo –

Ejemplo : Valor de *z* con probabilidad de ser superado de 0,80. Para la probabilidad complementaria (0,20) la tabla indica *z*=0,84. Por tanto para probabilidad 0,80 adoptaremos –0,84

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,50000	0,49601	0,49202	0,48803	0,48405	0,48006	0,47608	0,47210	0,46812	0,46414
0,1	0,46017	0,45620	0,45224	0,44828	0,44433	0,44038	0,43644	0,43251	0,42858	0,42465
0,2	0,42074	0,41683	0,41294	0,40905	0,40517	0,40129	0,39743	0,39358	0,38974	0,38591
0,3	0,38209	0,37828	0,37448	0,37070	0,36693	0,36317	0,35942	0,35569	0,35197	0,34827
0,4	0,34458	0,34090	0,33724	0,33360	0,32997	0,32636	0,32276	0,31918	0,31561	0,31207
0,5	0,30854	0,30503	0,30153	0,29806	0,29460	0,29116	0,28774	0,28434	0,28096	0,27760
0,6	0,27425	0,27093	0,26763	0,26435	0,26109	0,25785	0,25463	0,25143	0,24825	0,24510
0,7	0,24196	0,23885	0,23576	0,23270	0,22965	0,22663	0,22363	0,22065	0,21770	0,21476
0,8	0,21186	0,20897	0,20611	0,20327	0,20045	0,19766	0,19489	0,19215	0,18943	0,18673
0,9	0,18406	0,18141	0,17879	0,17619	0,17361	0,17106	0,16853	0,16602	0,16354	0,16109
1,0	0,15866	0,15625	0,15386	0,15151	0,14917	0,14686	0,14457	0,14231	0,14007	0,13786
1,1	0,13567	0,13350	0,13136	0,12924	0,12714	0,12507	0,12302	0,12100	0,11900	0,11702
1,2	0,11507	0,11314	0,11123	0,10935	0,10749	0,10565	0,10383	0,10204	0,10027	0,09853
1,3	0,09680	0,09510	0,09342	0,09176	0,09012	0,08851	0,08692	0,08534	0,08379	0,08226
1,4	0,08076	0,07927	0,07780	0,07636	0,07493	0,07353	0,07215	0,07078	0,06944	0,06811
1,5	0,06681	0,06552	0,06426	0,06301	0,06178	0,06057	0,05938	0,05821	0,05705	0,05592
1,6	0,05480	0,05370	0,05262	0,05155	0,05050	0,04947	0,04846	0,04746	0,04648	0,04551
1,7	0,04457	0,04363	0,04272	0,04182	0,04093	0,04006	0,03920	0,03836	0,03754	0,03673
1,8	0,03593	0,03515	0,03438	0,03362	0,03288	0,03216	0,03144	0,03074	0,03005	0,02938
1,9	0,02872	0,02807	0,02743	0,02680	0,02619	0,02559	0,02500	0,02442	0,02385	0,02330
2,0	0,02275	0,02222	0,02169	0,02118	0,02068	0,02018	0,01970	0,01923	0,01876	0,01831
2,1	0,01786	0,01743	0,01700	0,01659	0,01618	0,01578	0,01539	0,01500	0,01463	0,01426
2,2	0,01390	0,01355	0,01321	0,01287	0,01255	0,01222	0,01191	0,01160	0,01130	0,01101
2,3	0,01072	0,01044	0,01017	0,00990	0,00964	0,00939	0,00914	0,00889	0,00866	0,00842
2,4	0,00820	0,00798	0,00776	0,00755	0,00734	0,00714	0,00695	0,00676	0,00657	0,00639
2,5	0,00621	0,00604	0,00587	0,00570	0,00554	0,00539	0,00523	0,00508	0,00494	0,00480
2,6	0,00466	0,00453	0,00440	0,00427	0,00415	0,00402	0,00391	0,00379	0,00368	0,00357
2,7	0,00347	0,00336	0,00326	0,00317	0,00307	0,00298	0,00289	0,00280	0,00272	0,00264
2,8	0,00256	0,00248	0,00240	0,00233	0,00226	0,00219	0,00212	0,00205	0,00199	0,00193
2,9	0,00187	0,00181	0,00175	0,00169	0,00164	0,00159	0,00154	0,00149	0,00144	0,00139
3,0	0,00135	0,00131	0,00126	0,00122	0,00118	0,00114	0,00111	0,00107	0,00104	0,00100

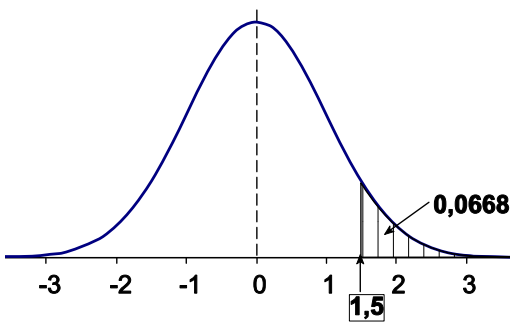
$$z = \frac{x - \overline{x}}{s_x}$$

donde: x =puntuación bruta
z = puntuación estandarizada
$\overline{x}$ = media aritmética
s_x =desviación estándar

Representación gráfica de la probabilidad proporcionada por esta tabla:

Si toda el área bajo la curva de Gauss vale 1 (ya que bajo la curva se encuentran el 100% de los casos), la tabla nos da la parte de dicha área superior a la puntuación dada.

A la derecha vemos un ejemplo: para z = **1,5** la tabla nos proporciona el valor **0,0668** que es la parte rayada del dibujo (el **6,68%** de la superficie total bajo la curva) y representa **los casos que superan a la media en 1,5 desviaciones estándar**



Gráficos de probabilidad

Muchas veces en gráficosque representan precipitaciones o caudales en función de su probabilidad, los valores de ésta (0,1; 0,2; 0,3; etc.) aparecen extrañamente distribuidos de acuerdo con una escala de probabilidad o probabilística... Vamos a comprender la naturaleza de esta escala deformada.

Frecuencias acumuladas con datos individuales

A	B	C	D	E
n	Q medios (m^3/s) ordenados	n/N	n/(N+1) [Weibull]	(n-0,5)/N [Hazen]
1	5,17	0,022	0,022	0,011
2	8,46	0,044	0,043	0,033
3	8,75	0,067	0,065	0,056
4	10,52	0,089	0,087	0,078
5	10,68	0,111	0,109	0,100
6	11,28	0,133	0,130	0,122
7	14,32	0,156	0,152	0,144
8	14,70	0,178	0,174	0,167
9	15,08	0,200	0,196	0,189
10	15,59	0,222	0,217	0,211
11	16,00	0,244	0,239	0,233
12	16,29	0,267	0,261	0,256
13	16,45	0,289	0,283	0,278
14	16,51	0,311	0,304	0,300
15	16,70	0,333	0,326	0,322
16	17,02	0,356	0,348	0,344
17	17,17	0,378	0,370	0,367
18	17,46	0,400	0,391	0,389
19	17,46	0,422	0,413	0,411
20	17,59	0,444	0,435	0,433
21	18,35	0,467	0,457	0,456
22	19,17	0,489	0,478	0,478
23	19,81	0,511	0,500	0,500
24	20,22	0,533	0,522	0,522
25	20,38	0,556	0,543	0,544
26	20,63	0,578	0,565	0,567
27	21,74	0,600	0,587	0,589
28	21,86	0,622	0,609	0,611
29	22,09	0,644	0,630	0,633
30	22,40	0,667	0,652	0,656
31	22,47	0,689	0,674	0,678
32	22,66	0,711	0,696	0,700
33	25,41	0,733	0,717	0,722
34	26,97	0,756	0,739	0,744
35	27,09	0,778	0,761	0,767
36	27,85	0,800	0,783	0,789
37	28,74	0,822	0,804	0,811
38	29,85	0,844	0,826	0,833
39	30,74	0,867	0,848	0,856
40	31,56	0,889	0,870	0,878
41	31,91	0,911	0,891	0,900
42	32,92	0,933	0,913	0,922
43	36,57	0,956	0,935	0,944
44	37,55	0,978	0,957	0,967
45	41,83	1,000	0,978	0,989

En el tema *Cálculos estadísticos en Hidrología* hemos visto los gráficos de valores acumulados (*función de distribución*), que nos permiten evaluar la probabilidad de que se supere un valor dado (o viceversa). En Hidrología normalmente disponemos de pocos datos (típicamente de 30 a 60 valores), que no son suficientes para clasificarlos en varios intervalos. Pero la curva de valores acumulados puede conseguirse trabajando con datos individuales, sin agrupar en intervalos.

Veámoslo con un ejemplo: disponemos de 45 caudales medios anuales del río Tormes[1] y vamos a construir un gráfico de frecuencias acumuladas.

El proceso de trabajo es el siguiente:

1) Ordenamos los caudales de menor a mayor (Recogimos los datos en orden cronológico y en la columna B ya aparecen ordenados).

2) Cálculo de frecuencias:

En la columna A hemos indicado el número de orden, que es también la **frecuencia absoluta acumulada**: por ejemplo, existen 6 valores inferiores o iguales a 11,28 m^3/s.

La columna C es la **frecuencia relativa acumulada**: Como hay 45 datos (N) y entre ellos 6 caudales tienen un valor igual o menor a 11,28 m^3/s, calculamos: 6/45 = 0,133; o sea que el 13,3% de los datos disponibles son iguales o menores que 11,28 m^3/s.

Este cálculo intuitivo (6/45, es decir: n/N) presenta un problema: al llegar al valor más alto obtenemos 45/45=1,00 (columna C, abajo). La frecuencia del 100% nos induce a suponer (erróneamente) que todos los caudales en este punto de aforo son siempre iguales o menores que 41,83 m^3/s (nuestro mayor valor disponible), lo cual es una suposición obviamente falsa: si conseguimos medidas de más años, seguro que se producirá algún caudal mayor que 41,83 m^3/s

Para solucionar este problema se han ideado varios procedimientos de calcular las frecuencias relativas: en lugar de n/N pueden utilizarse (columnas D y E):

n/(N+1) [Weibull] ; En este ejemplo: 1/46 ; 2/46, etc

(n–0,5)/N [Hazen][2] ; En este ejemplo: 0,5/45 ; 1,5/ 45; etc.

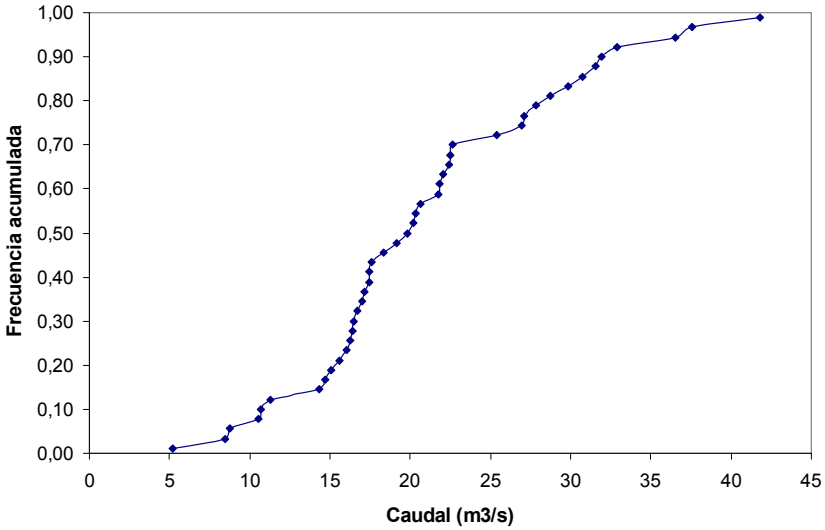
[1] Río Tormes en Barco de Ávila (parte alta de la cuenca, 900 km^2), años hidrológicos 1940-41 a 1984-85

[2] Según Ragunath (2012), p.222 es *n/(N-0,5)*. Todos los textos (por ej., Chow et al. (1987)) indican *(n-0,5)/N*

3) Representamos gráficamente los caudales en función de su frecuencia acumulada (columna B en un eje, columna E en el otro —fórmula de Hazen—).

Con esta curva (de la figura 1) ya podemos realizar evaluaciones aproximadas: por ejemplo, qué caudal no será superado el 20% de años, o inversamente, qué probabilidad existe de que no se alcance un caudal de 30 m^3/s.

Fig. 1.- Valores de 45 caudales en función de su frecuencia acumulada (proporción de casos menores o iguales a él)



Frecuencia se refiere a los datos medidos de la muestra.

Probabilidad se refiere a toda la población, normalmente basándonos en la ley estadística que rige la distribución de los datos (ya que en Hidrología nunca disponemos de datos de toda la población).

Por **ejemplo** (con referencia a la Tabla anterior): El caudal 27,09 m^3/s **no** es superado el 76,7% de los años (**frecuencia** acumulada 0,767, columna E)
Como esta muestra parece ajustarse a la Ley de Gauss, se calcula que la **probabilidad** de que **no** se supere ese caudal de 27,09 m^3/s es de 0,774 (~77,4%)

Gráficos de probabilidad

En el tema *Cálculos estadísticos en Hidrología* vimos (figuras 4 y 6 de aquel tema) que si los datos se ajustan a la Ley Normal o de Gauss, la curva de frecuencias acumuladas adquiere forma de ***S*** alargada. Pero si distribuimos las marcas del eje vertical de acuerdo con la ecuación de Gauss, podremos conseguir que esa línea en ***S*** se convierta en una línea recta:

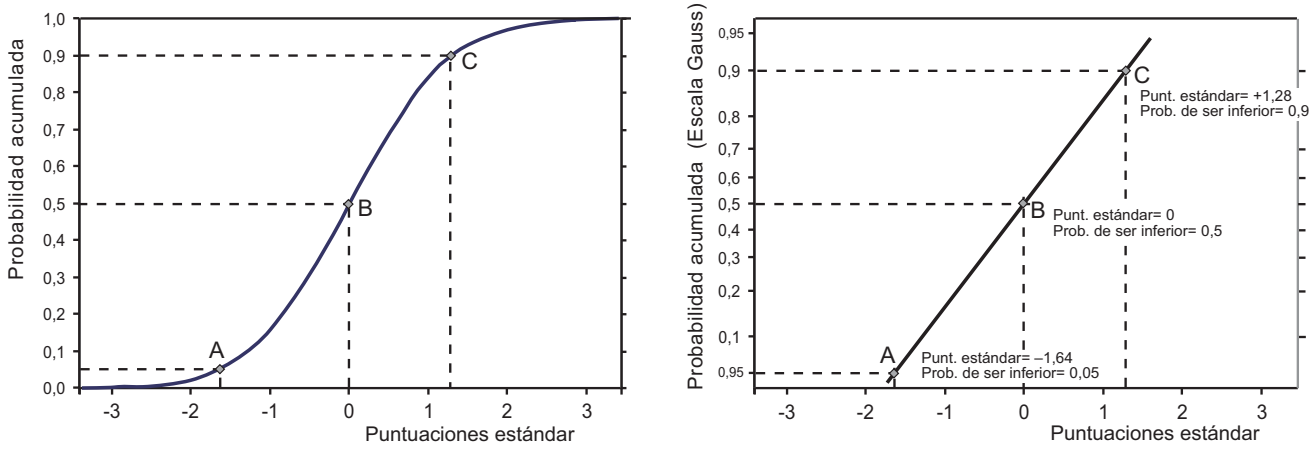


Fig. 2.- Los puntos A, B y C del gráfico izquierdo y derecho son equivalentes (ver su significado en la figura derecha).
Izquierda: Si la probabilidad acumulada está distribuida en el eje vertical aritméticamente, los puntos A, B, C siguen la curva de Gauss acumulada (forma de *S*). Derecha: Si el eje vertical está preparado de acuerdo con la ley de Gauss, los tres puntos se ajustan a una recta

En esta escala de Gauss (fig. 2, derecha, eje vertical) los extremos (0 y 1,00) se situarían en $-\infty$ y $+\infty$

Podemos dibujar los puntos manualmente si disponemos de un papel especial gauss-aritmético o *papel probabilístico* (incluido al final de ese documento).

En un eje se sitúan los valores brutos (en nuestro ejemplo, caudales), y en el otro eje la frecuencia acumulada (frecuencias distribuidas en el eje de acuerdo a la ley de Gauss).

En estas figuras se representan en el **eje vertical** las frecuencias o probabilidad, por coherencia con la explicaciones previas, pero en la práctica es más frecuente que la probabilidad o frecuencias se representen en el **eje horizontal** y los valores brutos (caudales, precipitaciones) en el eje vertical.

Si los puntos se alinean aproximadamente en línea recta, parece que la serie de datos sí se ajusta a la ley normal o de Gauss[3]. La bibliografía francesa[4] la denomina *recta de Henry*[5]

En la figura 3 hemos representado los mismos caudales del ejemplo utilizado en el apartado anterior, que se representaron en la figura 1, pero la escala de probabilidad está 'deformada' de acuerdo con la ley de Gauss y por ello se ajustan aproximadamente a una recta.

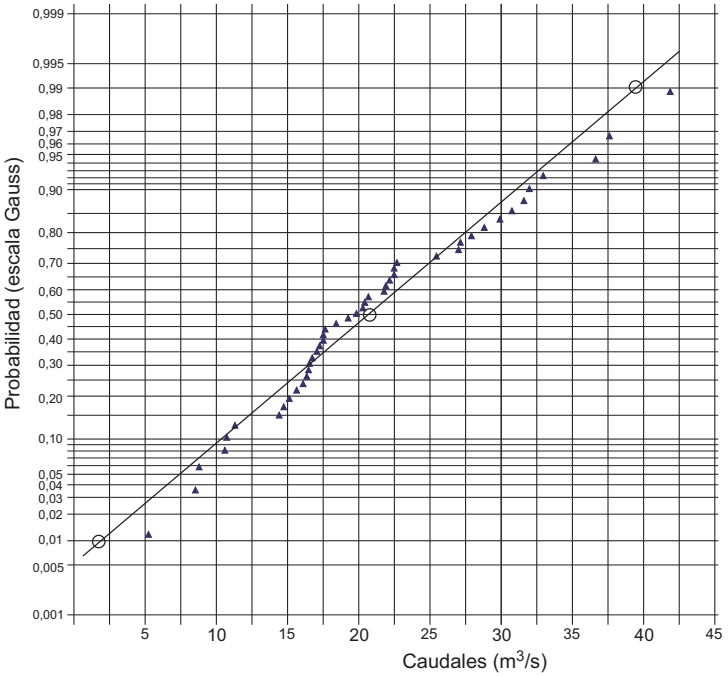


Fig. 3.- Representación de 45 caudales medios anuales en papel probabilísitco de Gauss (mismos datos de la fig. 1). Los tres pequeños círculos son los puntos calculados para trazar la recta.

Para **trazar la recta de ajuste** necesitamos al menos dos puntos:

Calculamos la media y la desviación estándar de la muestra:

Media = 20,98 m^3/s
Desviación estándar = 8,13 m^3/s

La recta debe pasar por el punto: Probabilidad= 0,50 ; Caudal= 20,98 (media aritmética)

A la probabilidad 0,99 (de ser menor) equivale una probabilidad 0,01 de que ese valor sea superado. Según la tabla de la función de Gauss, a la probabilidad 0,01 corresponde una puntuación estandarizada de +2,33. El valor bruto correspondiente será:

$$2{,}33 = \frac{x - 20{,}98}{8{,}13} \quad ; \quad x = 39{,}92 \text{ m}^3/\text{s}$$

Análogamente, a la probabilidad 0,01 (de ser menor) equivale una probabilidad 0,99 de ser superado. Según la tabla de Gauss, a la probabilidad 0,99 corresponde una puntuación estandarizada de –2,33. El valor bruto correspondiente será:

$$-2{,}33 = \frac{x - 20{,}98}{8{,}13} \quad ; \; x = 2{,}04 \text{ m}^3/\text{s}$$

Por tanto el trazado de la recta que refleja el ajuste a la ley de Gauss se hace con estos puntos (marcados con círculos en la figura 3):

[3] Para cuantificar la *bondad del ajuste* se utiliza el test χ^2 (chi-cuadrado)

[4] Por ejemplo, Dubreuil, P (1974).- *Initiation a l'analyse hydrologuique*. Ed. Masson, 216 pp.

[5] En referencia a Pierre Jean Paul Henri (1848-1907), oficial de artillería francés que consideró este tratamiento gráfico al estudiar la dispersión de los impactos de tiro alrededor del centro. (http://serge.mehl.free.fr/chrono/Henry.html)

$Q = 20{,}98$; *Probabilidad* = 0,50

$Q = 2{,}04$; *Probabilidad* = 0,01

$Q = 39{,}92$; *Probabilidad* = 0,99

Si el ajuste parece aceptable, la recta representa a la población, y a partir de ese momento cualquier estimación (qué caudal corresponde a cierta probabilidad o viceversa) se hará sobre la precta y no sobre la línea de puntos.

Confección de una escala de Gauss

Aunque no es usual que uno mismo deba preparar su propia escala de Gauss, es instructivo saber hacerlo.

Por ejemplo, para situar la marca de **0,95** (probabilidad de ser superado): Consultamos en la tabla de Gauss, obtenemos: –1,64 (la puntuacion estándar **–1,64** es superada por el 95% de los casos).

Debemos repetir la operación para todas las marcas que queramos representar. Por ejemplo, para situar la marca **0,005**: de nuevo consultamos la tabla de Gauss y obtenemos un valor estandarizado de **+2,58** (la puntuacion estándar +2,58 es superada por el 0,5% de los casos).

Con la Hoja de Cálculo se consigue lo mismo mediante las fórmulas:
`=DISTR.NORM.ESTAND.INV(0,95)` y `=DISTR.NORM.ESTAND.INV(0,005)`.

Para representar estos dos puntos (–1,64 y +2,58), trazamos una escala aritmética de –3 a +3 así:

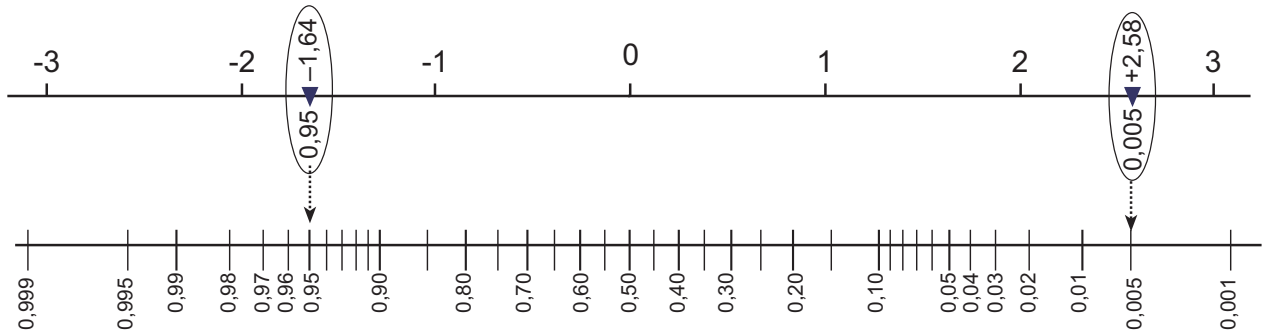


Fig. 4.- Realización de una escala de probabilidades según la ley de Gauss.

Se realiza la misma operación para el resto de las marcas del eje.

Finalmente, para rotular el eje, no escribimos los valores que nos han servido para ubicarlos (–1,64 ; +2,58) sino las correspondientes probabilidades (0,95 ; 0,005)

Al final de este docmento se incluyen varios gráficos con la escala Gauss en uno de sus ejes.

Realización del gráfico con Hoja de Cálculo

Una representación como la figura 3 puede realizarse a mano sobre una hoja de papel de probabilidad Gauss. Es más cómodo hacerlo mediante la Hoja de Cálculo.

Los pasos iniciales para ordenar los datos y calcular frecuencias se realizan fácilmente con la Hoja de Cálculo. Para representar los puntos en sus posiciones correspondientes a la escala Gauss, es necesario añadir una o dos nuevas columnas en la tabla de datos de nuestro ejemplo:

	A	B	C	D	E	F	G
1	n	Q medios (m^3/s) ordenados			(n-0,5)/N [Hazen]	Valores estándar segun Gauss	Valores brutos segun Gauss
2	1	5,17			0,011	-2,287	2.39
3	2	8,46			0,033	-1,834	6.07
4	3	8,75			0,056	-1,593	8.02
5	4	10,52			0,078	-1,420	9.43
...	. . .	. . .			. . .	. . .	. . .
22	21	18,35			0,456	-0,112	20.07
23	22	19,17			0,478	-0,056	20.52
24	23	19,81			0,500	0,000	20.98
25	24	20,22			0,522	0,056	21.43
26	25	20,38			0,544	0,112	21.88
...	. . .	. . .			. . .	. . .	. . .
43	42	32,92			0,922	1,420	32.52
44	43	36,57			0,944	1,593	33.93
45	44	37,55			0,967	1,834	35.89
46	45	41,83			0,989	2,287	39.57

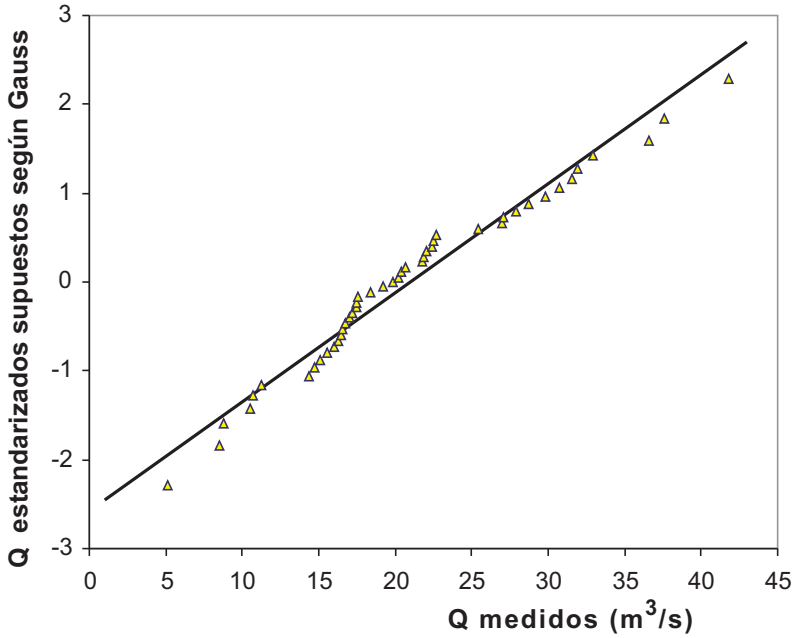
Para conseguir la columna F: en la celda F2 se utliza la fórmula:

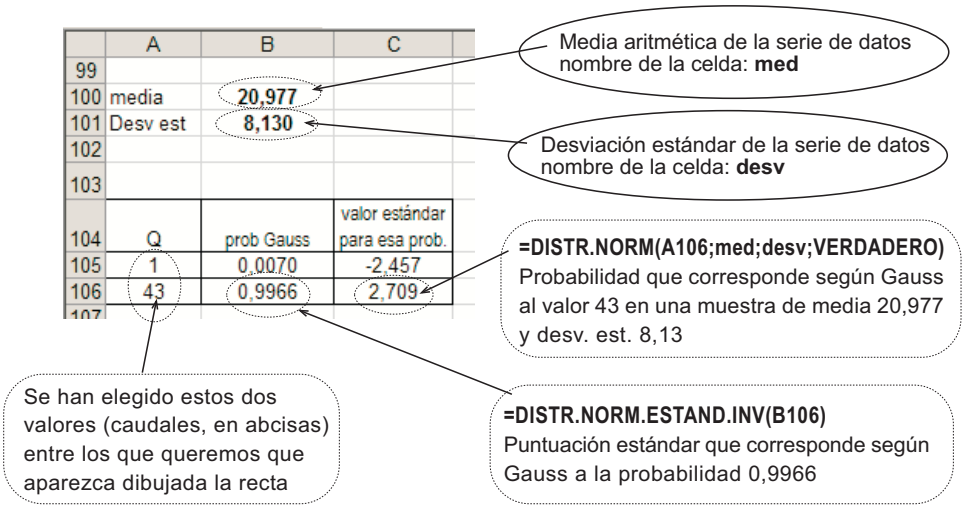
=DISTR.NORM.ESTAND.INV(E2).

Con esta fórmula, la Hoja de Cálculo aplica la fórmula de Gauss a la inversa, es decir: qué caudal (en valor estandarizado) corresponde a cada frecuencia de la celda E2.

Ahora sólo es necesario realizar un gráfico con las columnas B y F. Este gráfico (figura 5) será idéntico al que hemos trazado a mano sobre papel de probabilidad (figura 3). Pero aunque sea el mismo gráfico, en el eje vertical no aparecen rotuladas las probabilidades, sino las puntuaciones estandarizadas correspondientes a cada probabilidad. La correspondencia entre ambas series de valores es la que se mostraba en la figura 4.

Fig. 5.- Mismo gráfico de la figura 3 dibujado mediante la Hoja de Cálculo





El **trazado de la recta de ajuste** (fig.5) **no** puede hacerse con la "línea de tendencia" facilitada por Excel.

Se hará añadiendo otra **serie de datos nueva** que generará un segundo gráfico sobre el anterior. Este segundo gráfico se hace con dos puntos, abcisas A105:A106, y ordenadas C105:C106, eligiendo el tipo de gráfico en que no se muestran los puntos, sólo la línea que los une.

El mismo gráfico podemos obtenerlo utilizando las columnas B y G de la tabla de la página anterior:

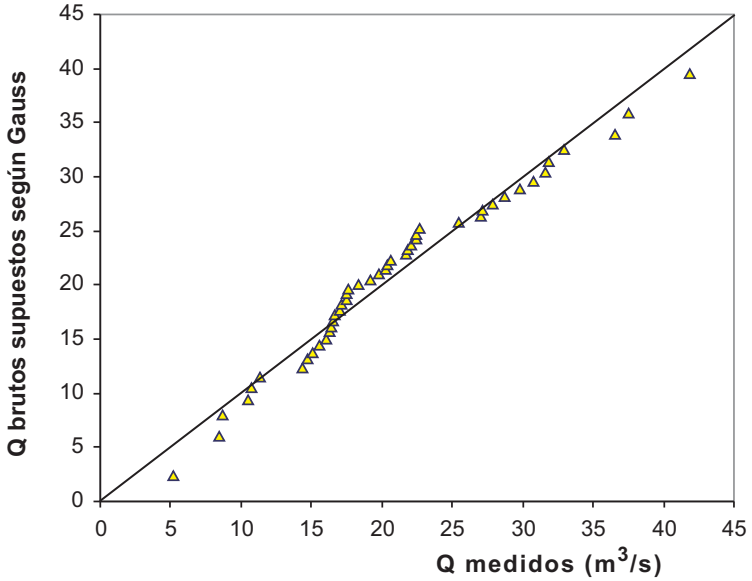


Fig. 6.- Mismo gráfico de la figura 5 , pero ahora en el eje vertical: caudales brutos (m^3/s) que deberían haberse producido para cada frecuencia, según la ley de Gauss

Esto pone de manifiesto el **fundamento de los gráficos de probabilidad: comparar los valores reales medidos con los que se deberían haber producido de acuerdo con la Ley de Gauss**; obviamente si hubiera un ajuste perfecto a Gauss, ambas series de valores serían idénticas y los puntos formarían una recta perfecta. En este caso, no es necesario ningún cálculo para dibujar la recta de ajuste a la ley de Gauss: basta unir los puntos (0,0) y (45,45).

El gráfico de la figura 6 adolece del mismo problema que el de la figura 5: no es visualmente significativo, porque en el eje vertical no aparecen las probabilidades.

Gráfico de probabilidad Gumbel

Todo el proceso explicado es similar para una distribución que se ajuste a la ley de Gumbel.

En la tabla adjunta se presenta los caudales máximos (día de mayor caudal de cada año) para la misma estación de aforos y para los mismos años[6] que habíamos visto en el ajuste a la Ley de Gauss. En la segunda columna los caudales, que hemos ordenado en orden decreciente, y en la tercera columna se ha calculado su frecuencia por el método de Hazen (0,5/45; 1,5/45, etc.). La última columna (retorno) es el inverso de la anterior.

n	Q max m^3/s)	frec Hazen	Retorno (1/frec)	n	Q max m^3/s)	frec Hazen	Retorno (1/frec)	n	Q max m^3/s)	frec Hazen	Retorno (1/frec)
1	487	0,011	**90,00**	16	310	0,344	**2,90**	31	177	0,678	**1,48**
2	465	0,033	**30,00**	17	310	0,367	**2,73**	32	171	0,700	**1,43**
3	465	0,056	**18,00**	18	310	0,389	**2,57**	33	166	0,722	**1,38**
4	440	0,078	**12,86**	19	295	0,411	**2,43**	34	166	0,744	**1,34**
5	403	0,100	**10,00**	20	279	0,433	**2,31**	35	166	0,767	**1,30**
6	391	0,122	**8,18**	21	279	0,456	**2,20**	36	156	0,789	**1,27**
7	387	0,144	**6,92**	22	275	0,478	**2,09**	37	156	0,811	**1,23**
8	387	0,167	**6,00**	23	259	0,500	**2,00**	38	150	0,833	**1,20**
9	387	0,189	**5,29**	24	257	0,522	**1,91**	39	144	0,856	**1,17**
10	387	0,211	**4,74**	25	233	0,544	**1,84**	40	144	0,878	**1,14**
11	346	0,233	**4,29**	26	233	0,567	**1,76**	41	132	0,900	**1,11**
12	342	0,256	**3,91**	27	229	0,589	**1,70**	42	125	0,922	**1,08**
13	341	0,278	**3,60**	28	223	0,611	**1,64**	43	120	0,944	**1,06**
14	338	0,300	**3,33**	29	207	0,633	**1,58**	44	112	0,967	**1,03**
15	328	0,322	**3,10**	30	194	0,656	**1,53**	45	78	0,989	**1,01**

[6] Río Tormes en Barco de Ávila, años 1940-41 a 1984-85

Representamos estos puntos en un gráfico Gumbel-aritmético (los tres valores menores caen fuera del gráfico, por la izquierda), utilizando el modelo incluído al final de este documento:

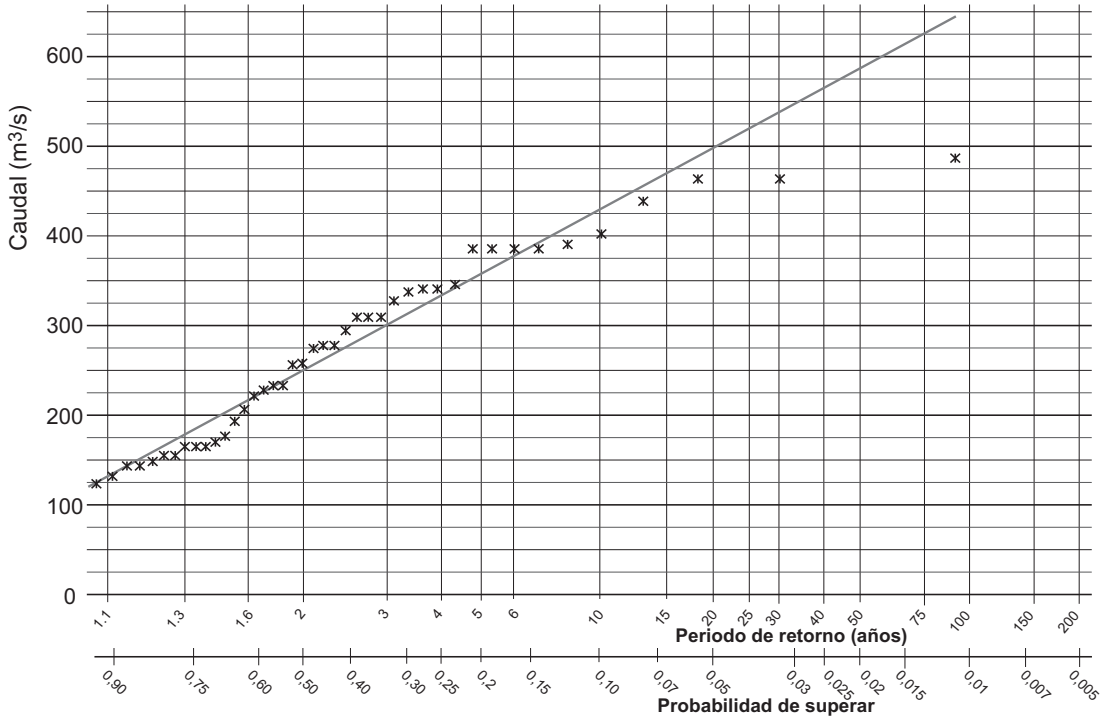
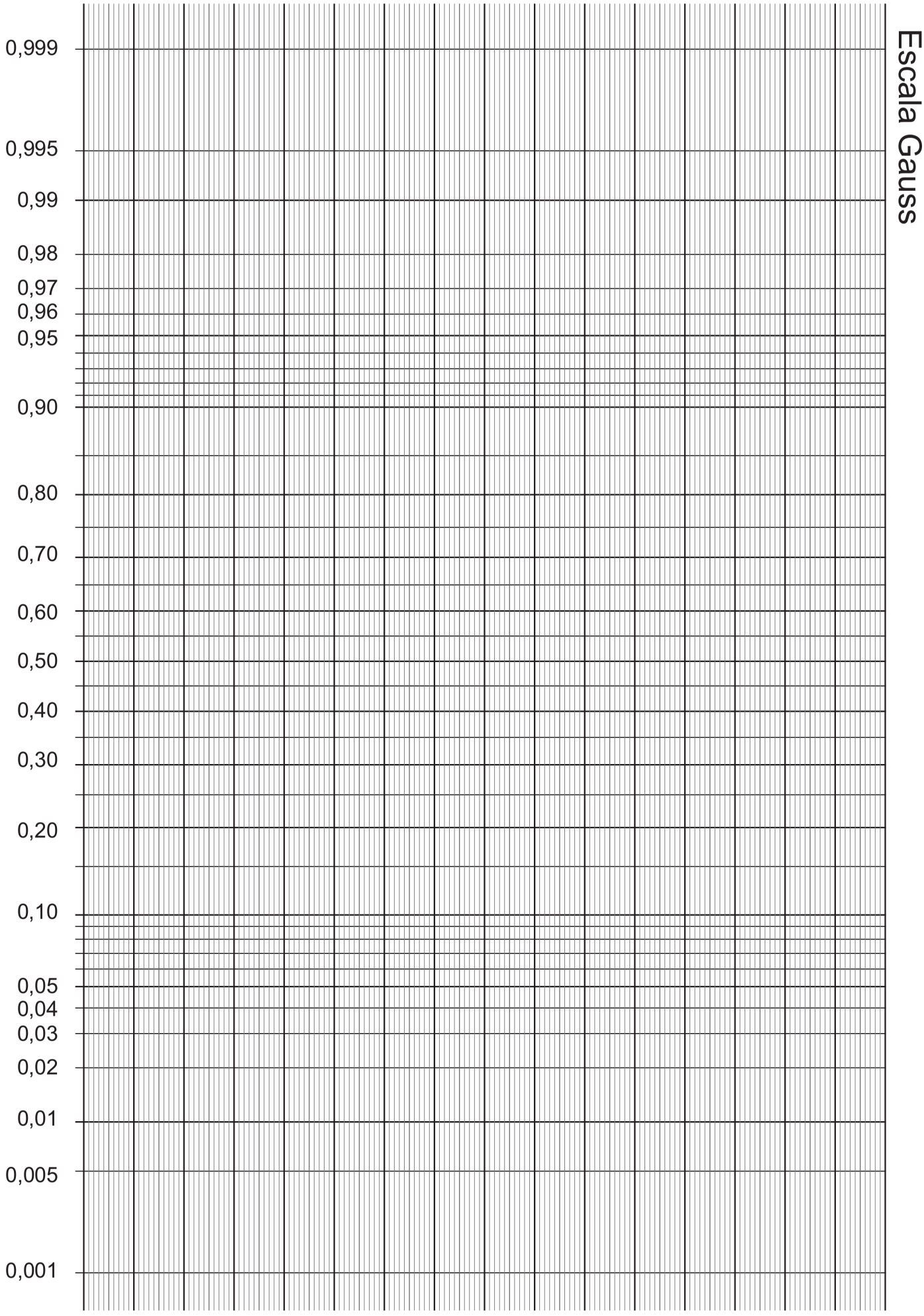


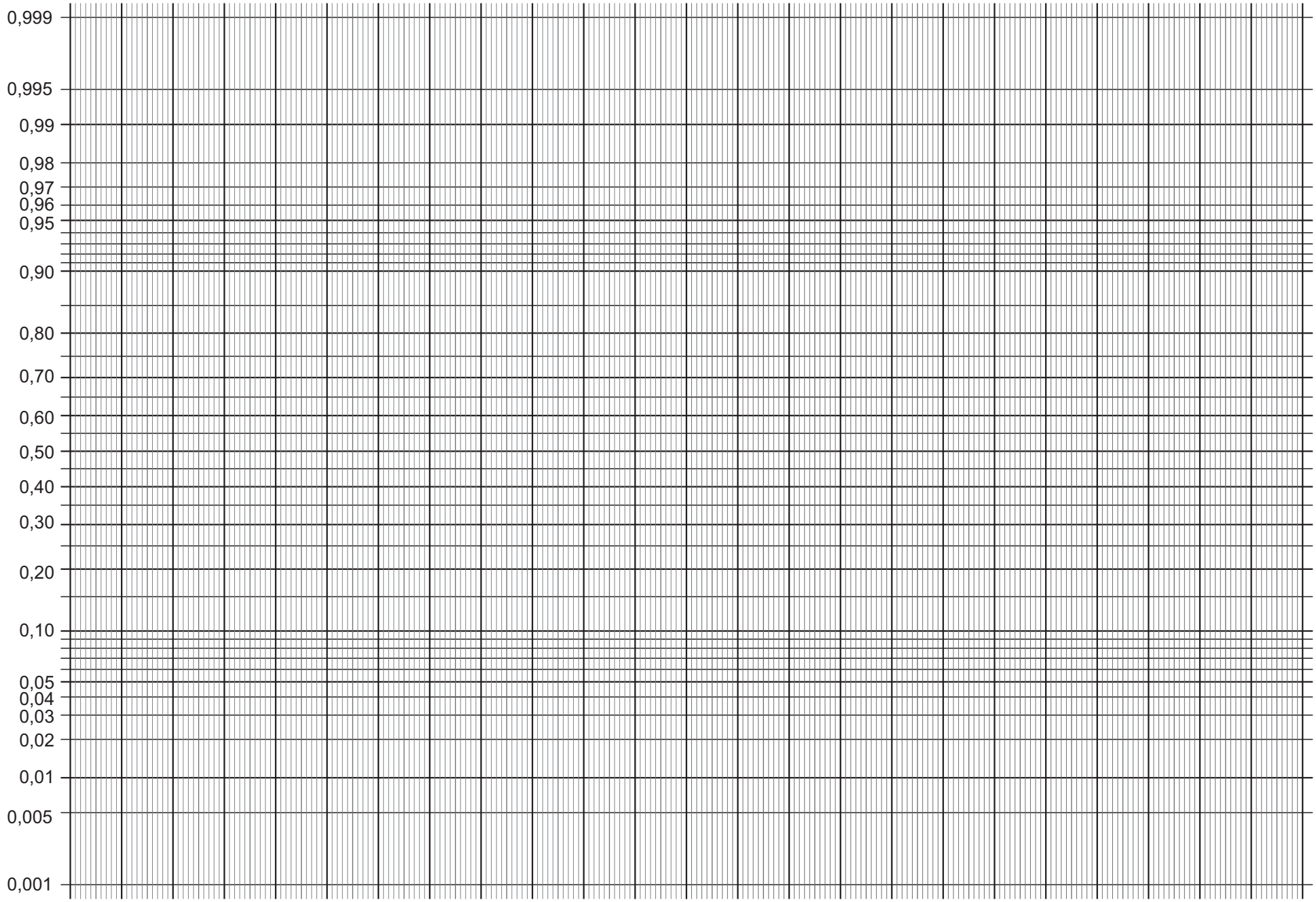
Fig. 7.- Caudales máximos representados en un gráfico de probabilidad Gumbel.

Si una serie de datos se ajustara a la ley de Gumbel, al ser representados en un papel de probabilidad en el que uno de los ejes ha sido 'deformado' de acuerdo con dicha ley, los puntos deberían alinearse, y la recta de ajuste nos permitiría realizar estimaciones.

En este caso, vemos que el ajuste puede ser aceptable para valores bajos, pero para retornos mayores de 20 años los datos empíricos se alejan de la recta de ajuste. Par trazar la recta de ajuste, se opera como en el caso de Gauss: para la media y la desviación estándar del grupo de datos considerado, se calcula el caudal que debería producirse según Gumbel para retornos de 2 y 50 años; esto nos proporcionará dos puntos en el gráfico para trazar la recta.

Análogamente a como vimos en los gráficos Gauss, se puede hacer el gráfico con la Hoja de Cálculo situando en un eje los caudales medidos y en el otro los caudales que deberían haberse producido de acuerdo con Gumbel (ese será el eje del retorno o probabilidad).


0,999
0,995
0,99
0,98
0,97
0,96
0,95
0,90
0,80
0,70
0,60
0,50
0,40
0,30
0,20
0,10
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0,005
0,001
Escala Gauss

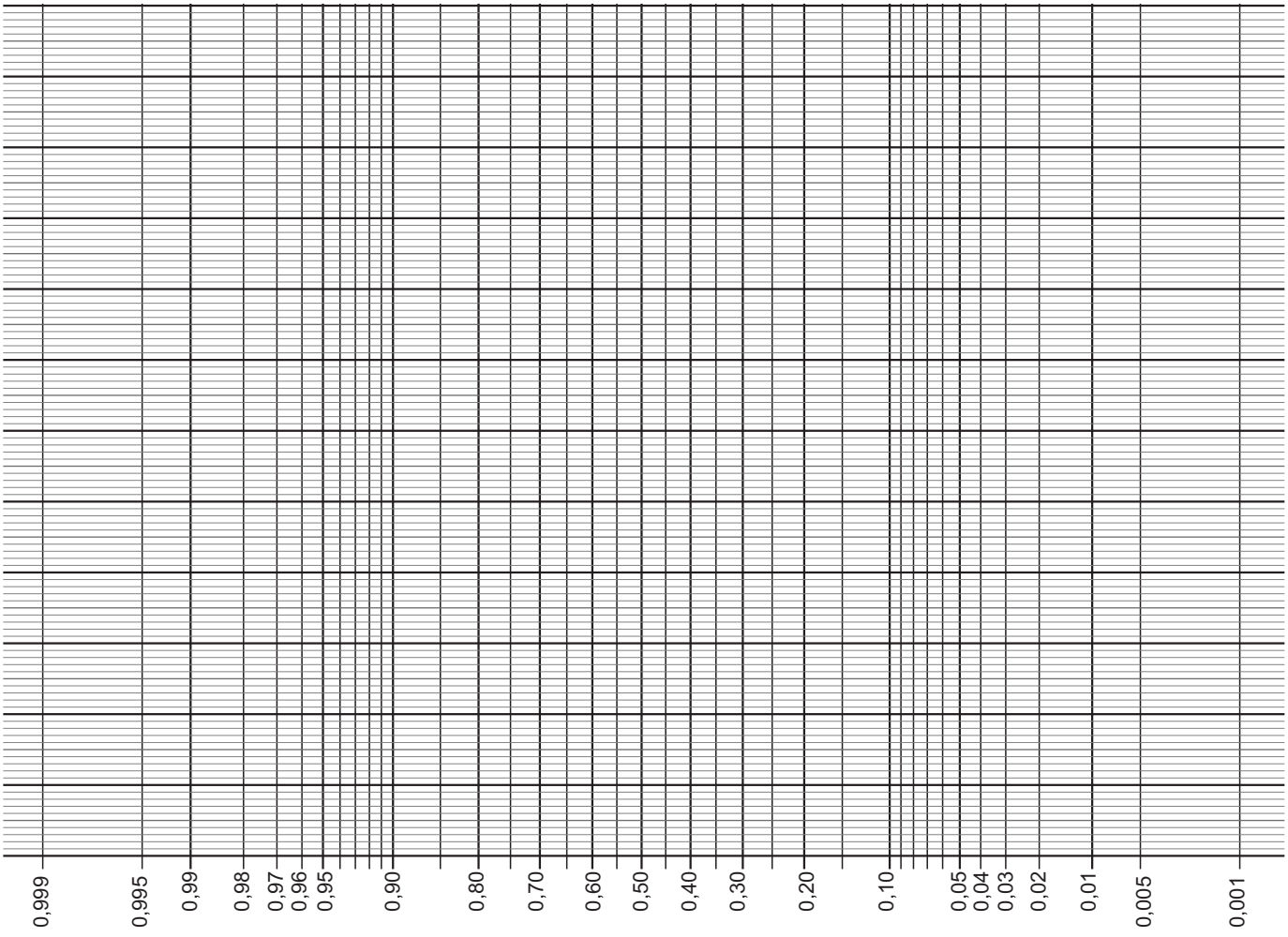


Escala Gauss

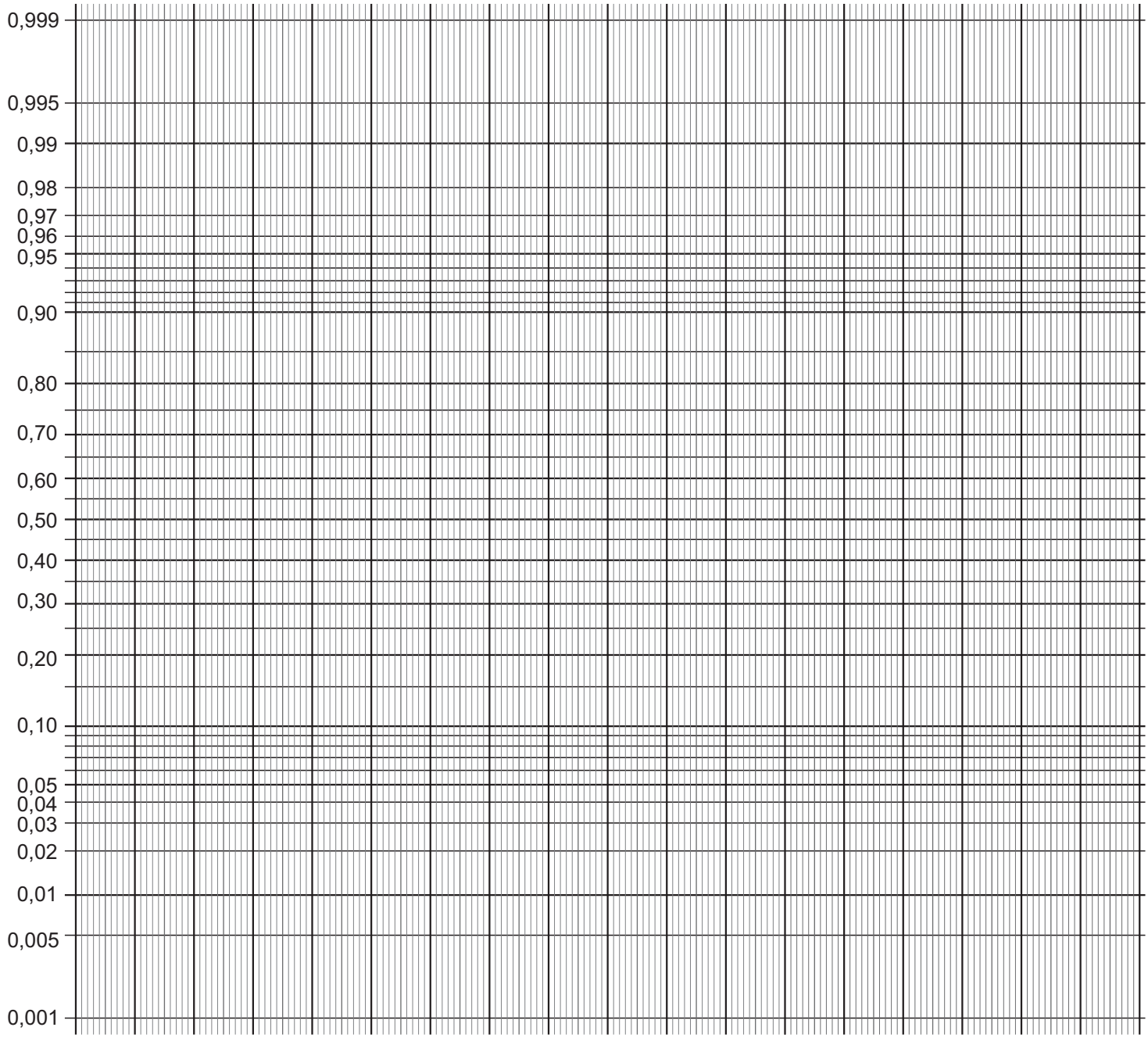
F. Javier Sánchez San Román--Dpto. Geología--Univ. Salamanca (España)

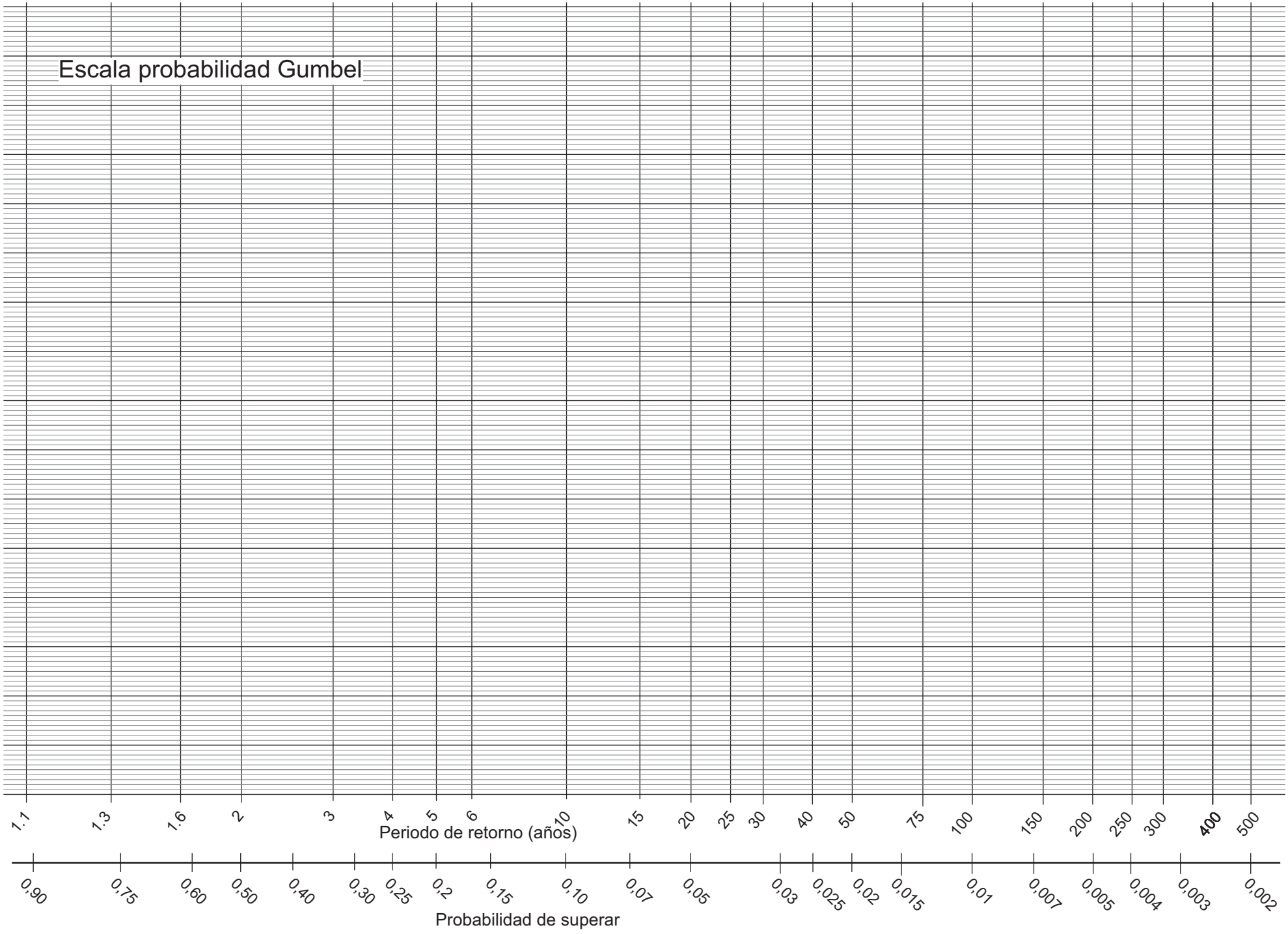
http://hidrologia.usal.es

Escala Gauss



Escala Gauss





F.J. Sánchez San Román Dpto. Geología Univ. Salamanca (España) http://hidrologia.usal.es/

Hidrología Superficial (II): Hidrogramas

Hidrogramas

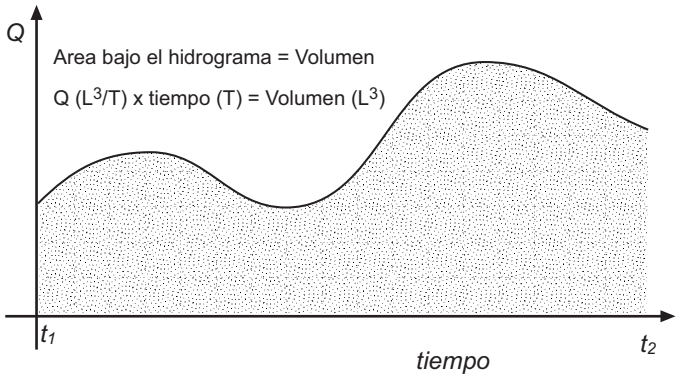
Un hidrograma es la expresión gráfica de $Q = f(t)$. Puede representarse a escalas muy diversas: en el eje de abcisas puede aparecer un intervalo de tiempo de 12 horas o de 2 años.

El área comprendida bajo un hidrograma es el volumen de agua que ha pasado por el punto de aforo en el intervalo de tiempo considerado.

Efectivamente, si multiplicamos las unidades del eje horizontal por las del eje vertical, se obtiene un volumen:

Q (volumen/tiempo) · tiempo = Volumen

En la figura adjunta, el área bajo la curva del hidrograma es el volumen de agua que ha pasado entre t_1 y t_2.



Esto se puede cuantificar de diferentes modos, según el caso:

– Si disponemos del dibujo de un hidrograma, planimetramos la superficie comprendida bajo el hidrograma. Como ejemplo, supongamos que en la figura adjunta 1 cm en el eje de abcisas corresponde a 1 día y 1 cm en el eje vertical corresponde a 5 m^3/s. Cada cm^2 bajo el hidrograma corresponderá a un volumen de agua igual a:

Volumen = Caudal · tiempo = 5 m^3/seg · 86400 seg = 432000 m^3

– Si el fragmento de hidrograma considerado responde a una ecuación, bastará con calcular la integral de dicha ecuación.

– Si disponemos de una serie de caudales tomados a incrementos de tiempo iguales, el volumen será: $Q_1 . \Delta t + Q_2 . \Delta t + Q_3 . \Delta t + ... = (Q_1 + Q_2 + Q_3 + ...) . \Delta t$

Hidrograma de una crecida

Para comprender la forma de un hidrograma y cómo esta forma es el reflejo de las precipitaciones que han generado esa escorrentía directa, supongamos un experimento de laboratorio en el que producimos unas precipitaciones constantes sobre un canal rectangular y aforamos el caudal a la salida del canal (figura 2).

El hietograma será una banda homogénea, puesto que se trata de una precipitación artificial de intensidad constante.

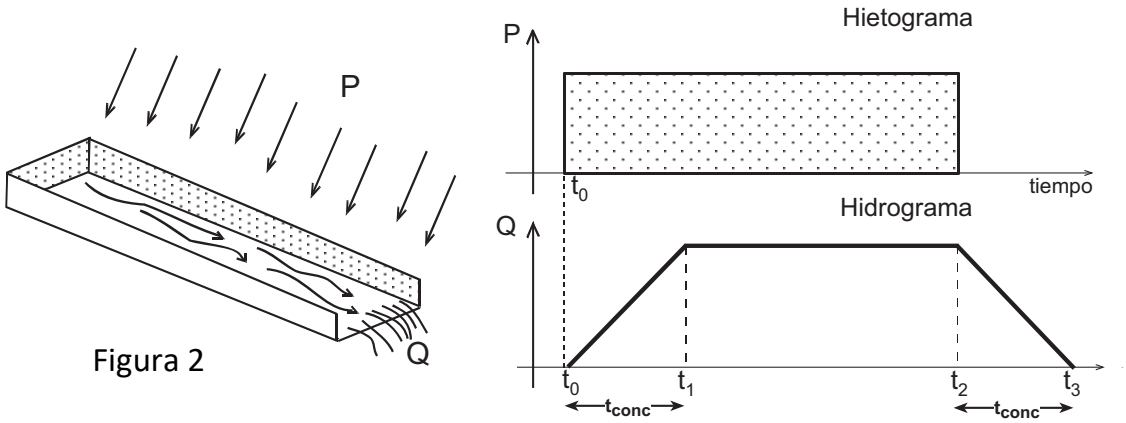


Figura 2

El hidrograma comenzará a subir desde el instante t_0 en que comienza la precipitación y el caudal irá aumentando hasta t_1, momento en que llega al punto de salida la primera gota que cayó en el punto más alejado del canal. A partir de ese momento, el caudal se mantendrá constante (e igual a la intensidad de precipitación que está cayendo sobre el canal), y así seguiría mientras durara la precipitación constante. Si en el instante t_2 la precipitación cesa bruscamente, el caudal irá disminuyendo mientras la lámina de agua que ocupaba el canal va llegando a la salida. En el instante en que la última gota que cayó en el punto más alejado llega a la salida (t_3) el caudal se anula.

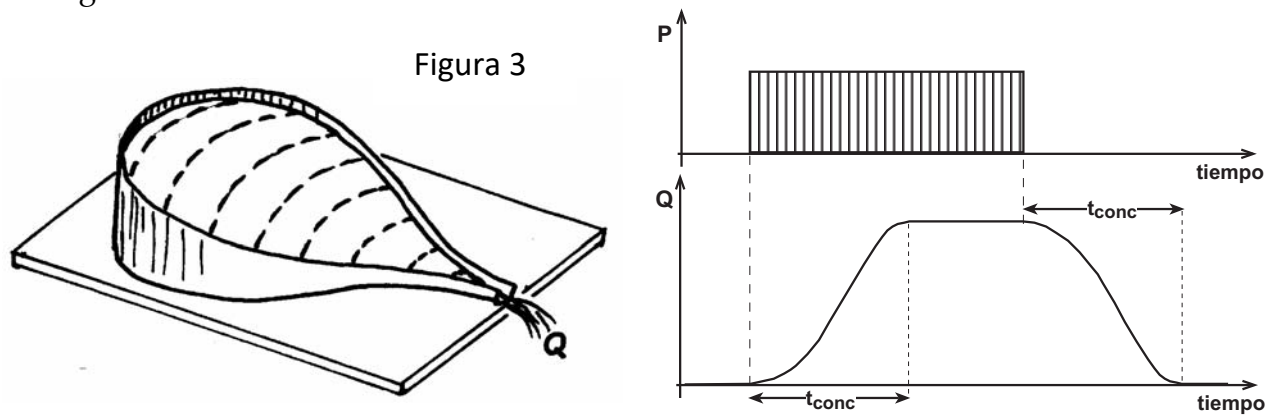
El intervalo de t_0 a t_1 es igual al intervalo de t_2 a t_3: ambos son el tiempo que tarda en llegar a la salida una gota caída en el punto más alejado de ésta. En una cuenca real se llama ***tiempo de concentración*** y es un parámetro fundamental en el estudio del comportamiento hidrológico de una cuenca.

En la figura 2 se aprecia que: $t_{base} = t_p + t_c$

Donde: t_{base} = tiempo base del hidrograma
t_p = duración de la precipitación
t_c = tiempo de concentración

Si repitiéramos la experiencia con un recipiente de forma similar a la de una cuenca real, el hidrograma obtenido sería como se muestra en la figura 3, que ya es similar a un hidrograma de crecida real.

Figura 3



Las líneas de trazos que aparecen en la maqueta de una cuenca de la figura 3 (izquierda) representan las zonas de igual tiempo de llegada a la salida, se denominan *líneas isocronas*. Tras el comienzo de la precipitación, en el primer Δt llegaría el agua caída en la primera banda, en el 2º Δt llegaría el agua caída en las bandas 1ª y 2ª, etc. Si la precipitación se prolonga lo suficiente, en el 9º Δt y sucesivos llegaría el agua caída en toda la cuenca. Al cesar la precipitación, en el primer Δt ya faltaría el agua que no había caído en la 1ª banda, y sí se aforarían las caídas en las bandas 2ª y

siguientes en los Δt anteriores. En el 2º Δt faltarían la de la 1ª y la 2ª,... y al final del hidrograma se aforaría solamente el agua caída en la 9ª banda, en el Δt anterior al fin de la precipitación.

En ambos casos, figura 2 y figura 3, el hidrograma tiene una meseta horizontal debido a que el **tiempo de precipitación** es mayor que el **tiempo de concentración** de la cuenca. Si no es así, es decir, si la duración de las precipitaciones es menor que el tiempo de concentración, no se llegará a alcanzar la meseta de caudal constante, comenzando a bajar antes de alcanzar ese caudal constante.

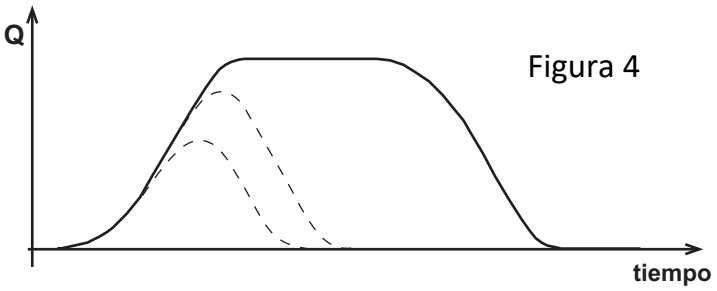


Figura 4

En ningún momento ha llegado a contribuir toda la superficie de la cuenca a la escorrentía; en ese caso, en la cuenca de la figura 3 se generarían los hidrogramas indicados a trazos en la figura 4.

En una cuenca real cuyo cauce estuviera seco previamente a las precipitaciones, y con una precipitación más corta que el tiempo de concentración de la cuenca, el hidrograma generado en la desembocadura sería similar a una de las líneas de trazos de la figura 4, y se muestra en la figura 5. Arriba, en el hietograma, observamos que una parte de las precipitaciones no produce escorrentía directa, son precipitaciones retenidas superficialmente o infiltradas en el suelo, denominadas *abstracciones*. La parte de la precipitación que sí produce escorrentía directa se denomina *lluvia neta* o *precipitación neta*[1]. Por tanto, cuando más arriba se dice: "una precipitación más corta que el tiempo de concentración", se refiere a precipitación neta.

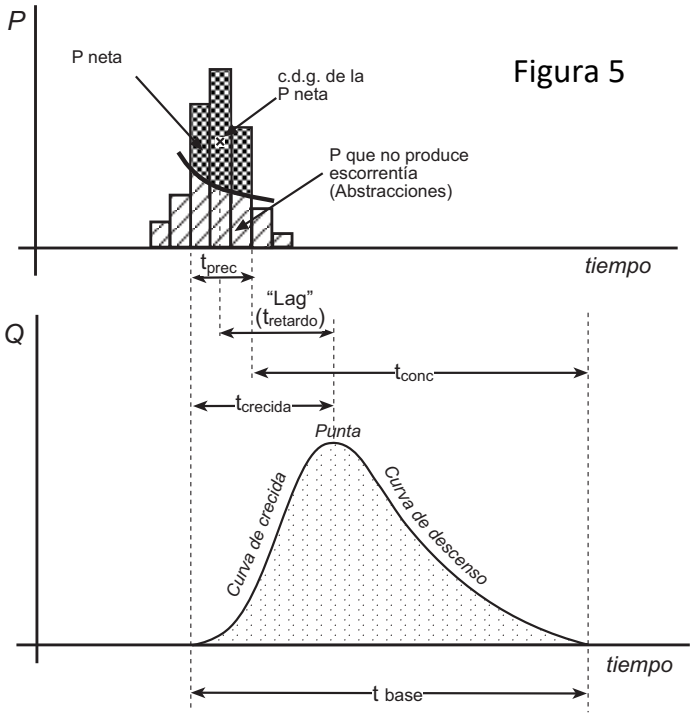


Figura 5

Observamos que aquí también se cumple la relación: $t_{base} = t_{precip} + t_{conc}$ que habíamos visto en las figuras 2 y 3. Además de estos tiempos, ya explicados, aparecen dos nuevos parámetros: el **tiempo de crecida** (desde el comienzo de la P_{neta} hasta la punta del hidrograma, y el **tiempo de retardo** (en inglés, ***lag***), que es el tiempo transcurrido desde el centro de gravedad del hietograma de P_{neta} hasta la punta del hidrograma. Notar que: $t_{crecida} = t_{retardo} + t_{prec}/2$.

En las figuras 2 y 3 el **tiempo de concentración** coincidía con el tiempo del tramo de subida o el del tramo de bajada del hidrograma; aquí no es así, ya que $t_{prec} < t_{conc}$ (ver los

[1] Para este concepto se utilizan también las denominaciones: *Precipitación eficaz, efectiva,* o *en exceso* (ésta última por traducción literal del inglés); o *lluvia eficaz,* etc. En inglés: *excess rainfall, effective rainfall, net rainfall*

hidrogramas en línea de trazos de la figura 4). La única posibilidad de acotar el tiempo de concentración es considerando el tiempo de recorrido de la última gota precipitada.

En una cuenca real de gran tamaño, cuando se producen precipitaciones, es normal que el caudal previo a las precipitaciones no sea nulo, aunque estaba agotándose lentamente. El hidrograma generado se muestra en la figura 6.

Se aprecia que el hidrograma con trama de puntos es el mismo que el de la figura 5, pero en vez de estar apoyado sobre el eje de abcisas, se apoya sobre el caudal que tenía el río antes de las precipitaciones. Ya hemos visto (tema "El Ciclo Hidrológico") que dicho caudal se denomina *escorrentía básica* y es debido a la *escorrentía subterránea* más la *escorrentía superficial diferida*; muchas veces ésta última es despreciable y la superficial diferida equivale a la escorrentía subterránea.

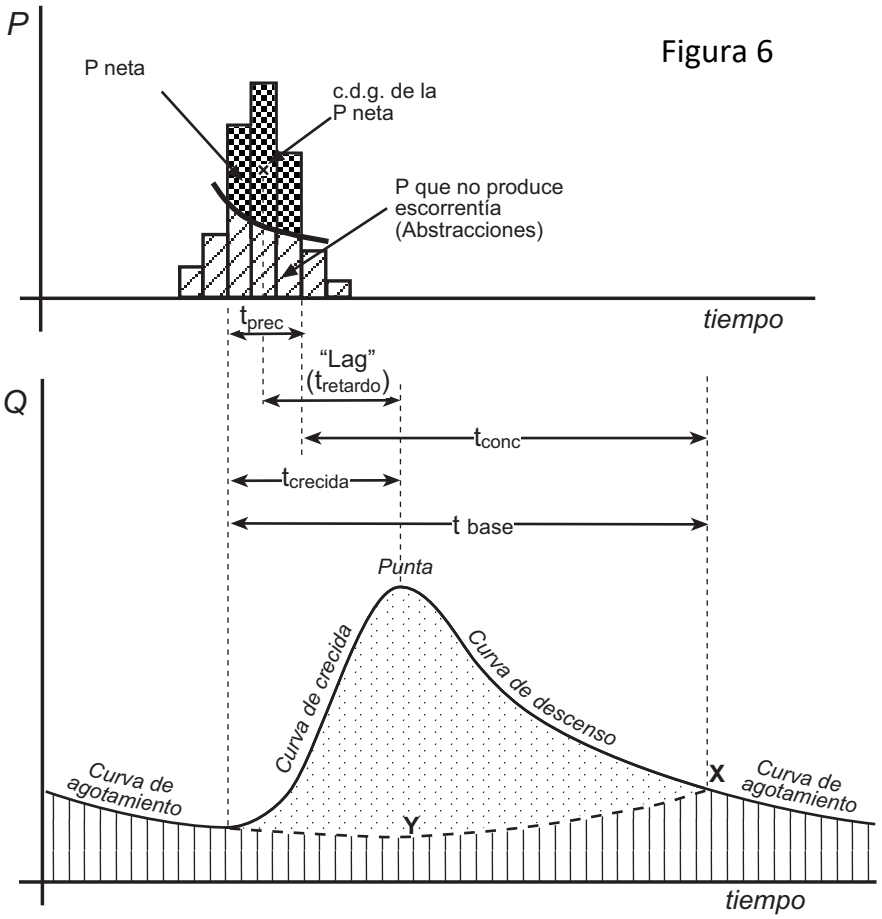


Figura 6

La escorrentía básica (la parte del caudal que no es debida a esta lluvia neta), con trama en líneas verticales, al comenzar la crecida continúa agotándose hasta el punto **Y**, y después comienza a aumentar. Esto es debido a que parte de las abstracciones habrá alcanzado la superficie freática, elevándola, y eso provoca que la aportación subterránea aumente (Figura 7).

El punto marcado en la figura 6 como **X** corresponde al momento en que toda la escorrentía directa provocada por esas precipitaciones ya ha pasado. El agua aforada a partir de ese momento es escorrentía básica. Es importante notar que la nueva curva de agotamiento comienza más arriba que donde se encontraba el agotamiento antes de la crecida, debido a la infiltración que ha recibido el acuífero.

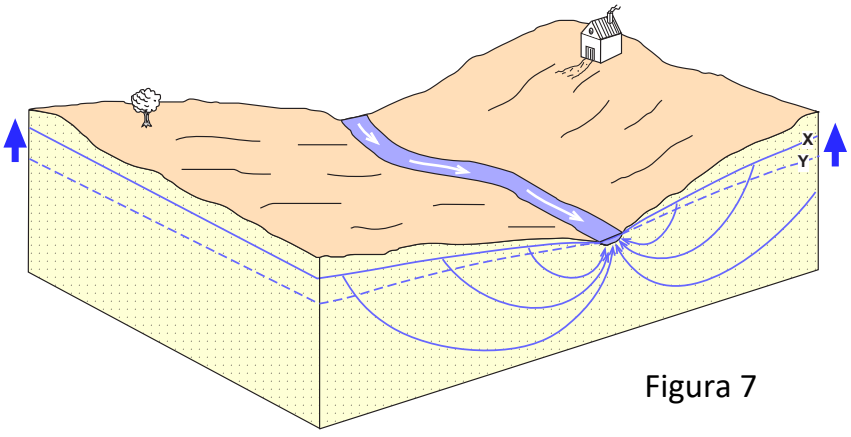


Figura 7

En un hidrograma real las precipitaciones son intermitentes en el tiempo y dispersas e irregulares en el espacio de la cuenca receptora que está siendo aforada, por lo que el hidrograma aparecerá con un trazado irregular en lugar de la curva suave de la figura 6.

Veremos más adelante que el punto **X** se aprecia mejor si representamos *log Q* en función del tiempo, ya que el tramo *curva de agotamiento* se convertirá en una recta. El punto **X** también se puede situar mediante fórmulas empíricas, como ésta (Linsley, 1949, en Custodio, 1983, p. 395):

$N = 0{,}826 \cdot A^{0{,}2}$, siendo: N = días trascurridos desde la punta hasta **X**
A= área de la cuenca en km^2

Separación de componentes

Al pasar de la figura 5 a la 6 hemos introducido la escorrentía básica debajo del hidrograma de crecida. Si disponemos de un hidrograma real, el proceso es inverso: partimos de la curva del hidrograma que se ha medido y queremos separar qué parte corresponde a escorrentía directa y qué parte a escorrentía básica. Este proceso se denomina *separación de los componentes del hidrograma*, y se realiza gráficamente.

El procedimiento más sencillo y más utilizado es el siguiente: Prolongamos la curva de agotamiento previa a la crecida hasta la vertical de la punta del hidrograma (figura 8, trazo Z-Y), y luego se continúa la curva de modo ascendente hasta el punto **X**, donde supongamos que se encuentra el comienzo de la curva de agotamiento posterior a la crecida (figura 8, trazo Y-X).

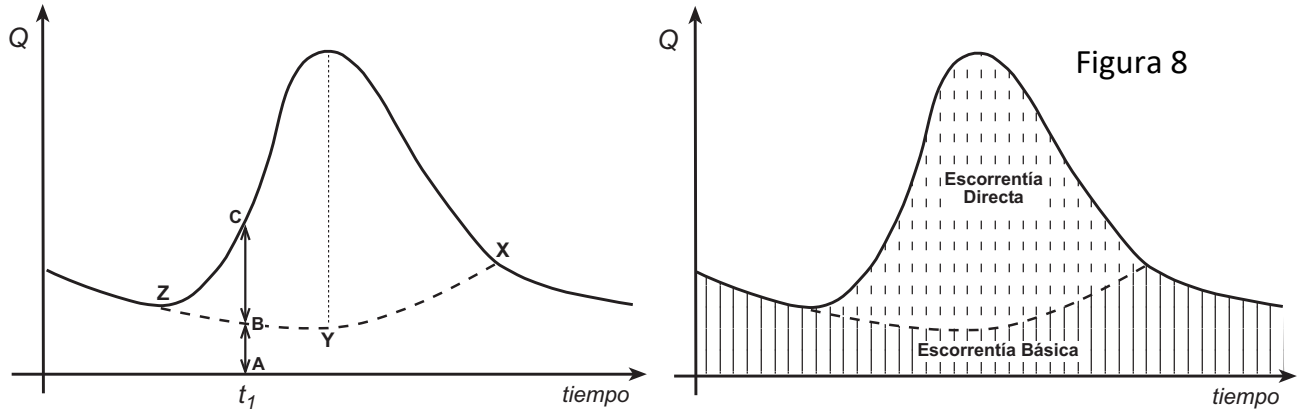


Figura 8

Consideremos el instante t_1 (figura 8): la parte A-B del caudal es debida a la escorrentía básica y la parte B-C corresponde a la escorrentía directa.

El procedimiento indicado más arriba es quizá el más utilizado para la separación de componentes aparece en la Figura 9 como opción [1]. A veces se aplican los trazados que se reflejan en la misma figura con los números 2, 3 y 4.

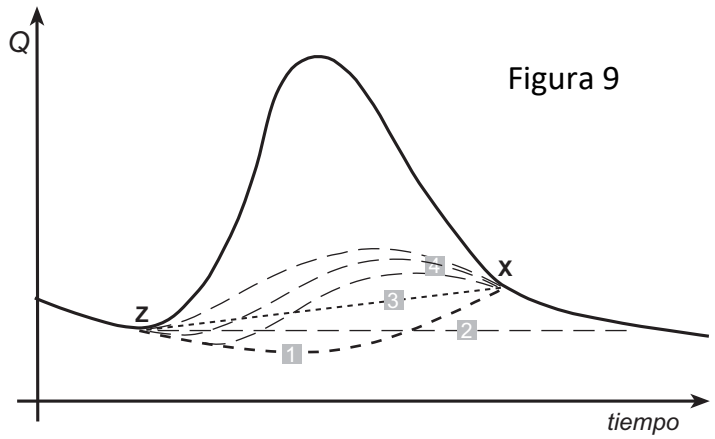


Figura 9

Opción [2]: Para una evaluación aproximada o cuando el tiempo de crecida es pequeño, puede ser suficiente trazar una línea horizontal desde el comienzo de la crecida.

Opción [3] : Trazamos una recta desde el comienzo hasta el final de la crecida (desde Z hasta X). Aunque se trata de una aproximación, en muchos casos el error es aceptable

Opción [4] : Cualquiera de las posibilidades indicadas como [4] podría ser adecuada en cuencas en las que se produzca una rápida respuesta de la escorrentía básica tras el comienzo de la precipitación, probablemente por la poca profundidad de la superficie freática.

La separación también puede abordarse mediante métodos químicos (Apéndice I)

Realizada la separación por cualquiera de los procedimientos, para evaluar qué parte de la aportación es debida a escorrentía directa y qué parte a escorrentía básica habría que planimetrar las dos partes resultantes de la separación del hidrograma. Ya hemos visto que el área bajo el hidrograma corresponde al volumen, de modo que la proporción entre esas dos zonas nos informará de la proporción entre ambas escorrentías.

En este aspecto tendrá una importancia fundamental la geología de la cuenca. Si es impermeable será proporcionalmente mayor la parte correspondiente a escorrentía directa. En la figura 10 observamos que una cuenca de geología impermeable presentará estiajes dramáticos seguidos de fuertes crecidas. La cuenca de geología permeable durante los estiajes mantiene un caudal apreciable y las crecidas son relativamente suaves.

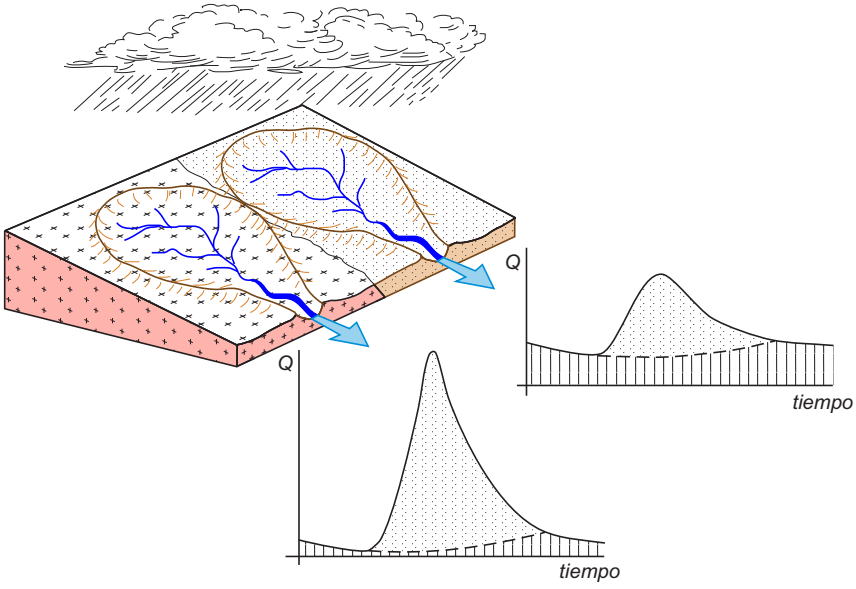
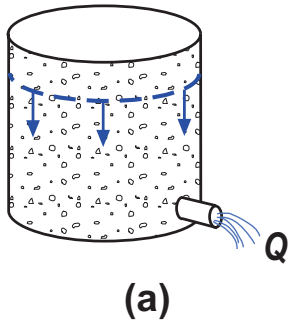


Figura 10
Dos cuencas iguales reciben las mismas precipitaciones. A la izquierda, la geología es granítica, a la derecha arenosa.
Los hidrogramas generados tiene la misma superficie (ha pasado el mismo volumen de agua), pero en el de la izquierda la escorrentía directa es el 81%, a la derecha el 39%

Curva de agotamiento de un hidrograma

Ya hemos visto que la **curva de agotamiento** es la parte de un hidrograma en que el caudal procede solamente de escorrentía básica. En las figuras anteriores veíamos la curva de agotamiento como continuación de hidrogramas de crecida. En la figura 11.b se presenta el hidrograma de una curva de agotamiento que comienza con un caudal inicial Q_o

En ese apartado nos referimos al caso de que la escorrentía básica se deba exclusivamente a escorrentía subterránea.



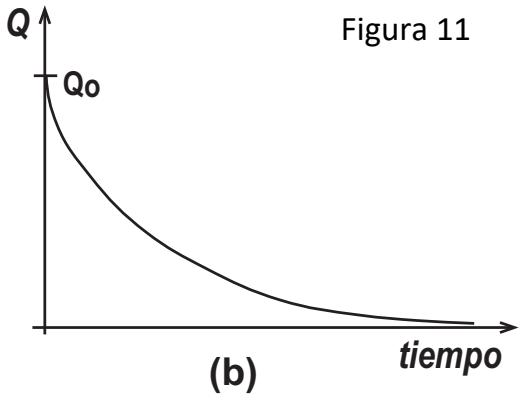


Figura 11

Este hidrograma podría generarse por un depósito lleno de arena y saturado de agua (figura 11.a) en el que abrimos el conducto inferior de salida. Inicialmente saldrá un caudal Q_o, que irá disminuyendo con el paso del tiempo hasta agotarse. La evolución del caudal Q en el tubo de salida se reflejaría en la figura 11.b.

El conjunto de acuíferos de una cuenca completa se comporta como el bidón de la figura 11: se llena durante el periodo de precipitaciones y se vacía durante el estiaje, alimentando el cauce. En la figura 12 hemos supuesto que la geología de la cuenca fuera homogénea, y el volumen de "embalse subterráneo" de esa cuenca sería el señalado con trama de líneas verticales en el corte de dicha figura 12.

La curva de agotamiento del caudal del río tendría la misma forma que la del bidón de arena.

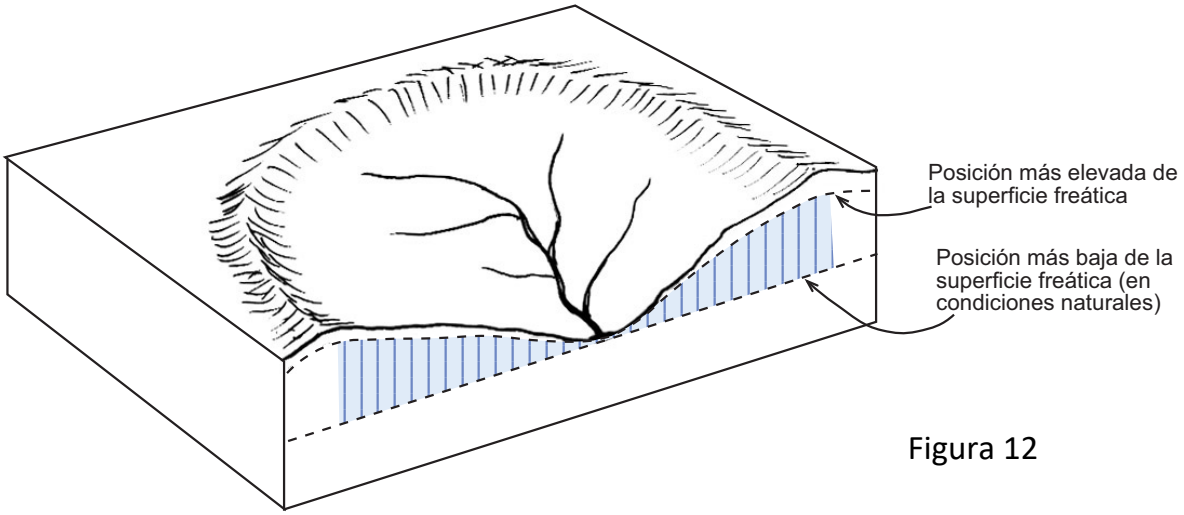


Figura 12

En cualquiera de los casos, el bidón o la cuenca, la ecuación que refleja esas curvas de agotamiento es de este tipo:

$$Q_t = Q_0 \cdot e^{-\alpha t} \qquad (1)$$

Donde: Q_o = Caudal en el instante inicial $\boldsymbol{t_o}$
Q_t = Caudal en el instante $\boldsymbol{t}$
t = Tiempo que ha transcurrido desde $\boldsymbol{t_o}$
e = número e (2,718...)
α = constante, que depende del cuerpo de material poroso que estamos considerando

Como la cuenca se comporta como un embalse (retiene agua cuando es abundante, la entrega cuando es necesaria) es muy conveniente poder evaluar el volumen de ese "embalse subterráneo" constituido por todos los acuíferos de la cuenca.

Ya hemos visto que el área comprendida bajo un hidrograma es el volumen de agua que ha pasado por el punto de aforo en el intervalo de tiempo expresado en el hidrograma. En un hidrograma cualquiera, dicha área debe ser planimetrada. Pero en este caso, como esta parte del hidrograma tiene una ecuación, el área bajo la curva puede ser calculada analíticamente mediante su integral. Por tanto, si integramos el área bajo la curva de la figura 11.b, el valor obtenido corresponderá al volumen total de agua almacenada en el bidón de arena en el instante inicial, o el almacenado en los acuíferos que alimentan un río durante su estiaje. En ambos casos, será el volumen almacenado en el instante t_o, cuando el caudal es Q_o.

Ese volumen será, integrando la ecuación (1) [2]:

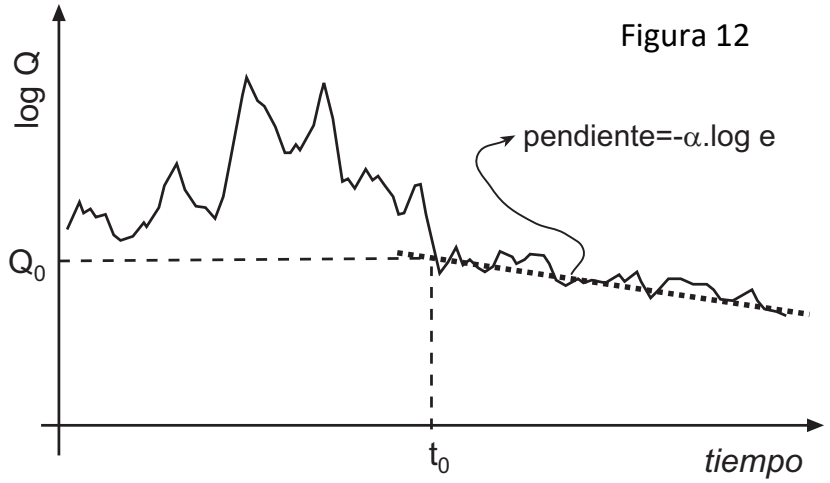
$$V = \int_0^{\infty} Q_0 . e^{-\alpha t} . dt = \frac{Q_0}{\alpha} \qquad (2)$$

Por otra parte, si tomamos logaritmos en la ecuación (1) obtenemos:

$$log\ Q_t = log\ Q_o - \alpha\ t\ log\ e \qquad (3)$$

Esta ecuación (3) es la de una recta (y= a+b·x), si expresamos el **log Q** en función del tiempo ***t***, siendo la pendiente: [-α log e]. Efectivamente, si dibujamos el *logaritmo de* Q_t en función de t, **la curva de agotamiento aparecerá como una recta** (figura 12), y podremos calcular la pendiente de esa recta, de ella deduciremos α y finalmente calcularemos el volumen almacenado por el "embalse subterráneo" de la cuenca en el instante t_0 mediante la expresión (2)..[3]

Figura 12



El valor de la constante α es constante y característico de una cuenca. El valor de Q_0 variará en la misma cuenca, dependiendo de los niveles de los acuíferos de la cuenca (más o menos llenos) en el tiempo t_o. Debemos buscar varias rectas de agotamiento, de años sucesivos, comprobar que todas presentan la misma pendiente (–α log e) y elegir para el cálculo la recta de agotamiento que comience más arriba: el Q_0 más alto posible indicará la máxima capacidad de regulación de esa cuenca.

---

[2] $$V = \int_0^{\infty} Q_0 \cdot e^{-\alpha t} \cdot dt = Q_0 \cdot \left[-\frac{e^{-\alpha t}}{\alpha} \right]_0^{\infty} = Q_0 \cdot \left(-\frac{e^{-\alpha \infty}}{\alpha} - \left(-\frac{e^{-\alpha 0}}{\alpha} \right) \right) = Q_0 \cdot \left(\frac{0}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \right) = \frac{Q_0}{\alpha}$$

[3] Ver la práctica **"Estudio de la curva de agotamiento",** con un ejemplo numérico: http://hidrologia.usal.es/practicas/Volumen_embalse_subterraneoEXPLICACION.pdf

Anexo I. Separación de componentes por métodos químicos

Podemos conocer en un momento determinado qué parte del caudal es debido al escorrentía básica y qué parte a la escorrentía directa analizando una muestra de agua tomada del cauce en ese momento (tiempo t_2 , figura I.1). Lo que analizamos puede ser un ión, por ejemplo cloruros, un isótopo natural (^{18}O) o simplemente una medida de la conductividad eléctrica, que es un reflejo de la salinidad del agua.

Es necesario que la concentración del elemento o el parámetro analizado sean diferentes en el agua de escorrentía directa y en el agua de escorrentía básica. La composición de la escorrentía directa puede analizarse de una muestra tomada de la escorrentía superficial antes de llegar al cauce o analizar el agua de lluvia; obtendríamos el valor C_D. Para conocer la composición del agua de escorrentía básica (C_B) debemos analizar una muestra tomada del cauce antes de que se produzca la precipitación (momento t_1 en la figura I.1) .

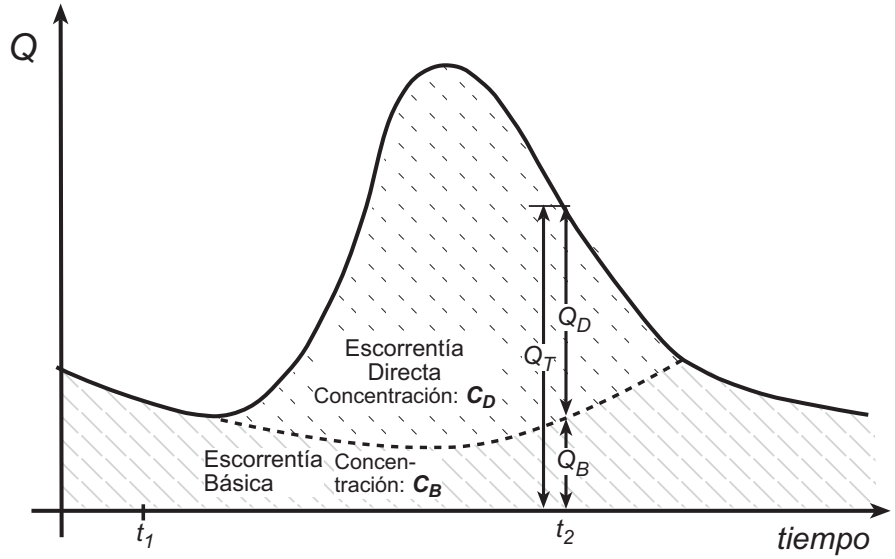
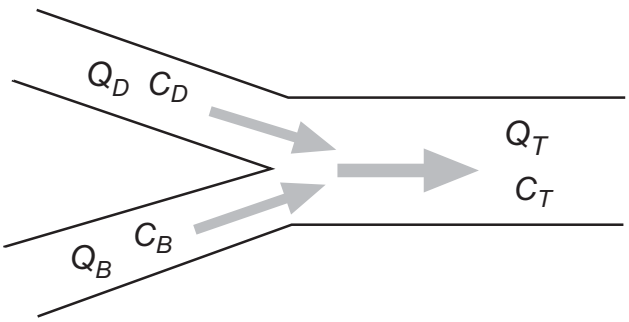


Figura I.1.- Separación de componentes por métodos químicos

Conocemos el caudal total (Q_T) y las dos concentraciones indicadas (C_B y C_D). La fracción del caudal que es debida a escorrentía básica (Q_B) será igual a:

$$Q_B = Q_T \frac{C_T - C_D}{C_B - C_D} \qquad \text{(I.1)}$$

Como leyenda de la fórmula, ver la figura I.1.



La deducción de la fórmula I.1 es idéntica a la utilizada para obtener la expresión de los aforos químicos: si se unen dos caudales (Q_B y Q_D, figura I.2) dando lugar a un caudal total (Q_T), y siendo las concentraciones de cierta sustancia, respectivamente, C_B ,C_D y C_T), debe cumplirse lo siguiente:

$$Q_T = Q_D + Q_B \qquad \text{(I.2)}$$

$$Q_T \cdot C_T = Q_D \cdot C_D + Q_B \cdot C_B \qquad \text{(I.3)}$$

La expresión I.3 expresa la conservación de masa (la masa que circula por unidad de tiempo se mantiene constante al sumarse los dos caudales).

Despejando Q_D en I.2, sustituyendo en I.3 y despejando Q_B se obtiene la expresión propuesta inicialmente (I.1).

Ejemplo.- En un momento del hidrograma de crecida (t_2 en la figura I.1) se ha medido un caudal de 2,84 m^3/s y la conductividad del agua (265 µS/cm). Previamente (t_1 en la figura I.1) se había medido la conductividad del agua del cauce (836 µS/cm). La conductividad del agua de lluvia es de 13 µS/cm. Calcular la escorrentía básica y la escorrentía directa.

Solución: Aplicamos la fórmula I.1;

$$Q_B = 2{,}84\,\frac{265-13}{836-13} = 0{,}87\ \mathrm{m^3/s}$$

La escorrentía directa se obtiene restando (en I.2):

$$Q_D = 2{,}84 - 0{,}87 = 1{,}97\ \mathrm{m^3/s}$$

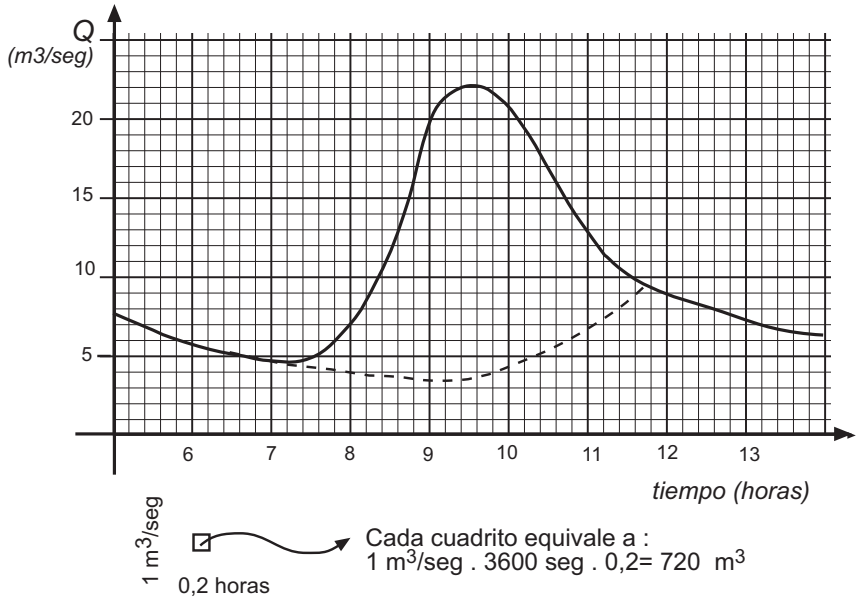
Si disponemos de dispositivos que adquieran los datos automáticamente a lo largo del tiempo, con una serie continua de valores del caudal total (Q_T) y del parámetro medido (C_T), podremos realizar el cálculo expuesto para varios puntos a lo largo del hidrograma, trazando la separación completa.

Calculo del volumen total que ha pasado por un punto de aforo a partir del hidrograma

A) Cálculo a partir del gráfico del hidrograma

Se trataría simplemente de planimetrar el área comprendida bajo el hidrograma en el intervalo de tiempo elegido. Posteriormente, calcular a cuánto equivale 1 cm^2 del papel, teniendo en cuenta la escala de los dos ejes.

Por ejemplo, en la figura de la derecha, el volumen que ha pasado entre las 5 y las 14 horas son 445 cuadritos, que equivalen a:
445 x 720 m^3 = 320400 m^3

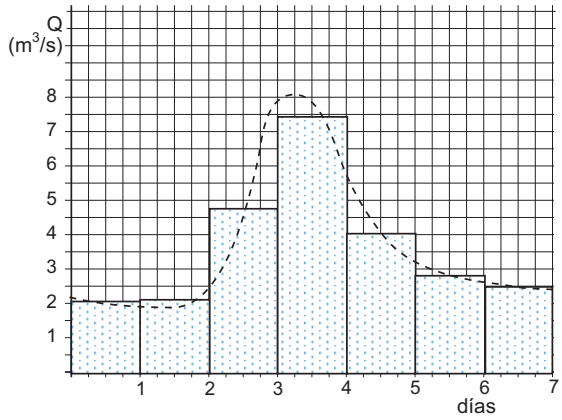


Además se ha realizado aproximadametne la separación de componentes, planimetrando por arriba (=escorrentía directa) 183 y por debajo de la línea de separación (=escorrentía básica) 262. Esto podemos convertirlo en volúmenes o simplemente calcular la fracción de cada escorrentía: 183/445 x 100 = 41 % escorrentía directa

B) Cálculo a partir de los datos numéricos de caudales

tiempo (días)	Caudal (m^3/seg)
1	2,0
2	2,1
3	4,8
4	7,4
5	4,1
6	2,8
7	2,5

Supongamos que disponemos de los siguientes caudales (en m^3/seg) medidos durante 7 días. El hidrograma correspondiente se representa al lado. Deseamos saber el volumen total de agua que ha pasado por el punto de aforo durante ese periodo de tiempo



SOLUCION:
Durante el primer día habrá pasado un volumen de : 2,0 m^3/seg x86400 seg =172.8000 m^3.
Sería necesario repetir el cálculo para los días siguientes y sumar, lo que podemos hacer rápidamente con la hoja de cálculo, confeccionando un cuadro como el siguiente:
En cada celda de la 3ª columna se multiplica por 86400 (seg que tiene un día) para calcular el volumen que ha pasado cada día

tiempo (días)	Caudal (m^3/seg)	Volumen (m^3)
1	2,0	172.800
2	2,1	181.440
3	4,8	414.720
4	7,4	639.360
5	4,1	354.240
6	2,8	241.920
7	2,5	216.000
	Suma.....	**2.220.480** m^3

Del modo más simple, sacando factor común el incremento de tiempo, el cálculo sería:

$$\mathbf{Vol=(Q_1+Q_2+...)\ \Delta\ t}$$

donde Δ **t** = nº segundos en cada intervalo (en este ejemplo: nº seg en una día).

Hemos planteado el cálculo en forma de tabla solamente para comprender que también aquí estamos calculando el área comprendida bajo el hidrograma: el cálculo del volumen para cada Δt corresponde al área de cada una de las barras del hidrograma de la figura anterior.

Ejercicio :

Calcular el volumen de agua que ha pasado en una semana, cuyos caudales medios diarios son los siguientes:

tiempo (días)	Caudal (m^3/seg)
17-oct	13,2
18-oct	11,8
19-oct	9,4
20-oct	12,5
21-oct	15,5
22-oct	19,1
23-oct	23,2

(Solución= 9,05 hm^3)

Ejercicio :

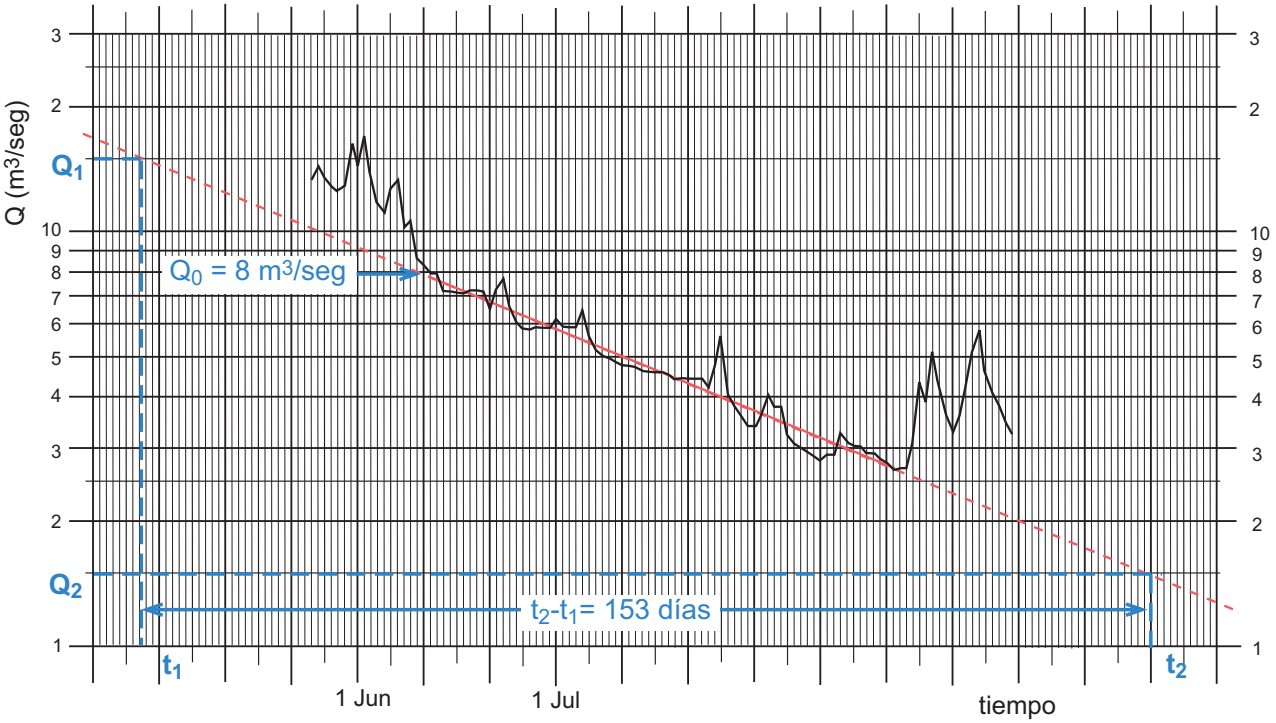
Los caudales siguientes se han recogido en un pequeño arroyo. Calcular el volumen total de agua que ha pasado por el punto de aforo (fíjate que los caudales están medidos cada 30 minutos):

tiempo	Caudal (litros/seg)
4.30 PM	2,35
5.00 PM	3,89
5.30 PM	5,12
6.00 PM	11,1
6.30 PM	15,9
7.00 PM	9,07
7.30 PM	3,96
8.00 PM	1,04

(Solución= 94,4 m^3)

Cálculo del volumen de "embalse subterráneo" a partir de la curva de agotamiento

Disponemos de un hidrograma en un gráfico semilogarítmico (logaritmo del caudal en función del tiempo). En primer lugar, se localiza un tramo del hidrograma que aparezca rectilíneo; se traza a estima una recta que se ajuste a este tramo. En este ejemplo, vemos que va desde mediados de Junio hasta finales de Agosto



1º) Se prolonga esta recta lateralmente hasta que podamos tomar dos caudales que uno sea la décima parte del otro, o, lo que es lo mismo, que: $Q_1 = Q_2 \cdot 10$. En este caso, hemos elegido **los caudales 1,5 y 15 m^3/seg.**

Leemos en el eje horizontal los tiempos t_1 y t_2 correspondientes a dichos caudales Q_1 y Q_2. En realidad, basta con leer los días transcurridos de t_1 a t_2. En este caso obtenemos ***$t_2 - t_1$* = 153 días**

Aplicamos la fórmula siguiente (explicada más adelante):

$$\alpha = \frac{1}{0{,}4343\ (t_2 - t_1)} = \frac{1}{0{,}4343\ .153\ \text{días}} = 1{,}50.10^{-2}\ días^{-1} \qquad (1)$$

2º) Leemos el valor del caudal para el día en que queremos evaluar el volumen almacenado en el "embalse subterráneo" de la cuenca. Vamos a realizar el cálculo para el día 10 de Junio. Llamamos a ese caudal Q_0. En este caso ***Q_0* = 8 m^3/seg**. El volumen buscado se calcula mediante la siguiente expresión[1]:

$$V\ (\text{m}^3) = \frac{Q_0\ (\text{m}^3/\text{día})}{\alpha\ (\text{días}^{-1})} = \frac{8\ .86400}{1{,}50\ .10^{-2}} = 45{,}93\ .10^6\ \text{m}^3 \qquad (2)$$

Atención a las unidades: si (t_1 - t_2) estaba en días, α estará en días^{-1}. Si Q_0 está en m^3/seg, habrá que convertirlo a m^3/día.

[1] Se obtiene en el tema *Hidrología Superficial (II): Hidrogramas* integrando la expresión: $Q = Q_0\ .\ e^{-\alpha t}$

Observaciones importantes:

1. Para el cálculo de α, es necesario repetir la operación en varios tramos (estiajes de varios años) y comprobar que el valor obtenido de α es similar.

2. Para el dato de Q_0 habrá que buscar tramos de agotamiento que comiencen lo más alto posible. Si queremos que el volumen obtenido al final del cálculo sea indicativo de la **máxima** capacidad del "embalse subterráneo" de la cuenca, hay que suponer que al comienzo del agotamiento los recursos subterráneos de la cuenca se encontraban al máximo. Para ello comparando varios agotamientos, elegiremos el $\boldsymbol{Q_0}$ más elevado (es decir, nunca el embalse subterráneo ha estado más lleno).

¿De dónde procede la fórmula (1)?

La ecuación de la curva de agotamiento es: $Q = Q_0 \cdot e^{-\alpha t}$ .Tomando logaritmos obtenemos:

$$\log Q = \log Q_0 - \alpha t \cdot \log e \qquad (3)$$

Que es la ecuación de una recta, cuya pendiente es:

$$pendiente = -\alpha \cdot \log e: \qquad (4)$$

Ahora calculamos gráficamente la pendiente: hemos tomado dos puntos de la recta (t_1, $logQ_1$) y (t_2, $logQ_2$):

$$pendiente = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\log Q_2 - \log Q_1}{t_2 - t_1} = \frac{\log\left(Q_2 / Q_1\right)}{t_2 - t_1} \qquad (5)$$

Y si hemos elegido estos dos puntos con la condición de que $\boldsymbol{Q_1 = Q_2 \cdot 10}$, entonces $\boldsymbol{\log (Q_2/Q_1) = \log (0,1) = -1}$ y la ecuación (5) se simplifica así:

$$pendiente = \frac{-1}{t_2 - t_1} \qquad (6)$$

Igualando las expresiones (4) y (6), y despejando α obtenemos la fórmula (1) que utilizamos al principio:

$$\alpha = \frac{1}{\log e \ (t_2 - t_1)} = \frac{1}{0{,}4343 \ (t_2 - t_1)} \qquad (1)$$

Otro modo de obtener la fórmula (1)

Aplicando la ecuación de la recta (3) a los dos puntos elegidos, y restando miembro a miembro, resulta:

$$\log Q_1 = \log Q_0 - \alpha t_1 \log e$$
$$\log Q_2 = \log Q_0 - \alpha t_2 \log e$$
$$\log Q_1 - \log Q_2 = -\alpha t_1 \log e - (-\alpha t_2 \log e)$$
$$\log (Q_1/Q_2) = \alpha \log e \ (t_2 - t_1)$$

Y si hemos elegido estos dos puntos con la condición de que $Q_1 = Q_2 \cdot 10$, resulta:

$$1 = \alpha \log e \ (t_2 - t_1)$$

Despejando α obtenemos la ecuación (1) utilizada para el cálculo.

Hidrología Superficial (III): Relación Precipitación - Escorrentía

Uno de los objetivos principales de la Hidrología Superficial es calcular la escorrentía se va a generar si se produce una precipitación determinada (calcular el *hidrograma* que va a generar un *hietograma*). El tema es muy complejo y se plantean actuaciones diversas:

- **Un evento concreto o el proceso continuo:** A veces estudiamos qué caudales generará cierta precipitación, o bien queremos conocer el proceso de un modo continuo, por ejemplo, el funcionamiento de la cuenca a lo largo de un año.
- **Precipitaciones reales o supuestas**: Podemos desear calcular los caudales generados por unas precipitaciones reales o bien trabajamos con una *tormenta de diseño* para calcular el *hidrograma de diseño*. Si se va a construir una obra (canal, presa,...) debe hacerse sobre caudales teóricos que calculamos que se generarán por unas precipitaciones teóricas que se producirán una vez cada 100 años.

En el estudio de una cuenca real con datos reales es necesario utilizar un modelo en ordenador, en el que se introducen las características físicas de la cuenca. En otras ocasiones es posible abordar el problema manualmente.
Muy esquemáticamente, las fases del proceso son las siguientes (los números **1** a **6** del esquema que se presenta en la página siguiente):

1, 2. *Separación de la lluvia neta* (calcular qué parte de la precipitación caída va a generar escorrentía superficial)[1]. (Ver la Práctica *"Cálculo de la Precipitación Neta por el método del SCS."*)

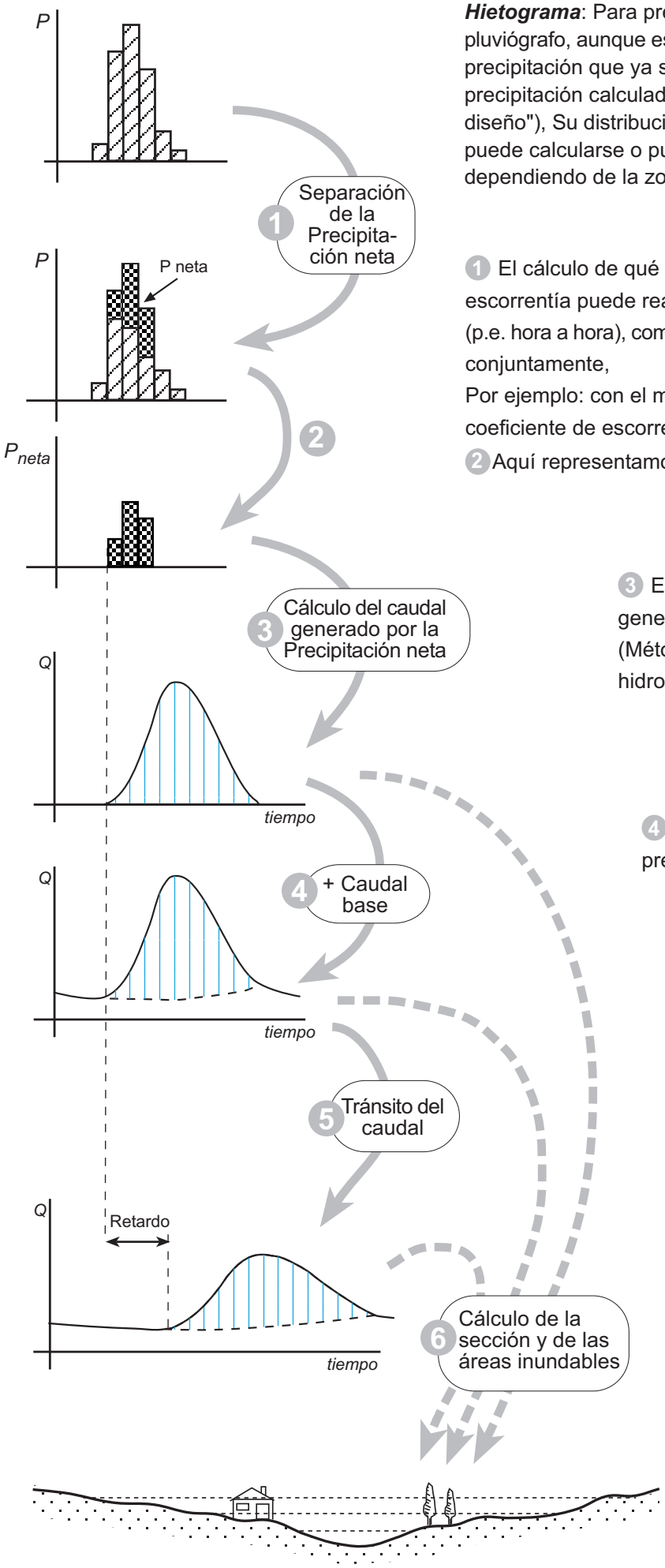
3, 4. *Cálculo de la escorrentía producida por esa precipitación neta*. Existen diversos métodos: Método Racional, Hidrogramas sintéticos, Hidrograma Unitario,...
El hidrograma calculado se suma al caudal base, si existía previamente

5. Cálculo de la variación del hidrograma calculado en el paso anterior a medida que circula a lo largo del cauce; esto se denomina "*tránsito de hidrogramas*", y no lo vamos a tratar aquí. (Ver el tema *"Tránsito de hidrogramas"*)

6. Opcionalmente, y teniendo en cuenta la geometría del cauce en una zona concreta, calcular la altura que alcanzará el agua, y, por tanto, **las áreas que quedarán inundadas** cuando el hidrograma calculado en los pasos anteriores pase por allí. Se pueden realizar cálculos aproximados de la sección inundable, pero para un cálculo fiable es necesario utilizar el programa HEC-RAS.

En este tema vamos a abordar de modo simplificado el punto **3**, es decir: suponiendo que tenemos datos de precipitación neta, calcular el hidrograma que se genera; aunque en uno de los procedimientos (el "*Método Racional*") se incluye la apreciación del punto **1**: evaluar qué parte de la precipitación genera escorrentía directa.

[1]Para este concepto se utilizan también las denominaciones: *Precipitación eficaz, efectiva,* o *en exceso* (traducción literal del inglés); o *lluvia eficaz,* etc.
En inglés: *excess rainfall, effective rainfall, net rainfall* (o *excess precipitation*, etc)
Francés: *pluie excedentaire, pluie utile, pluie efficace, pluie nette*.



Hietograma: Para precipitaciones reales se obtiene de un pluviógrafo, aunque estos cálculos no suelen realizarse con una precipitación que ya sucedió sino con intensidades de precipitación calculadas estadísticamente ("precipitaciones de diseño"), Su distribución en el tiempo (la forma del hietograma) puede calcularse o puede estar catalogada previamente dependiendo de la zona geografica.

1 El cálculo de qué parte de la precipitación va a generar escorrentía puede realizarse para cada incremento de tiempo (p.e. hora a hora), como indica el dibujo, o para todo el aguacero conjuntamente,
Por ejemplo: con el método SCS o simplemente aplicando un coeficiente de escorrentía calculado o estimado.

2 Aquí representamos la precipitación neta separadamente

3 En esta fase calculamos el hidrograma generado popr la precipitación neta (Método Racional, hidrogramas sintéticos, hidrograma unitario)

4 Le añadimos el caudal básico si existía previamente

5 Si el hidrograma calculado aún debe recorrer cierta distancia hasta llegar a la zona de interés, debemos calcular el ***tránsito de la avenida*** : ***retardo*** y ***atenuación*** –disminución del caudal punta– (p.e.: método Muskingum)

6 El hidrograma calculado (y, en su caso, transitado) provocará una altura de inundación que dependerá de la geometría del cauce (y de sus áreas colindantes), de la pendiente, del tipo de cauce, etc
(Programa HEC-RAS, o aproximación con la fórmula de Manning)

Algunos procesos de cálculo que estudiamos a continuación mezclan algunas de las fases que acabamos de diferenciar. Por ejemplo, como indicamos más arriba, el *método Racional* engloba los pasos 1 y 3 (evalúa qué parte de la lluvia es neta y la convierte en caudal), o el método de Clark básicamente trabaja la fase 3, pero considerando la 5 (calcula el caudal teniendo en cuenta el *tránsito* del mismo a lo largo de la cuenca).

Cálculo de la Precipitación neta

Como se indica en el esquema anterior, en la fase 1 debemos separar qué parte de la precipitación total va a generar escorrentía directa . El resto de la precipitación se denominan *abstracciones* (en inglés, *loss*, pérdidas); esta parte, las abstracciones, puede haber quedado retenida sobre la vegetación (*interceptación*), retenida en depresiones superficiales, o bien se ha infiltrado en el suelo.

En muchos textos (concretamente en el modelo HMS, que comentamos al final de este tema), se refieren a esta etapa como de cálculo de las pérdidas (*Loss*).

El cálculo de la P neta puede abordarse a partir del estudio de la infiltración: medidas, ecuaciones y modelos que reflejan la capacidad de infiltración y su evolución con el tiempo.

Más sencilla es la evaluación del S.C.S., que, mediante tablas y ecuaciones sencillas, evalúa el porcentaje de precipitaciones que produce escorrentía directa, en función de los siguientes factores: (1) Tipo de suelo; distingue sólo 4 tipos. (2). Utilización de la tierra: pastizal, cultivo, bosque, urbanizado,...(3) Pendiente (4) Humedad previa del suelo, basada en las precipitaciones producidas durante los 5 días anteriores.

(Ver el documento "Cálculo de la Precipitación Neta con el método del S.C.S." en la sección "Prácticas Superficial").

Una modificación de esta metodología es la que utiliza la norma española 5.2-IC, que aplica el método racional incluyendo el cálculo de la precipitación neta (Anexo I).

Tiempo de concentración

El tiempo de concentración puede definirse como el tiempo mímino necesario para que todos los puntos de la superficie de la cuenca contribuyan **simultáneamente** al caudal recibido en la salida. Efectivamente, si el tiempo es un poco menor, cuando lleguen las gotas caídas en los puntos más alejados, la superficie próxima a la salida ya no está aportando escorrentía.

Para los diversos cálculos que veremos a continuación necesitaremos conocer el ***tiempo de concentración*** de la cuenca**.** Se han desarrollado numerosas fórmulas que proporcionan una aproximación de este parámetro. La más utilizada en España es la que se incluye en la **Instrucción de carreteras 5.2-IC** (Ministerio de Fomento, 2016):

$$t_c = 0{,}3 \cdot \frac{L^{0,76}}{S^{0,19}} \qquad (1)$$

donde: t_c = tiempo de concentración (**horas**)
L = longitud del cauce (km.)
S = pendiente media (m/m)

Otras expresiones del tiempo de concentración son las siguientes:

Kirpich (en Wanielista, 1997, modificada aquí a unidades métricas):

$$t_c = 3{,}98 \cdot \left(\frac{L}{S^{0,5}} \right)^{0,77} \qquad (2)$$

donde: t_c = tiempo de concentración (**minutos**)
L = longitud del cauce (km.)
S = pendiente media (m/m)

Bransby Williams (en Pilgrim y Cordery, 1993)

$$t_c = 14{,}6 \cdot L \cdot A^{-0,1} \cdot S^{-0,2} \qquad (3)$$

donde: t_c = tiempo de concentración (**minutos**)
L = longitud del cauce (km.)

S = pendiente media (m/m)
A= superficie de la cuenca (km^2)

Los resultados de estas fórmulas difieren alarmantemente. Cada una de ellas fue obtenida utilizando datos empíricos de determinados países o regiones. Por tanto deben manejarse con precaución.

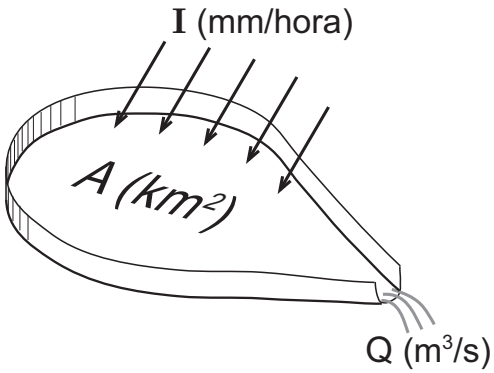
Como ejemplo: Para una cuenca de 200 km^2 de superficie, pendiente media = 0,008 y longitud del cauce 25 km. se obtienen los siguientes valores del tiempo de concentración:

Kirpich: 305 minutos, Bransby: 564 minutos, Ministerio Fomento: 520 minutos

Método racional

Recibe este nombre la primera aproximación, la más sencilla, para evaluar el caudal que producirá una precipitación. (Mediante este método realizaremos los procesos ❶ a ❸ del esquema de la página 2).

Supongamos una precipitación constante de intensidad I (mm/hora) que cae homogéneamente sobre una cuenca de superficie A (km^2). Si toda el agua caída produjera escorrentía, el caudal generado sería:



$$Q\ (m^3/hora) = I\ (mm/hora) \cdot 10^{-3} \cdot A\ (km^2) \cdot 10^6 \quad (4)$$

(Con 10^{-3} convertimos mm./hora en metros/hora y con 10^6 pasamos km^2 a m^2. Así el producto es m^3/hora)

Para que el caudal se obtenga en m^3/seg, dividimos por 3600 segundos que tiene una hora y la expresión (4) quedaría de este modo:

$$Q\ (m^3/seg) = I\ (mm/hora) \cdot A\ (km^2)\ /3{,}6 \quad (5)$$

En este cálculo hemos supuesto que la intensidad I era intensidad de precipitación neta. Si I es precipitación real, solamente una parte generará escorrentía: debemos aplicar un coeficiente de escorrentía C, con lo que finalmente, la fórmula (5) resultaría:

$$Q = \frac{C \cdot I \cdot A}{3{,}6} \quad (6)$$

donde: Q = caudal (m^3/seg)
C = coeficiente de escorrentía (típicamente 0,1 a 0,7)
I = intensidad de precipitación (mm/hora)
A = superficie de la cuenca (km^2)

Muchos textos de hidrología ofrecen tablas de valores aproximados del coeficiente C para distintos usos del suelo (cultivos, bosques, terreno pavimentado, etc.).

En este método no consideramos el tiempo, no nos proporciona la forma del hidrograma: es un cálculo en régimen permanente y sólo calculamos el caudal constante que se obtendría como resultado de una precipitación constante.

Como lo hemos visto aquí, por su simplicidad, el método racional solamente puede servir para obtener una estimación del caudal en cuencas pequeñas y con precipitaciones cortas y homogéneas.

Para la aplicación real de este método de acuerdo con la normativa española, ver **el Anexo I**.

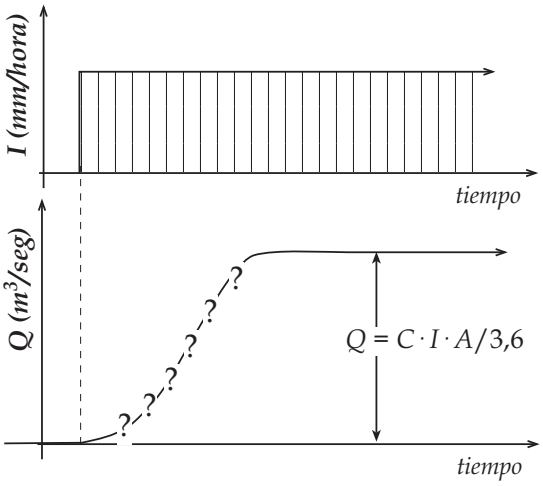


Fig. 2.- El método racional supone una intensidad de precipitación constante

Para tener una idea aproximada de la respuesta de una *cuenca pequeña* a unas *precipitaciones cortas y homogéneas*, podemos utilizar algunas fórmulas empíricas que, basándose en características físicas de la cuenca (superficie, pendiente media, longitud del cauce,...) proporcionan una idea del hidrograma resultante. Entre las numerosas aproximaciones que encontramos en la bibliografía, vamos a referir resumidamente la del S.C.S. (Soil Conservation Service) [2] y la de Témez (1987, en Ferrer, 1993).

La forma del hidrograma se esquematiza como un triángulo (Figura 3), lo que, a pesar de su excesiva simplicidad, nos proporciona los parámetros fundamentales del hidrograma: el caudal punta (Q_p), el tiempo base (t_b) y el tiempo en el que se produce la punta (t_p). En la misma figura 3 se señalan la duración de la precipitación neta (D) y el tiempo de retardo o respuesta (t_r), en inglés *lag*.

En el cálculo de un hidrograma sintético se introduce *precipitación neta*.

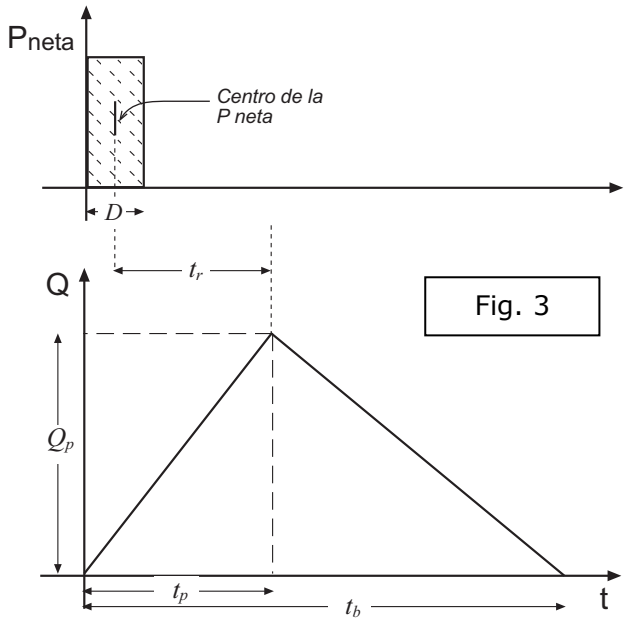


Fig. 3

Hidrograma triangular del SCS

Esquematizando un hidrograma como un triángulo, para dibujarlo necesitamos las coordenadas de la punta del hidrograma (tiempo de punta y caudal de punta) y la abcisa del punto final (tiempo base). Estos valores se consiguen con estas expresiones:

Tiempo de la punta (horas): $t_p = 0{,}5 \cdot D + t_r \approx 0{,}5 \cdot D + 0{,}6 \cdot t_c$ (7) Tiempo base (horas): $t_b = 2.67 \, . \, t_p$ (8) Caudal de la punta (m^3 / seg): [3] $Q_p = \frac{P \, . \, A}{1{,}8 \cdot t_b}$ (9)	t_p = tiempo de la punta (horas) D = Duración de la precipitación neta (horas) t_r = tiempo de retardo, *Lag* (horas) t_c = tiempo de concentración (horas) t_b = tiempo base (horas) Q_p = Caudal de la punta (m^3 / seg) P = precipitación neta (mm.) A = superficie de la cuenca (km^2)

La primera parte de la expresión (7) se obtiene observando la figura 3. La segunda parte de (7) se basa en que empíricamente se promedia que el *lag* es aproximadamente el 60% del tiempo de concentración.

El coeficiente 2,67 de la ecuación (8) es una proposición empírica del SCS que refleja que en promedio el descenso es 1,67 veces mayor que la crecida (la parte derecha del triángulo es más ancha que la parte

[2] Aparece en todos los textos de Hidrología Superficial. Por ejemplo: Wanielista (1997), pág. 216; Pilgrim y Cordery (1993), pág. 9.21. El antiguo S.C.S. corresponde al actual National Resources Conservation Service.

[3] Esta expresión del caudal de la punta (Q_p) se obtiene igualando el volumen de agua precipitado (altura de precipitación x superficie de la cuenca) al área comprendidad bajo el triángulo (área de un triángulo = base x altura /2; es decir: $t_b \, . \, Q_p$ /2). Igualando: $P \, . \, A = t_b \, . \, Q_p$ /2, y se despeja Q_p.
Operando para introducir en la fórmula P en mm, A en km^2 y pasar t_b de horas a seg (3600 seg/hora), se obtiene la fórmula de Q_p

izquierda). Si este factor es mayor, el tiempo base será mayor y el caudal punta menor (ya que el área del triángulo debe ser la misma). Wanielista (1997) propone los siguientes valores para ese factor "tiempo de descenso / tiempo de punta" (parte derecha/parte izquierda):

Zona urbana, pendientes pronunciadas ..... 1,25 ; $t_b = 2{,}25 \cdot t_p$
Promedio SCS..... 1,67 ; $t_b = 2{,}67 \cdot t_p$
Mezcla rural/urbano..... 2,25 ; $t_b = 3{,}25 \cdot t_p$
Rural, colinas ..... 3,33 ; $t_b = 4{,}33 \cdot t_p$
Rural, pendientes suaves..... 5,5 ; $t_b = 6{,}5 \cdot t_p$
Rural, muy plano ..... 12 ; $t_b = 13 \cdot t_p$

La fórmula (9) se obtiene igualando el volumen de agua precipitado (altura de precipitación · superficie de la cuenca) al área comprendida bajo el triángulo (base · altura /2; es decir: $t_b \cdot Q_p /2$).

Igualando: $P \cdot A = t_b \cdot Q_p /2$, y se despeja Q_p. Operando para introducir en la fórmula P en mm, A en km^2 y pasar t_b de horas a seg (3600 seg/hora), se obtiene la fórmula de Q_p

Hidrograma adimensional del SCS

Conseguido el hidrograma en forma de triángulo, conviene darle una forma similar a la de los hidrogramas reales. Esto se consigue con el hidrograma adimensional.

Considerando una gran cantidad de hidrogramas, y convirtiendo sus coordenadas de modo que las coordenadas de la punta en todos fueran Q_p =1 y t_p = 1, (es decir, haciéndolos del mismo tamaño), los técnicos del SCS observaron que la mayoría de los hidrogramas de crecida tenían una forma similar a la de la figura 4 cuyas coordenadas se reflejan en la tabla adjunta.

Si disponemos de los datos de la punta del hidrograma (sus coordenadas: t_p y Q_p), mediante la tabla adjunta podremos dibujar el hidrograma resultante en toda su extensión y con una forma similar a la que puede esperarse en una cuenca real, en lugar de un geométrico triángulo.

t / t_p	Q / Q_p	t / t_p	Q / Q_p
0,0	0	1,4	0,75
0,1	0,015	1,5	0,65
0,2	0,075	1,6	0,57
0,3	0,16	1,8	0,43
0,4	0,28	2,0	0,32
0,5	0,43	2,2	0,24
0,6	0,60	2,4	0,18
0,7	0,77	2,6	0,13
0,8	0,89	2,8	0,098
0,9	0,97	3,0	0,075
1,0	1,00	3,5	0,036
1,1	0,98	4,0	0,018
1,2	0,92	4,5	0,009
1,3	0,84	5,0	0,004

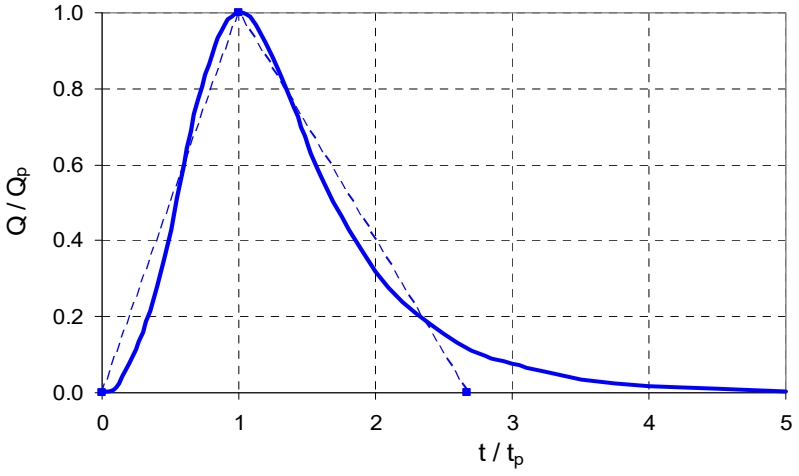


Figura 4

Hidrograma de Témez

Es similar al del SCS, la principal diferencia es la apreciación del tiempo de retardo a partir del tiempo de concentración. Su cálculo es el siguiente (Ferrer, 1993, p.41) :

Tiempo de retardo (horas):

$$t_r = \frac{3}{8} t_c - \frac{1}{8} D$$

(o simplificando:) $t_r = 0{,}35 \; . \; t_c$

Tiempo de la punta (horas):

$$t_p = 0{,}5 \, . \, D + t_r$$

t_r = tiempo de retardo, *Lag* (horas)
t_c = tiempo de concentración (horas)
D = Duración de la precipitación neta (horas)

t_p = tiempo de la punta (horas)

Tiempo base (horas): $t_b = D + t_c$ Caudal de la punta (m^3 / seg): $Q_p = \frac{P \cdot A}{1{,}8 \cdot t_b}$	Q_p = Caudal de la punta (m^3 / seg) t_b = tiempo base (horas) P = precipitación neta (mm.) A = superficie de la cuenca (km^2)

Hidrograma Unitario

Se trata de un concepto fundamental al abordar el problema de calcular la escorrentía que producirán unas precipitaciones determinadas. Fue propuesto por Sherman en 1932.

El Hidrograma Unitario de una cuenca es el hidrograma de **escorrentía directa** que se produciría en la salida de la cuenca si sobre ella se produjera una **precipitación neta unidad** de una duración determinada (por ejemplo, 1 mm. durante 1 hora) (Figura 5).

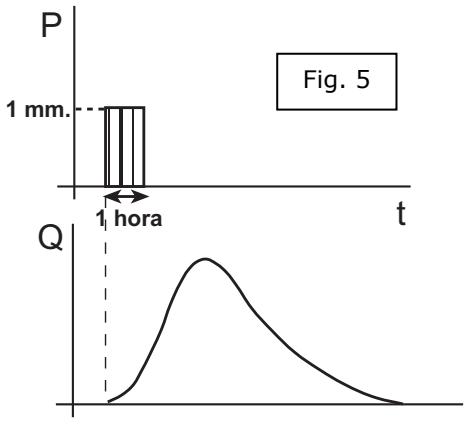


Fig. 5

Esa precipitación debe producirse con intensidad constante a lo largo del periodo considerado y repartida homogéneamente en toda la superficie de la cuenca.

La definición original (y que se encuentra actualmente en los textos anglosajones) se refiere a la escorrentía producida por una precipitación neta de **una pulgada** durante una duración cualquiera. Así, se habla del HU de 1 pulgada durante 2 horas o cualquier otra unidad de tiempo. En unidades métricas nos referiremos a una **precipitación unidad** de **1 mm.** o de **1 cm**.

Si en una cuenca determinada disponemos del hidrograma unitario de 1 mm en 1 hora, podremos construir el hidrograma producido por cualquier precipitación. Por ejemplo, si llueve 2 mm. durante 1 hora, bastará multiplicar por 2 las ordenadas de todos los puntos del hidrograma (fig. 6, izquierda)

Análogamente, si disponemos del hidrograma unitario de esa cuenca y llueve 1 mm. durante 2 horas, bastará dibujar dos hidrogramas unitarios desplazados 1 hora en sentido horizontal y sumar las ordenadas de sus puntos (Figura 6, derecha).

Estas dos propiedades, expresadas en la Figura 6 se conocen, respectivamente, como *propiedad de afinidad* y *propiedad de aditividad* del hidrograma unitario.

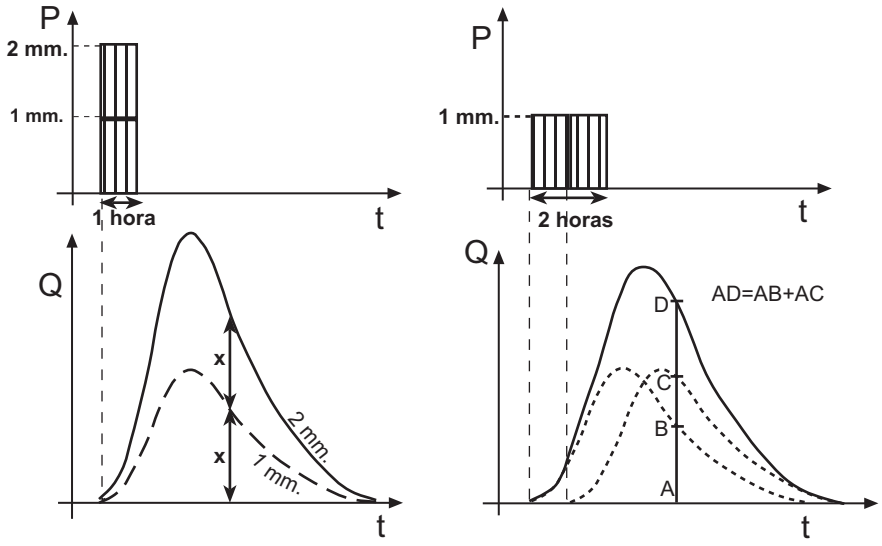


Fig. 6

Ambas propiedades pueden utilizarse combinadas. Por tanto, en un caso real, y si conocemos el hidrograma unitario de nuestra cuenca, podríamos dibujar fácilmente el hidrograma que se produciría con cualesquiera precipitaciones, por ejemplo: 1ª hora = 2,5 mm.; 2ª hora = 4,2 mm. 3ª hora = 1,8 mm (Hietograma de la Figura 7.a).

Para aplicar este procedimiento a un caso real, en una cuenca concreta, es necesario solucionar previamente dos difíciles cuestiones: **1**. Construir el hidrograma unitario para esa cuenca. **2**. Calcular las precipitaciones efectivas a partir de los datos de precipitación total proporcionados por los pluviógrafos, pues los hietogramas de las figuras anteriores se refieren exclusivamente a Precipitación neta.

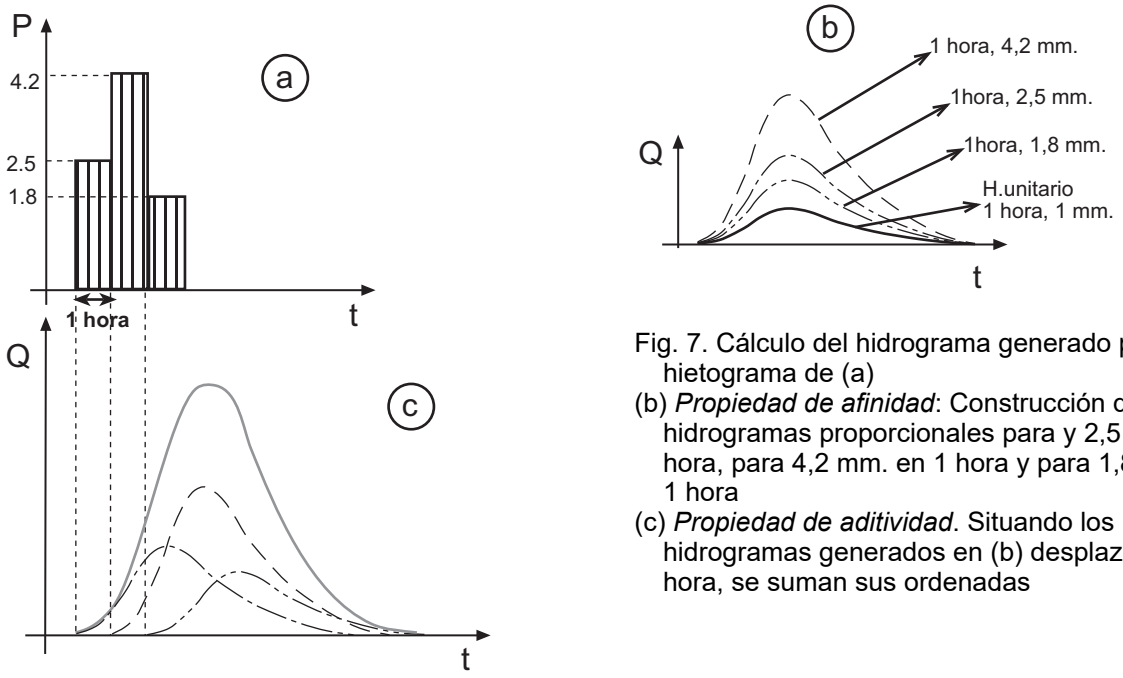


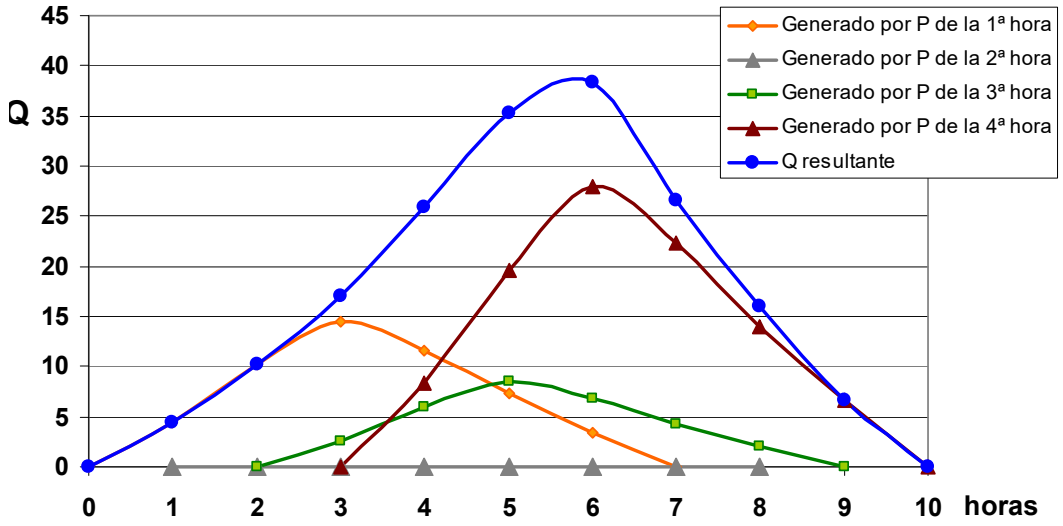
Fig. 7. Cálculo del hidrograma generado por el hietograma de (a)
(b) *Propiedad de afinidad*: Construcción de los hidrogramas proporcionales para y 2,5 mm.en 1 hora, para 4,2 mm. en 1 hora y para 1,8 mm. en 1 hora
(c) *Propiedad de aditividad*. Situando los hidrogramas generados en (b) desplazados 1 hora, se suman sus ordenadas

Aplicación numérica del HU. Ejemplo: Calcular el hidrograma generado por la precipitación 2,9-0,0-1,7-5,6 mm. (Δtiempo=1 hora) si conocemos el HU de esa cuenca, que está expresado en la 2ª columna de la tabla:

t (horas)	HU		2,9	0	1,7	5,6	Q total
0	**0,0**		0,0				**0**
1	**1,5**		4,4	0,0			**4,4**
2	**3,5**		10,2	0,0	0,0		**10,2**
3	**5,0**		14,5	0,0	2,55	0,0	**17,1**
4	**4,0**		11,6	0,0	5,95	8,4	**26,0**
5	**2,5**		7,3	0,0	8,5	19,6	**35,4**
6	**1,2**		3,5	0,0	6,8	28,0	**38,3**
7	**0,0**		0,0	0,0	4,25	22,4	**26,7**
8				0	2,04	14,0	**16,0**
9					0,0	6,7	**6,7**
10						0,0	**0,0**

El cálculo se dispone como se indica en la tabla: una columna por cada hora de precipitación. La columna "HU" se multiplica por 2,9 y los resultados se incluyen en su columna (son las ordenadas del hidrograma generado por una precipitación de 2,9 mm en 1 hora. Análogamente, se multiplican los valores del HU por las sucesivas precipitaciones (principio de afinidad), pero desplazando los resultados una casilla hacia abajo, ya que cada precipitación comienza una hora después.

Finalmente, se suman en horizontal (resultados en la última columna), consiguiendo las ordenadas del hidrograma resultante. La representación gráfica de este cálculo aparece en la figura adjunta:



Construcción del Hidrograma Unitario

A partir de datos de lluvias y caudales

Es necesario disponer de hietogramas e hidrogramas de la cuenca estudiada. Entre todas las precipitaciones disponibles, hay que elegir alguna de corta duración y uniforme por toda la cuenca. Elegida la precipitación, se estudia el hidrograma generado al mismo tiempo (Figuras 9a y 9b)

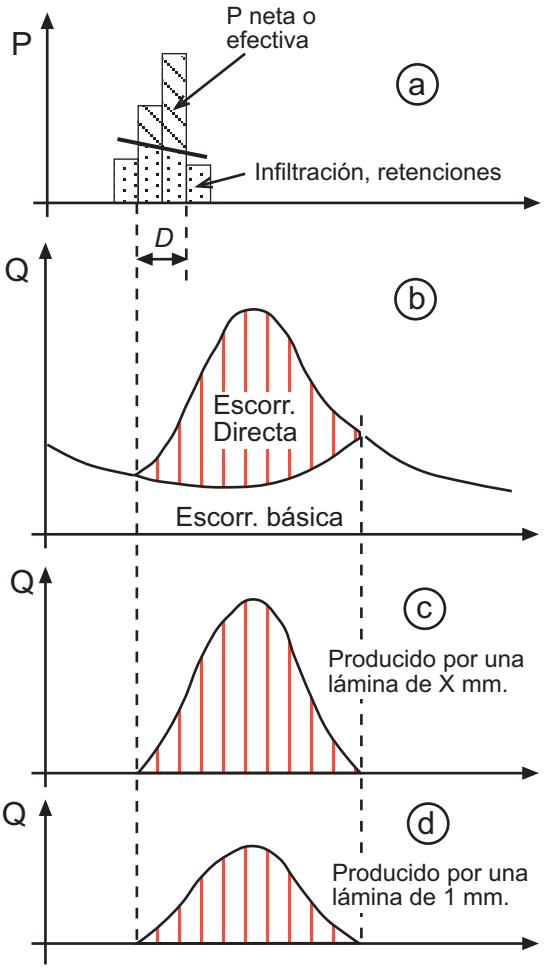
En la Figura9b separamos la escorrentía directa, que se representa sola en la figura 9c. Allí se calcula el volumen de ese hidrograma de escorrentía directa. Como ejemplo, supongamos que el área rayada de la figura 8c equivale a 32000 m^3, y que se trata de la escorrentía de una cuenca de 18 km^2. La lámina de agua equivalente que habría producido esa escorrentía sería:

Altura lámina agua =

$$= \frac{\text{volumen}(m^3)}{\text{superficie}(m^2)} = \frac{32000}{18.10^6} = 0{,}0017 \text{ m.} = 1{,}7 \text{ mm.}$$

Si el hidrograma de la figura 9c ha sido producido por una lámina de agua de 1,7 mm., proporcionalmente se dibujaría el de 9d correspondiente a una precipitación de 1 mm. (dividiendo las ordenadas de todos los puntos por 1,7).

Finalmente es necesario volver al hietograma inicial, buscando una parte del mismo que corresponda a una precipitación de 1,7 mm. Supongamos que fuera la parte superior con rayado continuo. Ya podemos saber el periodo de tiempo del hidrograma unitario que acabamos de construir. Si el tiempo marcado en la Figura 9a como D fuera de 2 horas, el hidrograma construido en la Fig.9d sería el producido por una precipitación de 1 mm. de P neta durante 2 horas.



Construcción mediante hidrogramas sintéticos

Si no se dispone de otros datos, el hidrograma unitario se construiría con las fórmulas utilizadas para construir hidrogramas sintéticos, introduciendo en P la unidad de precipitación (1 mm. ó 1 cm.) y en D la duración deseada para el HU que queremos construir.

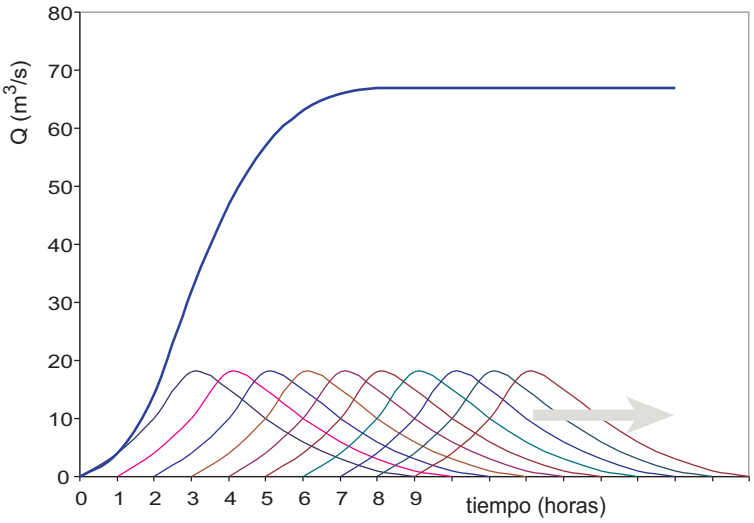
El **hidrograma de Clark** es un hidrograma sintético más sofisticado que genera el HU considerando el retardo generado por la cuenca, incluyendo el cálculo del tránsito (ver pág. 2 de este tema). Para su cálculo necesitamos conocer las superficies comprendidas entre *isocronas* (líneas cuyos puntos tienen igual tiempo de tránsito hasta la salida).
Se explica en el documento "Hidrograma de Clark" en la sección "Prácticas superficial"

Hidrograma en S (HS)

Es el hidrograma que se generaría si se produjera una **precipitación unidad** durante un **tiempo ilimitado**.

Si disponemos del Hidrograma Unitario para una cuenca, (por ejemplo, el generado por una P eficaz de 1 mm. durante 1 hora) podemos construir el hidrograma que se produciría **si lloviera 1 mm. indefinidamente**. Por el principio de aditividad del HU se obtendría el hidrograma que se presenta en la figura 10, sumando sucesivos HU de 1 mm-1 hora.

Figura 10.- Hidrograma en S. Generado por una precipitación continua de una precipitación neta unidad



Para construir el hidrograma S (HS) de la figura a partir del HU, sumamos el HU repetido indefinidamente, desplazándolo cada vez 1 hora (tabla izquierda):

t (horas)	HU	HU	HU	HU	HU	HU	HU		HS
0	0								**0**
1	4	0							**4**
2	10	4	0						**14**
3	18	10	4	0					**32**
4	15	18	10	4	0				**47**
5	10	15	18	10	4	0			**57**
6	6	10	15	18	10	4	0		**63**
7	3	6	10	15	18	10	4	...	**66**
8	1	3	6	10	15	18	10	...	**67**
9	0	1	3	6	10	15	18	...	**67**
10		0	1	3	6	10	15	...	**67**
11			0	1	3	6	10	...	**67**
12				0	1	3	6	...	**67**
13					0	1	3	...	**67**
14						0	1	...	**67**
15							0	...	**67**
16								...	**...**

t (horas)	HU	HS
0	0	**0**
1	4	**4**
2	10	**14**
3	18	**32**
4	15	**47**
5	10	**57**
6	6	**63**
7	3	**66**
8	1	**67**
9	0	**67**
10	0	**67**
11	0	**67**
12	0	**67**
13	0	**67**
14	0	**67**
15	0	**67**
16	...	**...**

Un modo alternativo y rápido de calcular el hidrograma en S a partir del HU se representa en la tabla derecha: cada valor del HS se ha conseguido sumando la cifra que tiene encima con la que tiene a la izquierda.

Mientras que el HU siempre hay que referirlo a la unidad de precipitación utilizada y al tiempo a que se refiere (por ejemplo: HU de 1 cm. en 1 hora), **el Hidrograma-S se refiere a una intensidad de precipitación**; si el HU del ejemplo anterior fuera de 1 mm. en 1 hora, el HS resultante expresa el hidrograma que se generaría con una intensidad constante de 1 mm/hora.

Si el HU original corresponde a 1 mm en 2 horas (Intensidad= 0,5 mm/h), la construcción del HS se hace desplazando los sucesivos HU 2 horas, y el HS resultante correspondería a una intensidad continua e indefinida de 0,5 mm/h.

Construcción de un Hidrograma Unitario a partir de otro de diferente Precipitación o de diferente duración

Cambio en la P neta

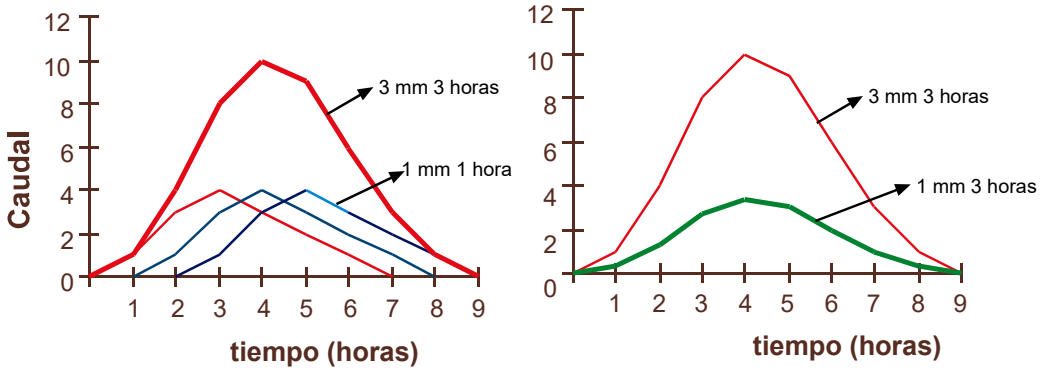
Por el principio de afinidad del HU, basta con multiplicar las ordenadas del hidrograma por el factor de conversión entre las P consideradas. Por ejemplo, si disponemos del HU para 1 pulgada en 1 hora y quisiéramos obtener el de 1 cm. en 1 hora, bastaría con dividir las ordenadas (caudales) por 2,54 (cm./pulgada)

Cambio en la duración a un periodo múltiplo

Si disponemos del HU de 1 mm. en 1 hora y, por ejemplo, quisiéramos conseguir el de 1 mm. en 3 horas, habría que:

1º. Sumar tres HU unitarios de 1 hora (principio de aditividad), resultando el correspondiente a 3 mm. de P neta en 3 horas (figura izquierda).

2º. En el hidrograma obtenido en el paso anterior, dividir sus ordenadas por 3 (principio de afinidad), para conseguir el generado por 1 mm. caído durante 3 horas (figura derecha).



Cambio en la duración a un periodo de tiempo no múltiplo

Cuando el periodo del HU deseado no es múltiplo del periodo del HU disponible no se puede utilizar el procedimiento anterior. Por ejemplo, a partir de un HU de 1 mm. en 3 horas conseguir el HU de 1 mm. en 1 hora. En este caso, el procedimiento es el siguiente:

1º. Calcular el Hidrograma S con el HU disponible.

2º. Restar dos Hidrogramas S (como el que acabamos de calcular) desfasados en el Δtiempo que deseamos obtener.

3ª. Al hidrograma resultante de esa diferencia, multiplicarlo por el factor: **Δt disponible/ Δt deseado**[4]**.**

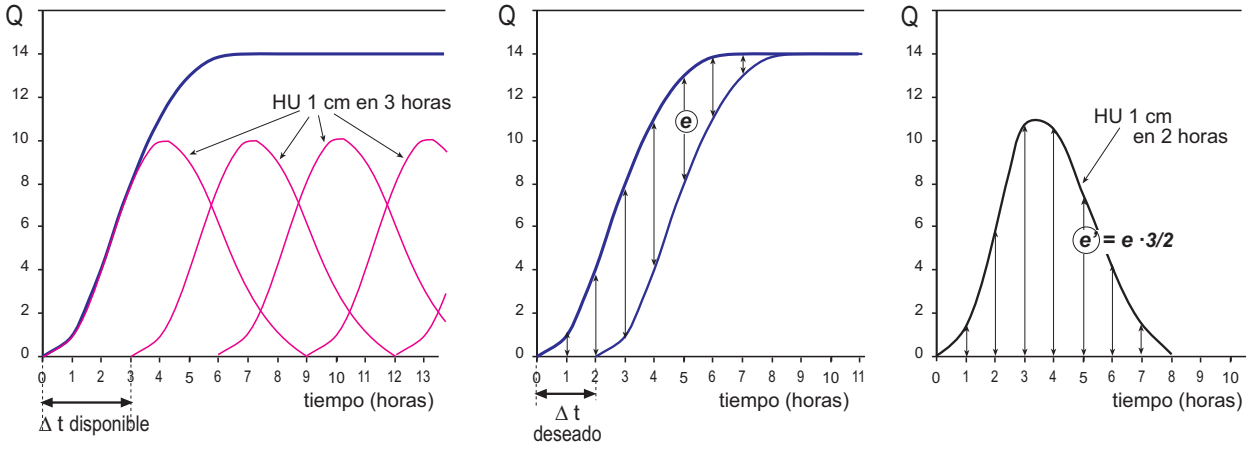
Ejemplo: A partir del HU de 1 cm. en 3 horas, conseguir el HU de 1 cm. en 2 horas.

[4] La explicación de este factor es la siguiente (con los números del ejemplo que sigue): el HS generado en el paso 1º es el producido por una intensidad constante de 0,33 cm/hora (1 cm en 3 horas). Por tanto, hay que **multiplicar por 3** para conseguir el resultado de 1 cm/1 hora. Pero si aplicamos esa intensidad de 1 cm/1 hora durante 2 horas, conseguiríamos el HU de 2 cm/2 horas, por lo que hay que **dividir por 2** para llegar a 1 cm/2 horas.

1º. Generamos el HS sumando varios HU desplazados 3 horas (Δt disponible).

2º. Representamos dos HS desplazados 2 horas (Δt deseado).

3º. La diferencia entre los dos HS la multiplicamos por 3/2 (Δt disponible/ Δt deseado).



1º. Construir el Hidrograma en S

t (horas)	H.U.	H.U.	H.U.	H.U.		Hidr. S
0	0					**0**
1	1					**1**
2	4					**4**
3	8	0				**8**
4	10	1				**11**
5	9	4				**13**
6	6	8	0			**14**
7	3	10	1			**14**
8	1	9	4			**14**
9	0	6	8	0		**14**
10		3	10	1	...	**14**
11		1	9	4	...	**14**
12		0	6	8	...	**14**
13			3	10	...	**14**
14			1	9	...	**14**
15			0	6	...	**14**
16				3	...	**14**
17				1	...	**...**
18				0	...	**...**

2º. Restar dos hidrog-S desfasándolos dos horas

3º. Multiplicar por :Δ tiempo original / Δ tiempo deseado

t (horas)	Hidr S	Hidr S	dif.	dif x3/2
0	**0**		0	**0**
1	**1**		1	**1.5**
2	**4**	**0**	4	**6**
3	**8**	**1**	7	**10.5**
4	**11**	**4**	7	**10.5**
5	**13**	**8**	5	**7.5**
6	**14**	**11**	3	**4.5**
7	**14**	**13**	1	**1.5**
8	**14**	**14**	0	**0**
9	**14**	**14**	0	**0**
10	**14**	**14**	0	**0**
11	**14**	**14**	0	**0**
12	**14**	**14**	...	**...**
13	...	**14**	...	**...**
14		**...**	...	**...**
			...	**...**

Modelos

El proceso completo de calcular la escorrentía que producirá una precipitación determinada es mucho más complejo que los conceptos básicos esbozados aquí. Como se indicaba en la introducción, para afrontar este tipo de problemas en casos reales , hemos de acudir a modelos de ordenador. Básicamente, hay dos familias de modelos que hacen la tarea de calcular el hidrograma generado en una cuenca:

a*) Modelos que simulan un suceso puntual*. HEC-HMS (del Hydrologic Engineering Center), y TR-55 (del NRCS)

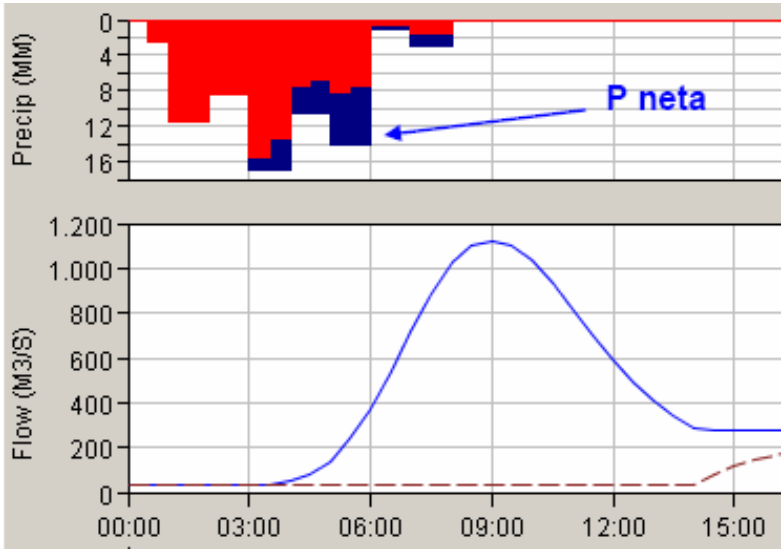
b) *Modelos de simulación continua*, como HPFS (elaborado por la EPA, Environmental Protection Agency). El modelo HEC-HMS puede aproximarse a la utilización como modelo continuo.

Los primeros necesitan datos de la precipitación, más las características físicas de las diversas subcuencas. Los segundos, además de necesitar la serie continua de precipitaciones, deben computar la evapotranspiración, fusión de la nieve, flujo subsuperficial en la zona no saturada, etc.

Todos estos modelos se pueden conseguir gratuitamente en Internet de los organismos citados. Existen programas comerciales que implementan los cálculos de los modelos citados y cuya utilización es relativamente más simple.

En http://hidrologia.usal.es/complementos.htm se encuentra un manual introductorio de HEC-HMS.

En la figura adjunta vemos unos resultados de ese programa.



ANEXO I: Aplicación del método racional según la norma 5.2-IC

La aplicación práctica del *método racional* cuenta en España con una normativa específica para la construcción de carreteras (Norma 5.2-IC, Ministerio de Fomento, 2016)[5], aunque la versión anterior (1990) se ha aplicado para el cálculo de caudales en otros casos.

El objetivo es calcular el *caudal de proyecto*: el caudal a tener en cuenta para el diseño de una obra. Por tanto, un dato de partida es el *periodo de retorno* a considerar. Para la construcción de carreteras, la norma 5.2-IC establece periodos de retorno de 25, 50 ó 100 años. Para otro tipo de obras pueden considerarse retornos de 500 años o más, dependiendo de las consecuencias producidas si el caudal llegara a superar al caudal de proyecto.

El periodo de retorno es el inverso de la probabilidad. Por ejemplo, la probabilidad de que se supere el caudal con retorno de 50 años sería: 1 / 50 = 0,02, es decir, del 2%.

Según esta norma, el cálculo que se describe a continuación es aplicable cuando no disponemos de datos de caudales y **en cuencas de menos de 50 km^2**.

En este anexo se hace un resumen de la norma, simplificando el proceso en lo posible. Atenerse al texto original, BOE de 10 de Marzo de 2016.

1º. Corrección de la precipitación diaria

Inicialmente necesitamos la **precipitación diaria máxima** para el periodo de retorno elegido. En general, esto debe calcularse disponiendo de una larga serie de precipitaciones máximas (el día más caudaloso de cada año) y aplicar una ley estadística, como Gumbel o SQRT ET-max.[6]

Esta precipitación diaria debe corregirse para cuencas de más de 1 km^2. Se establece el siguiente factor reductor para compensar que en grandes cuencas la precipitación no puede ser homogénea en toda su superficie:

$$K_A = 1 - \frac{\log Superficie\,(km^2)}{15} \qquad \text{(I.1)}$$

La precipitación diaria disponible la multiplicamos por K_A y ya utilizaremos ese valor en lo sucesivo en lugar del valor bruto de precipitación diaria:

$$P_{dc} = P_d \cdot K_A \qquad \text{(I.2)}$$

donde: P_{dc} = Precipitación diaria corregida
P_d = Precipitación diaria calculada para el periodo de retorno elegido
K_A = Factor reductor (I.1)

2º. Intensidad media diaria.

$$I_d = P_{dc}/24 \qquad \text{(I.3)}$$

donde: I_d = Intensidad diaria (mm/hora)
P_{dc} = Precipitación diaria corregida (mm) (I.2)

---

[5] Si existió la norma 5.1-IC (BOE 17-9-65) y posteriormente la 5.2-IC (BOE 23-5-90), lógicamente ésta debería haberse denominado 5.3-IC.

[6] La precipitación diaria máxima para cualquier punto de España puede obtenerse fácilmente de MINISTERIO DE FOMENTO (1999):
http://www.fomento.es/NR/rdonlyres/ABE22688-F967-4902-BA96-51FE8AB76145/55856/0610300.pdf

Análogamente por el método Salas (SALAS, L y L. CARRERO, 2008):
http://www.mma.es/secciones/el_ministerio/organismos/oapn/pdf/ecologia_20_16.pdf

En MINISTERIO DE MEDIO AMBIENTE (2000 a 2002) se recogen estaciones meteorológicas concretas, y para cada una de ellas está hecho el ajuste estadístico y aparecen Precipitaciones máximas diarias para distintos periodos de retorno. (Parece que solo se encuentran disponibles para 6 comunidades)

3º. Tiempo de concentración

$$t_c = 0{,}3 \cdot \frac{L^{0{,}76}}{S^{0{,}19}} \qquad \text{(I.4)}$$

donde: t_c = tiempo de concentración (horas)
L = longitud del cauce (km)
S = pendiente media (m/m)

La longitud es el recorrido más largo: desde el punto más alejado del desagüe de la cuenca hasta dicho desagüe. Manualmente se mide con un curvímetro. Con ArcGis se obtiene mediante una herramienta específica (LongFlowPath, de ArcHydro Tools).

La pendiente media del cauce se puede evaluar mediante la expresión siguiente (expresando todo en metros, la pendiente es adimensional):

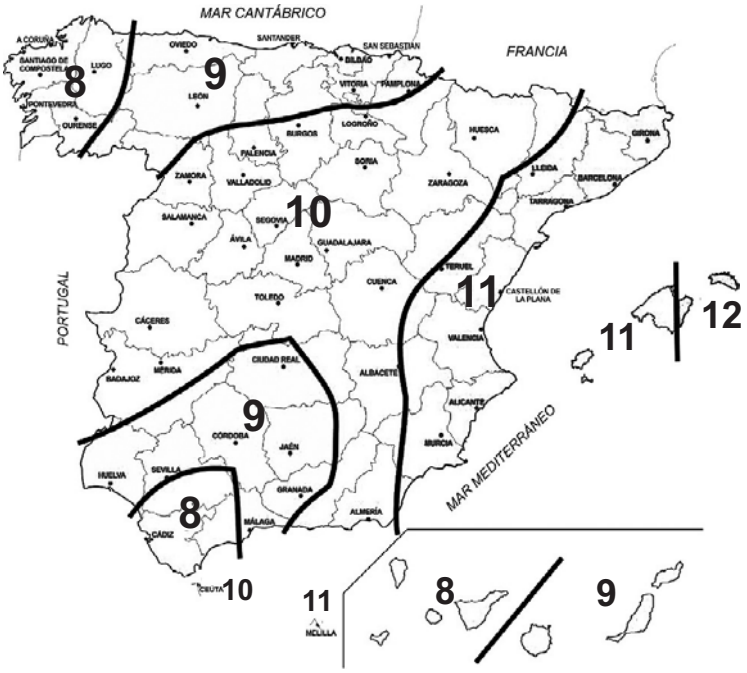
$$Pendiente = \frac{(Cota\ máxima - Cota\ mínima)}{Longitud\ del\ cauce} \qquad \text{(I.5)}$$

4º. Cálculo de la intensidad para un tiempo igual al tiempo de concentración

En este punto, la norma 5.2-IC establece dos procedimientos: si disponemos de curvas IDF empíricas o no. Aquí vamos a explicar el método cuando no existen curvas IDF próximas, que es el más frecuente.

Del mapa adjunto (Mº Fomento, 2016), leemos el coeficiente **I_1 / I_d** (I_1=Intensidad en una hora; I_d = Intensidad de un día).

Por ejemplo, el valor 9 quiere decir que la intensidad en la hora más lluviosa es 9 veces mayor que la intensidad media de todo el día.

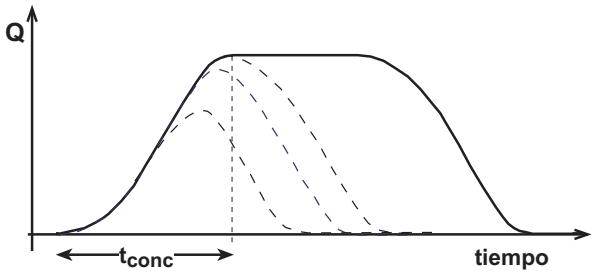


La siguiente expresión permite calcular la intensidad para cualquier intervalo, en este caso la aplicamos para el tiempo de concentración t (obtenido en I.4):

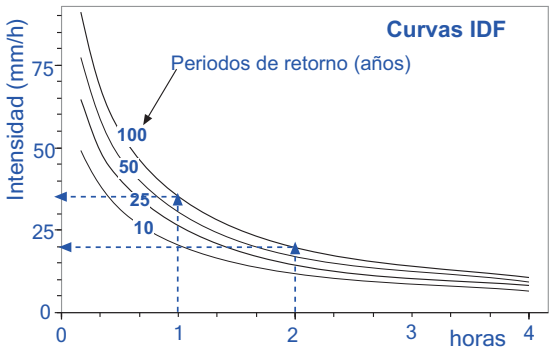
$$I_t = I_d \left(\frac{I_1}{I_d} \right)^{3{,}5287 - 2{,}5287 \cdot t^{0{,}1}} \qquad \text{(I.6)}$$

donde: I_t = Intensidad media en el periodo t
I_d = intensidad media diaria (I.3)
I_1 = Intensidad en la hora más lluviosa de ese día.
En la fórmula introducimos el valor de I_1/I_d leído directamente del mapa
t = periodo de tiempo (horas) para el que se quiere evaluar la intensidad

En este cálculo debemos utilizar el **tiempo de concentración** porque es el que nos proporcionará un mayor caudal: Si utilizamos un tiempo menor, no permitimos que toda la cuenca contribuya al caudal, y si utilizamos un tiempo mayor, la intensidad máxima será menor (la intensidad, en mm/hora, de las dos horas más lluviosas siempre es menor que la intensidad de la hora más lluviosa).



Aquí vemos (figs. 3 y 4 del tema anterior) que para que se alcance el máximo caudal es necesario que la duración de la precipitación sea **mayor o igual** que el tiempo de concentración de la cuenca



En las curvas IDF se aprecia que si consideramos un intervalo de tiempo mayor la Intensidad (mm/hora) disminuye

El compromiso entre estas dos circunstancias nos indica que debemos trabajar con la **Intensidad de Precipitación producida en un tiempo igual al tiempo de concentración**

5º. Evaluación del umbral de escorrentía

El *umbral de escorrentía* (P_o) es igual a:

$$P_o = P_o \text{ inicial (sin corregir)} \cdot \beta \text{ (coeficiente corrector)} \qquad \text{(I.7)}$$

El valor de ***P_o inicial*** (sin corregir) se consulta en tablas dependiendo del uso del suelo (tipo de cultivo, bosque, etc.), pendiente y tipo de suelo. Se muestra un fragmento de la tabla[7]:

Código	Uso de suelo	Práctica de cultivo	Pendiente (%)	Grupo de suelo			
				A	B	C	D
24221	Mosaico de cultivos anuales con prados o praderas en regadío	R	≥ 3	37	20	12	9
24221	Mosaico de cultivos anuales con prados o praderas en regadío	N	≥ 3	42	23	14	11
24221	Mosaico de cultivos anuales con prados o praderas en regadío	R/N	< 3	47	25	16	13
24222	Mosaico de cultivos permanentes en regadío		≥ 3	80	34	19	14

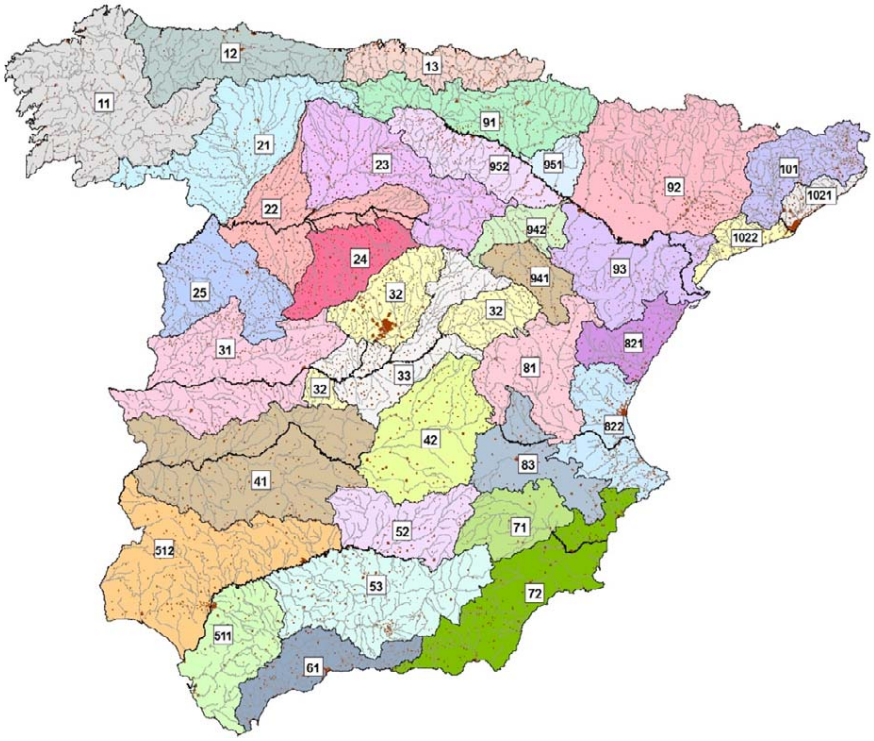
Una simplificación de la tabla original se encuentra al final de este anexo.

Los tipos de suelo A, B, C, D son respectivamente de infiltración rápida, media, lenta y muy lenta (de arenosos a arcillosos). En la norma se incluye un gráfico triangular para catalogar un suelo concreto.

Las siglas R o N se refieren, en el caso de culivos con pendiente >3%, a la dirección de los surcos: perpendiculares o paralelos a las curvas de nivel; el umbral de escorrentía es mayor si los surcos son perpendiculares a la máxima pendiente.

El **coeficiente corrector** (β) se calcula dependiendo de la región (ver mapa de España) y del periodo de retorno. Se calcula con una tabla que se incluye al final de este anexo (aquí debajo se presenta un fragmento de esa tabla) y existen dos opciones: para drenaje transversal de caminos, vías auxiliares, etc (ver cálculo I.8) y para el drenaje transversal de carreteras (ver cálculo I.9).

[7] Ver las tabla completa (tabla 2.3) en https://www.boe.es/boe/dias/2016/03/10/pdfs/BOE-A-2016-2405.pdf



Por ejemplo, para la región 12 y con un periodo de etorno de 25 años, el coeficiente corrector en el caso más simple sería:

Región	Valor medio, β_m	Desviación respecto al valor medio para el intervalo de confianza del			Período de retorno T (años), F_T					
		50% Δ_{50}	*67%* Δ_{67}	*90%* Δ_{90}	**2**	**5**	**10**	**25**	**100**	**500**
11	0,90	0,20	0,30	0,50	0,80	0,90	1,00	1,13	1,34	1,59
12	0,95	0,20	0,25	0,45	0,75	0,90	1,00	1,14	1,33	1,56
13	0,60	0,15	0,25	0,40	0,74	0,90	1,00	1,15	1,34	1,55
21	1,20	0,20	0,35	0,55	0,74	0,88	1,00	1,18	1,47	1,90

$$\beta = \beta_m \cdot F_T = 0{,}95 \cdot 1{,}14 = 1{,}08 \qquad \text{(I.8)}$$

Si se trata del drenaje transversal de una carretera, y utilizando el mismo ejemplo marcado en la tabla anterior, hay que considerar el valor Δ_{50} correspondiente, y el cálculo sería:

$$\beta = (\beta_m - \Delta_{50}) \cdot F_T = (0{,}95\text{-}0{,}20) \cdot 1{,}14 = 0{,}85 \qquad \text{(I.9)}$$

Para la leyenda de las expresiones (I.8) y (I.9) ver el cabecero de la tabla anterior.

6º. Cálculo del Coeficiente de Escorrentía

Si $P_{dc} > P_o$ se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$C = \frac{\left(\frac{P_{dc}}{P_0} - 1\right) \cdot \left(\frac{P_{dc}}{P_0} + 23\right)}{\left(\frac{P_{dc}}{P_0} + 11\right)^2} \qquad \text{(I.10)}$$

siendo: C = Coeficiente de escorrentía
P_{dc} = Precipitación diaria corregida (mm) (I.2)
P_o = Umbral de escorrentía (mm) (I.7)

Si $P_{dc} < P_o$ el coeficiente C=0 , ya que si la precipitación no alcanza el umbral de escorrentía, no escurre nada.

7º. Cálculo del coeficiente de uniformidad temporal

En cuencas grandes (tiempo de concentración grande) es difícil que la intensidad de precipitación se mantenga homogénea a lo largo de todo el tiempo de concentración. Para ello se establece el siguiente coeficiente:

$$K_t = 1 + \frac{t_c^{1,25}}{t_c^{1,25} + 14} \qquad \text{(I.11)}$$

donde: K_t = Coeficiente de uniformidad en la distribución temporal de la precipitación
t_c = tiempo de concentración de la cuenca (horas) (I.4)

8º. Cálculo del caudal

Aplicamos el método racional, incluyendo el factor K_t calculado en el apartado anterior[8]:

$$Q = \frac{C \cdot I_t \cdot A \cdot K_t}{3{,}6} \qquad \text{(I.12)}$$

donde: Q = caudal (m^3/seg)
C= coeficiente de escorrentía (I.10)
I_t = intensidad de precipitación (mm/hora) (I.6)
A = superficie de la cuenca (km^2)
K_t = Coeficiente de uniformidad temporal (I.11)

La superficie de la cuenca puede obtenerse a partir de un SIG, o planimetrando manualmente: con un planímetro, con un ordenador o contando mm^2 en un papel milimetrado.

Si se está realizando un estudio previo a la realización de una obra, hay que considerar que la superficie receptora puede cambiar tras la construcción, por ejemplo cuando el trazado de una carretera atraviesa transversalmente un valle. La norma 5.2-IC distingue entre *cuenca natural, cuenca principal* y *cuenca secundaria* (ésta última es la ampliación de la cuenca natural a causa de la realización de la obra).

Si en la cuenca considerada existen varias partes con valores de *Po* diferentes, habría que calcular el coeficiente de escorrentía (C) para cada parte y calcular el caudal mediante la siguiente expresión:

$$Q = \frac{I_t \cdot K_t}{3{,}6} \sum C_i \cdot A_i \qquad \text{(I.13)}$$

donde: C_i= coeficiente de escorrentía de cada una de las partes consideradas (I.8)
A_i= superficie d de cada una de las partes consideradas (km^2)

Ejemplo de cálculo

Calcular el caudal de proyecto para un periodo de retorno de 25 años en una cuenca situada en León y con los datos siguientes:

Longitud del cauce (desde el punto más alejado) = 13,7 km; Cota máxima= 1087 m ; Cota mínima = 889 m; Superficie = 34 km^2.

La cuenca está ocupada por prados y praderas, con pendiente <3% y suelos de tipo C

Precipitación diaria, P_d = 67 mm. (Obtenida estadísticamente para el periodo de retorno considerado de 25 años.)

[8] El 3,6 que aparece en la fórmula proviene de que una hora tiene 3600 segundos, ya que la fórmula está preparada para introducir en ella datos en unidades no homogéneas (horas- segundos; mm-km-m)

1) Precipitación diaria corregida (I.1) y (I.2):

$$K_A = 1 - \frac{\log Superficie\,(km^2)}{15} = 1 - \frac{\log(34)}{15} = 0{,}898$$

P_{dc} (precipitación diaria corregida)= 67 ·0,898 = 60,2 mm

2) Intensidad media diaria (I.3):

I_d = 60,2 / 24 = 2,51 mm/hora

3) Tiempo de concentración de la cuenca (I.5) y (I.4):

$$Pendiente = \frac{(Cota\ máxima - Cota\ mínima)}{Longitud\ del\ cauce} = \frac{(1087 - 889)}{13700} = 0{,}014$$

$$t_c = 0{,}3 \cdot \frac{L^{0,76}}{S^{0,19}} = 0{,}3 \cdot \frac{13{,}7^{0,76}}{0{,}014^{0,19}} = 4{,}91 \text{ horas}$$

4) Intensidad para el tiempo de concentración calculado (I.6)

En el mapa de valores I_1 / I_d para España, leemos para León: $(I_1 / I_d) = 9$

$$I_t = I_d \left(\frac{I_1}{I_d}\right)^{3{,}5287 - 2{,}5287 \cdot t^{0,1}} = 2{,}51 \cdot (9)^{3{,}5287 - 2{,}5287 \cdot 4{,}91^{0,1}} = 8{,}66 \text{ mm/hora}$$

5) Evaluación del umbral de escorrentía (I.7) y (I.8)

Con ese uso del suelo (Prados y praderas), y suelo de tipo C , leemos en la tabla (al final de este anexo): *Po inicial* = 22

Para la corrección de *Po*: en el mapa correspondiente localizamos la cuenca en la región 21. En la misma para la región 21 y para un retorno de 25 años leemos:

$$\beta_m = 1{,}20 \ ; \ F_T = 1{,}18$$

Por tanto el coeficiente de corrección será igual a : $\beta = \beta_m \cdot F_T = 1{,}20 \cdot 1{,}18 = 1{,}42$

El umbral de escorrentía corregido será igual a : $P_o = 22 \cdot 1{,}42 = 31{,}2$ mm.

6) Cálculo del coeficiente de escorrentía (I.10)

$$P_{dc}/P_o = 60{,}2/31{,}2 = 1{,}93$$

$$C = \frac{(P_{dc}/P_0 - 1) \cdot (P_{dc}/P_0 + 23)}{(P_{dc}/P_0 + 11)^2} = \frac{(1{,}93 - 1) \cdot (1{,}93 + 23)}{(1{,}93 + 11)^2} = 0{,}14$$

7) Cálculo del "coeficiente de uniformidad" (I.11)

$$K_t = 1 + \frac{t_c^{1,25}}{t_c^{1,25} + 14} = 1 + \frac{2{,}36^{1,25}}{2{,}36^{1,25} + 14} = 1{,}343$$

8) Cálculo del caudal (I.12)

$$Q = \frac{C \cdot I_t \cdot A \cdot K_t}{3{,}6} = 0{,}14 \cdot 8{,}66 \text{ mm/hora} \cdot 34 \text{ km}^2 \cdot 1{,}34 / 3{,}6 = \mathbf{15{,}2\ m^3/s}$$

Si consideramos “drenaje transversal de carretera”, en el apartado 5 utilizamos (I.9) en vez de (I.8), obteniendo:

$\beta = (\beta_m - \Delta_{50}) \cdot F_T = (1{,}20 - 0{,}20) \cdot 1{,}18 = 1{,}18$; $P_o = 22 \cdot 1{,}18 = 26{,}0$ mm.

Repetimos los apartados 6 y 8: $C = 0{,}19$; $Q =$ **20,6 m3/s**

VALOR INICIAL DEL UMBRAL DE ESCORRENTÍA P_0 (mm.)

Simplificado de Ministerio de Fomento (BOE, 10 marzo 2016, tabla 2.3), agrupando varios usos del suelo con valores idénticos y eliminando algunos muy poco usuales.

Uso de suelo	[1]	Pen–diente (%)	Grupo de suelo			
			A	B	C	D
Tejido urbano continuo			1	1	1	1
Tejido urbano discontinuo, urbanizaciones, aeropuertos			24	14	8	6
Zonas industriales y comerciales			6	4	3	3
Granjas agrícolas			24	14	8	6
Zonas industriales			12	7	5	4
Grandes superficies de equipamiento y servicios			6	4	3	3
Autopistas, Redes viarias, ferroviarias			1	1	1	1
Complejos ferroviarios			12	7	5	4
Zonas de extracción minera			16	9	6	5
Escombreras y vertederos			20	11	8	6
Zonas de construcción			24	14	8	6
Zonas verdes urbanas			53	23	14	10
Instalaciones deportivas y recreativas, campos de golf			79	32	18	13
Resto de instalaciones deportivas y recreativas			53	23	14	10
Tierras de labor en secano (cereales)	R	≥ 3	29	17	10	8
	N		32	19	12	10
	R/N	< 3	34	21	14	12
Tierras de labor en secano (hortalizas)	R	≥ 3	23	13	8	6
	N		25	16	11	8
	R/N	< 3	29	19	14	11
Tierras abandonadas		≥ 3	16	10	7	5
		< 3	20	14	11	8
Terrenos regados permanentemente , cultivos herbáceos en regadío	R	≥ 3	37	20	12	9
	N		42	23	14	11
	R/N	< 3	47	25	16	13
Arrozales			47	25	16	13
Viñedos		≥ 3	62	28	15	10
		< 3	75	34	19	14
Frutales en secano		≥ 3	62	28	15	10
		< 3	75	34	19	14
Frutales en regadío		≥ 3	80	34	19	14
		< 3	95	42	22	15
Olivares		≥ 3	62	28	15	10
		< 3	75	34	19	14
Prados y praderas, prados arbolados		≥ 3	70	33	18	13
		< 3	120	55	22	14
Pastos en tierras abandonadas		≥ 3	24	14	8	6
		< 3	58	25	12	7
Cultivos anuales asociados con cultivos permanentes en secano		≥ 3	39	20	12	8
		< 3	66	29	15	10
Cultivos anuales asociados con cultivos permanentes en regadío		≥ 3	75	33	18	14
		< 3	106	48	22	15
Mosaico de cultivos anuales con prados o praderas en secano	R	≥ 3	26	15	9	6
	N		28	17	11	8
	R/N	< 3	30	19	13	10

[1] R: Denota cultivo según la línea de máxima pendiente
N: Denota cultivo según las curvas de nivel

Uso de suelo	[1]	Pen–diente (%)	Grupo de suelo			
			A	B	C	D
Mosaico de cultivos permanentes en secano		≥ 3	62	28	15	10
		< 3	75	34	19	14
Mosaico de cultivos anuales con cultivos permanentes en secano		≥ 3	39	20	12	8
		< 3	66	29	15	10
Mosaico de cultivos anuales con prados o praderas en regadío	R	≥ 3	37	20	12	9
	N		42	23	14	11
	R/N	< 3	47	25	16	13
Mosaico de cultivos permanentes en regadío		≥ 3	80	34	19	14
		< 3	95	42	22	15
Mosaico de cultivos anuales con cultivos permanentes en regadío		≥ 3	75	33	18	14
		< 3	106	48	22	15
Mosaico de cultivos mixtos en secano y regadío	R	≥ 3	31	17	10	8
	N		34	20	13	10
	R/N	< 3	37	22	14	11
Mosaico de prados o praderas con espacios significativos de vegetación natural y seminatural		≥ 3	70	33	18	13
		< 3	120	55	22	14
Sistemas agroforestales		≥ 3	53	23	14	9
		< 3	80	35	17	10
Pastizales naturales. Pastizales, praderas o cultivos agrícolas con arbolado adehesado		≥ 3	53	23	14	9
		< 3	80	35	17	10
Frondosas, Perennifolias, Caducifolias y marcescentes			90	47	31	23
Otras frondosas de plantación		≥ 3	79	34	19	14
		< 3	94	42	22	15
Bosques de ribera			76	34	22	16
Bosques de coníferas, bosque mixto. Laurisilva			90	47	31	23
Prados alpinos, Pastizales supraforestales		≥ 3	70	33	18	13
		< 3	120	55	22	14
Formaciones herbáceas de llanuras aluviales inundadas y llanuras costeras, tierras bajas		≥ 3	70	33	18	13
		< 3	120	55	22	14
Pastizales mediterráneos		≥ 3	24	14	8	6
		< 3	57	25	12	7
Otros pastizales templado oceánicos		≥ 3	53	23	14	9
		< 3	79	35	17	10
Landas y matorrales mesófilas, Landas y matorrales en climas húmedos. Vegetación mesófila			76	34	22	16
Fayal-brezal macaronésico, vegetación esclerófila			60	24	14	10
Matorrales subarbustivos o arbustivos muy poco densos			60	24	14	10
Matorrales xerófilos macaronésicos, Claras de bosques			40	17	8	5
Zonas empantanadas fijas o en transición			60	24	14	10
Matorral boscoso			75	34	22	16
Playas y dunas			152	152	152	152
Ramblas con poca o sin vegetación			15	8	6	4
Afloramientos rocosos y canchales		≥ 3	2	2	2	2
		< 3	4	4	4	4
Espacios con vegetación escasa, Xeroestepa subdesértica		≥ 3	24	14	8	6
		< 3	58	25	12	7
Cárcavas y zonas en proceso de erosión, zonas quemadas			15	8	6	4
Humedales y zonas pantanosas			2	2	2	2
Marismas			2	2	2	2

[1] R: Denota cultivo según la línea de máxima pendiente
N: Denota cultivo según las curvas de nivel

COEFICIENTE CORRECTOR DEL UMBRAL DE ESCORRENTÍA

Ministerio de Fomento (BOE, 10 marzo 2016, tabla 2.5)

Región	Valor medio, β_m	Desviación respecto al valor medio para el intervalo de confianza del			Período de retorno T (años), F_T					
		50% Δ_{50}	*67%* Δ_{67}	*90%* Δ_{90}	**2**	**5**	**10**	**25**	**100**	**500**
11	0,90	0,20	0,30	0,50	0,80	0,90	1,00	1,13	1,34	1,59
12	0,95	0,20	0,25	0,45	0,75	0,90	1,00	1,14	1,33	1,56
13	0,60	0,15	0,25	0,40	0,74	0,90	1,00	1,15	1,34	1,55
21	1,20	0,20	0,35	0,55	0,74	0,88	1,00	1,18	1,47	1,90
22	1,50	0,15	0,20	0,35	0,74	0,90	1,00	1,12	1,27	1,37
23	0,70	0,20	0,35	0,55	0,77	0,89	1,00	1,15	1,44	1,82
24	1,10	0,15	0,20	0,35	0,76	0,90	1,00	1,14	1,36	1,63
25	0,60	0,15	0,20	0,35	0,82	0,92	1,00	1,12	1,29	1,48
31	0,90	0,20	0,30	0,50	0,87	0,93	1,00	1,10	1,26	1,45
32	1,00	0,20	0,30	0,50	0,82	0,91	1,00	1,12	1,31	1,54
33	2,15	0,25	0,40	0,65	0,70	0,88	1,00	1,15	1,38	1,62
41	1,20	0,20	0,25	0,45	0,91	0,96	1,00	1,00	1,00	1,00
42	2,25	0,20	0,35	0,55	0,67	0,86	1,00	1,18	1,46	1,78
511	2,15	0,10	0,15	0,20	0,81	0,91	1,00	1,12	1,30	1,50
512	0,70	0,20	0,30	0,50	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
52	0,95	0,20	0,25	0,45	0,89	0,94	1,00	1,09	1,22	1,36
53	2,10	0,25	0,35	0,60	0,68	0,87	1,00	1,16	1,38	1,56
61	2,00	0,25	0,35	0,60	0,77	0,91	1,00	1,10	1,18	1,17
71	1,20	0,15	0,20	0,35	0,82	0,94	1,00	1,00	1,00	1,00
72	2,10	0,30	0,45	0,70	0,67	0,86	1,00	1,00	-	-
81	1,30	0,25	0,35	0,60	0,76	0,90	1,00	1,14	1,34	1,58
821	1,30	0,35	0,50	0,85	0,82	0,91	1,00	1,07	-	-
822	2,40	0,25	0,35	0,60	0,70	0,86	1,00	1,16	-	-
83	2,30	0,15	0,25	0,40	0,63	0,85	1,00	1,21	1,51	1,85
91	0,85	0,15	0,25	0,40	0,72	0,88	1,00	1,19	1,52	1,95
92	1,45	0,30	0,40	0,70	0,82	0,94	1,00	1,00	1,00	1,00
93	1,70	0,20	0,25	0,45	0,77	0,92	1,00	1,00	1,00	1,00
941	1,80	0,15	0,20	0,35	0,68	0,87	1,00	1,17	1,39	1,64
942	1,20	0,15	0,25	0,40	0,77	0,91	1,00	1,11	1,24	1,32
951	1,70	0,30	0,40	0,70	0,72	0,88	1,00	1,17	1,43	1,78
952	0,85	0,15	0,25	0,40	0,77	0,90	1,00	1,13	1,32	1,54
101	1,75	0,30	0,40	0,70	0,76	0,90	1,00	1,12	1,27	1,39
1021	1,45	0,15	0,25	0,40	0,79	0,93	1,00	1,00	1,00	1,00
1022	2,05	0,15	0,25	0,40	0,79	0,93	1,00	1,00	1,00	1,00

En Ceuta y Melilla se adoptarán valores similares a los de la región 61.
Pueden obtenerse valores intermedios por interpolación adecuada a partir de los datos de esta tabla

Bibliografía

CHOW, V.; D.R. MAIDMENT y L.W. MAYS (1994).- *Hidrología Aplicada*. Mc Graw Hill, 580 pp.

FERRER, F.J. (1993).- *Recomendaciones para el Cálculo Hidrometeorológico de Avenidas.* CEDEX, Ministerio de Obras Públicas, Madrid, 75 pp. https://www.boe.es/boe/dias/2016/03/10/pdfs/BOE-A-2016-2405.pdf

MINISTERIO DE FOMENTO (1999) .- *Máximas Lluvias diarias en la España Peninsular.* (Incluye CD). 1ª reimpresión 2001. Ver en esta web (http://hidrologia.usal.es), sección "Complementos": **Máximas Lluvias Diarias en la España Peninsular**

MINISTERIO DE FOMENTO (2016).- *Norma 5.2-IC drenaje superficial* . (Boletín Oficial del Estado, 10-marzo-2016).

MINISTERIO DE MEDIO AMBIENTE (2000 a 2002) .-*Las precipitaciones máximas en 24 horas y sus periodos de retorno en España.* 14 volúmenes, uno por Comunidad autónoma.

PILGRIM, D. H. y I. CORDERY (1993).- "Flood Runoff". In: *Handbook of Hydrology.* D. R. Maidment (Ed.), pp. 9.1- 9.42. McGrawHill.

SALAS, L. y J. A. FERNÁNDEZ (2006).- Nueva metodología para el análisis de la variable Intensidad Máxima Anual de Precipitación. *Ecología*, nº 20 : 435-444
En: http://www.magrama.gob.es/es/parques-nacionales-oapn/publicaciones/ecologia_20_16_tcm7-46345.pdf

SALAS, L. y L. CARRERO (2008).- Estimación de la intensidad máxima anual para una duración y período de retorno determinados en la España peninsular mediante la aplicación informática MAXIN. http://www2.forestales.upm.es/hidraulica/MAXIN_v2/MAXIN/APLICACION/principal.html

TÉMEZ., J. R. (1991).- Generalización y mejora del método racional. Versión de la Dirección General de Carreteras de España. *Ingeniería Civil*, **82**: 51–56.

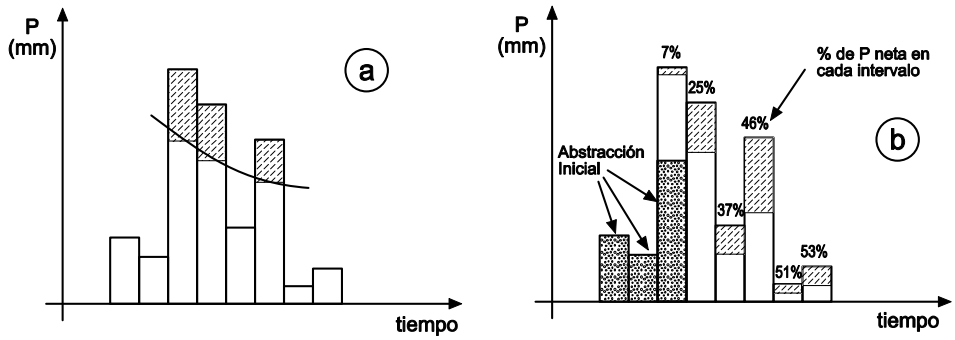
VIESSMAN, W. & G. L. LEWIS (2003).- *Introduction to Hydrology*. Pearson Education Inc., 5ª ed., 612 pp.

WANIELISTA, M. P. (1997).- *Hydrology and Water Quality Control.* Wiley, 567 pp. 2ª edición.

Calculo de la Precipitación Neta mediante el método del S.C.S.[1]

Introducción. Objetivos

Un pluviógrafo registra la precipitación total caída sobre la superficie. El objetivo es **separar la parte de esa precipitación que ha generado escorrentía directa**. A esa parte la llamamos *P neta*, *P efectiva* o *P en exceso*[2]. La P que no genera escorrentía queda como retención superficial o se infiltra. Posteriormente, este agua acabará evapotranspirándose o llegando a la escorrentía subterránea, pero esto no nos interesa en este momento: es agua perdida para la escorrentía directa, y la denominaremos *abstracciones*.



La Precipitación Neta (zona rayada) es el 20% en los casos (a) y (b):
(a) Las abstracciones disminuyen con el tiempo, una línea continua decreciente separa la P neta
(b) Después de un umbral inicial (o abstracción inicial), el porcentaje de precipitación neta aumenta progresivamente

La capacidad de infiltración del suelo va disminuyendo con el tiempo. Por esta razón, parece que la delimitación de la P neta debería seguir una curva descendente que refleje la disminución de la capacidad de infiltración del suelo (como se muestra en la figura 1.a).

El método práctico que vamos a exponer aquí supone que el suelo retiene una cierta cantidad caída al principio (por ej., los primeros 23 mm), y después de eso las abstracciones van disminuyendo progresivamente. Efectivamente, en la figura 1.b se aprecia que el porcentaje de precipitación que genera escorrentía va aumentando con el tiempo.

Procedimiento de Cálculo

El procedimiento que estableció empíricamente el Servicio de Conservación de Suelos USA (Mockus, V., 1964) y se ajusta a la idea esbozada en la figura 1.b. Este organismo ha mantenido vigente el procedimiento (NRCS,2004, 2009) y lo implementa en el modelo TR-55 [3]. También se aplica en el modelo HMS (HEC, 2015).

---

[1] Soil Conservation Service, actualmente NRCS (National Resources Conservation Service)

[2] *P en exceso* procede de la traducción literal del inglés *excess rainfall*, y por ello es una denominación tan extendida. No parece adecuado decir que llueve en exceso (es decir: demasiado) si se trata de una cuenca que necesita agua en sus cauces superficiales.
Precipitación efectiva es un término ambiguo: aquí significa que produce escorrentía directa, pero en agricultura se refiere a la parte de la precipitación que contribuye al crecimiento de la planta.
Precipitación neta generalmente se utiliza para la precipitación que produce escorrentía directa, aunque en otros estudios se refiere a la diferencia precipitación–evaporación.
Inglés: excess rainfall, effective rainfall, net rainfall (o excess precipitation, etc.)
Francés: pluie excedentaire, pluie utile, pluie efficace, pluie nette.

[3] Puede descargarse de :http://www.nrcs.usda.gov/wps/portal/nrcs/detailfull/national/water/?cid=stelprdb1042901

La clave para la aplicación del procedimiento es la precipitación inicial que no produce escorrentía directa. Esta magnitud se denomina *abstracción inicial* o *umbral de escorrentía*. Para su evaluación se utlizan tablas en función del tipo de suelo (arenoso, arcilloso,...), uso del suelo (bosques, cultivos,...), pendiente, etc. Las tablas americanas proporcionan valores de CN ("*curve number*", que es una función de la *abstracción inicial*), mientras que las tablas españolas indican valores del *umbral de escorrentía* (*Po*).

Cálculo para un único dato de pluviometría

Los pasos a seguir son los siguientes:

1º) **Cálculo del umbral de escorrentía, P_o**. (o "abstracción inicial"). Es un dato que aparece tabulado en función del uso de la superficie (bosque, cultivo, etc.), de la pendiente y del tipo de suelo (A, B, C ó D, de más arenoso y permeable a más arcilloso e impermeable). Finalmente hay que modificarlo si los días anteriores han sido muy secos o muy húmedos. Veremos esto con detalle más adelante.

2º) **Cálculo de la P neta**[4]. Se utiliza la expresión siguiente:

$$P_n = \frac{(P - P_o)^2}{P + 4P_o} \qquad (1)$$

donde: P = precipitación total registrada
P_n = precipitación neta
P_o = abstracción inicial o umbral de escorrentía

Veremos la obtención de esta fórmula más adelante.

Ejemplo: Calcular la precipitación neta de una precipitación diaria total de 31 mm.

Supongamos que hemos consultado las tablas y hemos obtenido un valor de P_o de 12 mm. La P neta sería igual a :

$$P_n = \frac{(31-12)^2}{31+4\cdot 12} = 4,6 \text{ mm}$$

Cálculo para un hietograma completo

El proceso es el mismo, pero trabajando con las precipitaciones acumuladas (En este ejercicio se utilizan los datos con los que se ha dibujado la figura 1.b) :

1º) **Cálculo del umbral de escorrentía, P_o**. (o "abstracción inicial")

Supongamos que hemos consultado las tablas y hemos obtenido un valor de P_o = 43 mm

2º) A partir de los datos de precipitación (P), se calcula la precipitación acumulada ($\sum P$), como se indica en la tabla adjunta:

horas	P	**ΣP**	Σ P_n	P_n
1	11	**11**		
2	8	**19**		
3	40	**59**		
4	34	**93**		
5	13	**106**		
6	27	**133**		
7	3	**136**		
8	6	**142**		

[4] En este punto, todos los autores explican que lo que se calcula es la *escorrentía directa*. Es la misma cosa, ya que definimos *P neta* como la que produce escorrentía directa. Pero me parece más adecuado referirme a P_{neta}, puesto que estoy separando una parte de toda la precipitación caída.

3º) Si ΣP_t es menor que la abstracción inicial (que suponemos que hemos evaluado en 43 mm) la **Precipitación neta** (P_n) es 0 (en este ejemplo, es el caso de las dos primeras horas). Si la precipitación total caída hasta el momento (ΣP_t) supera la abstracción inicial, aplicaremos la fórmula (1) a la precipitación acumulada, para lo que reescribimos dicha fórmula así:

$$\Sigma P_n = \frac{(\Sigma P - P_o)^2}{\Sigma P + 4P_o} \qquad (2)$$

horas	P	**ΣP**	Σ P_n	P_n
1	11	11	**0,00**	
2	8	19	**0,00**	
3	40	59	**1,1**	
4	34	93	**9,4**	
5	13	106	**14,3**	
6	27	133	**26,6**	
7	3	136	**28,1**	
8	6	142	**31,2**	

En este ejemplo, para la hora 3, la aplicación de la fórmula sería:

$$\Sigma P_n = \frac{(59-43)^2}{59+4\ \cdot\ 43} = 1{,}11$$

4º) Calculada la precipitación neta acumulada (ΣP_n), hay que desacumular esos datos en la última columna, simplemente restando cada valor de la columna ΣP_n del anterior (9,43-1,11=8,43; etc).

horas	P	**ΣP**	Σ P_n	P_n
1	11	11	0,00	**0,00**
2	8	19	0,00	**0,00**
3	40	59	1,1	**1,1**
4	34	93	9,4	**8,3**
5	13	106	14,3	**4,9**
6	27	133	26,6	**12,3**
7	3	136	28,1	**1,5**
8	6	142	31,2	**3,1**

La representación gráfica de este ejemplo corresponde a la figura (b) de la primera página.

Si hubiéramos registrado solamente el total de la precipitación (142 mm) aplicando la fórmula (1) se obtiene igualmente el dato final de P neta= 31,2 mm.

Fundamento del método, obtención de la fórmula

Originalmente, este método se denomina "el *método del número de curva*" ("The *Runoff Curve Number method*"). El *umbral de escorrentía* (P_o) se nombra como *abstracción inicial* (I_a), y lo que aquí hemos llamado ΣP_n ("precipitación neta acumulada"), aparece como *Escorrentía directa* (*"Runoff"*). Estos conceptos son equivalentes, ya que el volumen acumulado de *P neta* será igual al volumen de escorrentía directa producida.

El procedimiento se basa en las dos hipótesis siguientes:

1ª) La Precipitación comienza a producir escorrentía directa (o comienza a producirse precipitación neta, P_n) cuando la precipitación total caída hasta ese momento (ΣP) supera un *umbral inicial*, o *abstracción inicial* (I_a). Se considera que ese umbral inicial es el 20% de la *máxima abstracción* posible (S).

2ª) Puede establecerse la siguiente proporción:

$$\frac{Abstracción\ \ producida}{Abstracción\ \ Máxima} = \frac{P\ neta\ producida}{P\ neta\ máxima} \qquad (3)$$

El significado de esta segunda hipótesis es que si en un momento del transcurso de la precipitación la capacidad de abstracción del suelo está al 30% de su capacidad máxima, hasta ese mismo momento habrá generado escorrentía directa el 30% de la precipitación caída (descontando la abstracción inicial I_a).

La precipitación caída (menos la abstracción inicial) o ha escurrido superficialmente o ha sido abstraída:	$(\Sigma P - I_a) = \Sigma P_n + Abstracción\ producida$
Despejando:	$Abstracción\ producida = (\Sigma P - I_a) - \Sigma P_n$
	$Abstracción\ Máxima = S$
El máximo valor posible de *P neta* (que podría generar escorrentía) sería toda la caída menos la abstracción inicial	$P\ neta\ máxima = \Sigma P - I_a$

(*P= precipitación total; P_n=precipitación neta; I_a = abstracción inicial)*

Sustituimos las expresiones anteriores en la ecuación (3) y resulta:

$$\frac{(\Sigma P - I_a) - \Sigma P_n}{S} = \frac{\Sigma P_n}{\Sigma P - I_a} \qquad (4)$$

Operando para despejar ΣP_n, resulta :

$$\Sigma P_n = \frac{(\Sigma P - I_a)^2}{S + (\Sigma P - I_a)} \qquad (5)$$

Se observó empíricamente que la abstracción inicial era aproximadamente el 20% de la abstracción máxima, o sea: $I_a = 0{,}2 \cdot S$. Si en (5) sustituímos S por I_a/0,2, resulta:

$$\Sigma P_n = \frac{(\Sigma P - I_a)^2}{(\Sigma P + 4I_a)} \qquad (6)$$

que es exactamente la fórmula (1) o la (2), con la única diferencia de que la *abstracción inicial* (I_a) allí aparecía como P_o **.**

Obtención del gráfico que da nombre al método. Parámetro CN

Como el método es universalmente conocido como *Curve Number Method*, es evidente que tienen que existir unas *curvas numeradas*. Se presentan en el gráfico siguiente, y se obtienen como se indica a continuación.

Hemos indicado que el método supone que la *abstracción inicial* (I_a) es aproximadamente el 20% de la *abstracción total* (S). Si en (6) sustituimos I_a por $0{,}2 \cdot S$ resulta:

$$\Sigma P_n = \frac{(\Sigma P - 0{,}2 \cdot S)^2}{\Sigma P + 0{,}8 \cdot S} \qquad (7)$$

Para expresar gráficamente el cálculo, se consideró conveniente el siguiente cambio de variable:

$$CN = \frac{1000}{10 + S} \qquad (8)$$

Finalmente, despejamos S en (8) e introducimos ese valor en (7) obtenemos:

$$\Sigma P_n = \frac{(\Sigma P + 2 - 200/CN)^2}{\Sigma P - 8 + 800/CN} \qquad (9)$$

Representando gráficamente la expresión (9) para diversos valores de CN se obtienen las curvas que dan nombre al método:

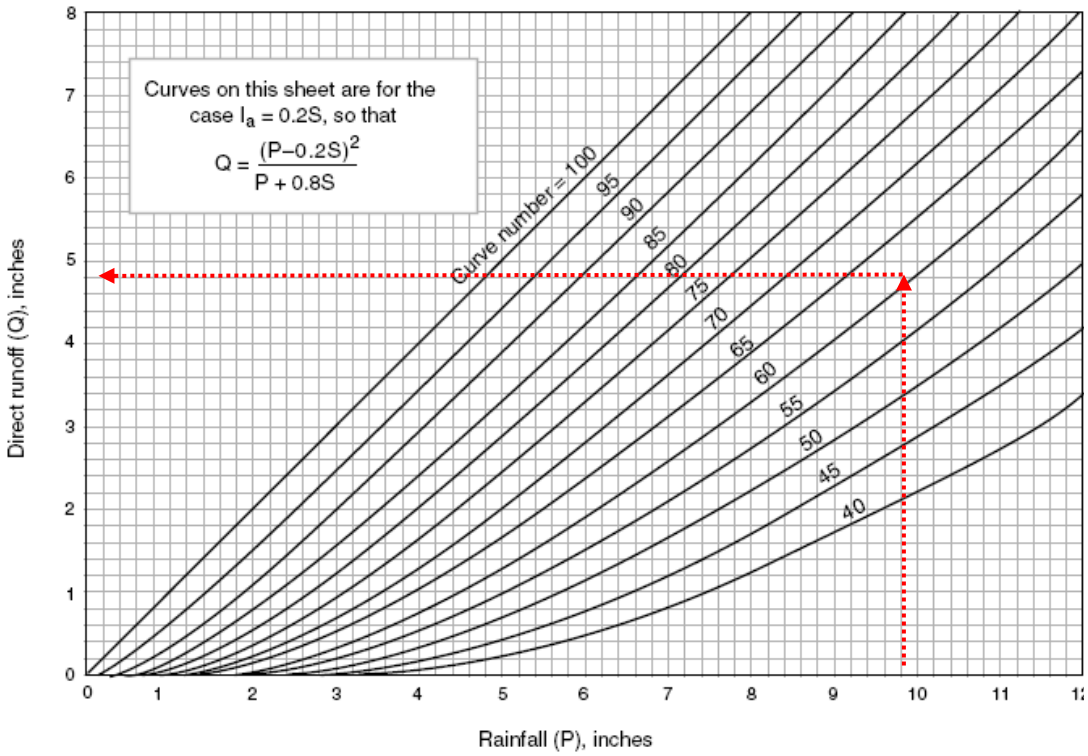
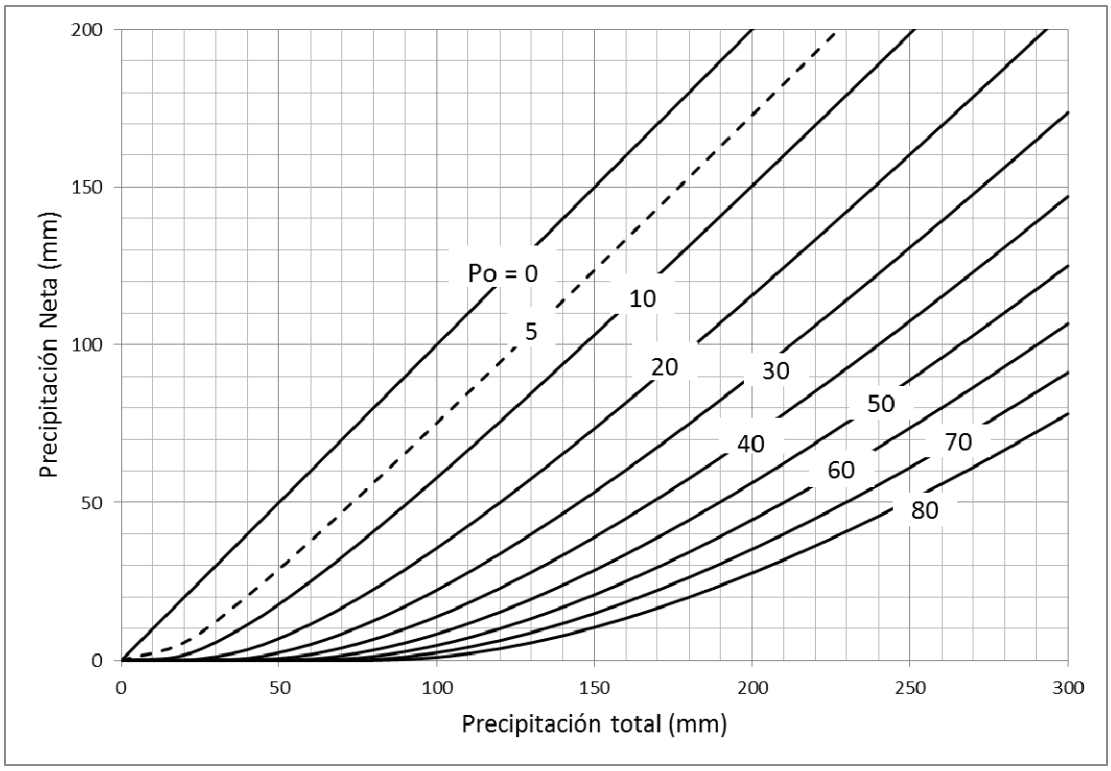


Gráfico original con las curvas numeradas (CN) , tomado de NRSC (1986) .
Se indica un ejemplo: 10 pulgadas de precipitación, sobre una cuenca a la que corresponda la curva número 60, generaría una escorrentía equivalente a 4,8 pulgadas

Obsérvese en el gráfico que para un terreno al que corresponda la curva número 100 toda la precipitación genera escorrentía (100%), pero los otros números de curva (95, 90, etc) **no equivalen a porcentajes.**

Si estamos trabajando con datos de *umbral de escorrentía* (*Po*), el gráfico equivalente sería éste (obtenido representando gráficamente la fórmula (6) para diversos valores de *Po*):



Para realizar el cálculo numéricamente partiendo de valores de *CN*: Calcular S mediante la fórmula (8) y aplicar la fórmula (7).

Evaluación de P_o

Hemos visto que el método es muy simple y que la única dificultad del procedimiento es la obtención del umbral de escorrentía P_o o su valor equivalente de *CN*. Estos valores se consultan en tablas que con diversas variaciones aparecen en todos los manuales de hidrología (y en Wikipedia). Mientras que las tablas españolas facilitan P_o, las tablas americanas proporcionan los valores de CN.

Para homogeneizar datos provenientes de tablas de P_0 y de *CN*, la relación entre ambos (***P_o* en mm** y ***CN***) es inmediata[5]:

$$CN = \frac{25400}{254 + P_O / 0{,}2} \qquad (10)$$

$$P_O = \frac{5080}{CN} - 50{,}8 \qquad (11)$$

En España existe una normativa oficial que incluye tablas de P_o. En la **Tabla 1** reproducimos por su simplicidad la que aparece en la *Instrucción 5.2-IC* ya obsoleta[6] (MOPU, 1990). (Para la descripción de los términos utilizados en la tabla 1, ver Anexo II) .

La tabla con valores de ***P_o*** de la vigente *Norma 5.2-IC* (Mº Fomento, 2016) son muy extensas y pueden consultarse en el BOE [7]. En el anexo II incluimos dicha tabla resumida. La tabla original refleja la clasificación del proyecto Corine Land Cover.

Las tablas equivalentes de valores de *CN* pueden encontrarse en NRCS (2004)[8].

Todas estas tablas proporcionan valores de *CN* o de P_o en función del tipo y utilización de la superficie (área pavimentada, cultivos, bosques,...), de la pendiente, y

Tabla 1

ESTIMACION INICIAL DEL UMBRAL DE ESCORRENTIA Po (mm)
PARA HUMEDAD PREVIA INTERMEDIA

Uso de la tierra	Pendiente (%)	Características hidrológicas	Grupo de suelo A	B	C	D
Barbecho	≥3	R	15	8	6	4
		N	17	11	8	6
	<3	R/N	20	14	11	8
Cultivos en hilera	≥3	R	23	13	8	6
		N	25	16	11	8
	<3	R/N	28	19	14	11
Cereales de invierno	≥3	R	29	17	10	8
		N	32	19	12	10
	<3	R/N	34	21	14	12
Rotación de cultivos pobres	≥3	R	26	15	9	6
		N	28	17	11	8
	<3	R/N	30	19	13	10
Rotación de cultivos densos	≥3	R	37	20	12	9
		N	42	23	14	11
	<3	R/N	47	25	16	13
Praderas	≥3	Pobre	24	14	8	6
		Media	53	23	14	9
		Buena	*	33	18	13
		Muy buena	*	41	22	15
	<3	Pobre	58	25	12	7
		Media	*	35	17	10
		Buena	*	*	22	14
		Muy buena	*	*	25	16
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal	≥3	Pobre	62	26	15	10
		Media	*	34	19	14
		Buena	*	42	22	15
	<3	Pobre	*	34	19	14
		Media	*	42	22	15
		Buena	*	50	25	16
Masas forestales (bosques, Monte bajo, etc.)		Muy clara	40	17	8	5
		Clara	60	24	14	10
		Media	*	34	22	16
		Espesa	*	47	31	23
		Muy espesa	*	65	43	33

Notas: 1. N: denota cultivo según las curvas de nivel.
R: denota cultivo según la línea de máxima pendiente.
2. *: denota que esa parte de cuenca debe considerarse inexistente a efectos de cálculo de caudales de avenida.
3. Las zonas abancaladas se incluirán entre las de pendiente menor del 3 por 100.

Tipo de terreno	Pendiente (%)	Umbral de escorrentía (mm)
Rocas permeables	≥3	3
	<3	5
Rocas impermeables	≥3	2
	<3	4
Firmes granulares sin pavimento		2
Adoquinados		1,5
Pavimentos bituminosos o de hormigón		1

[5] La fórmula (10) se obtiene así: Si la máxima abstracción (*S*) no está expresada en **pulgadas** sino en **mm** , en la expresión (8) sustituimos *S* por *S* /25,4 y operando se obtiene:

$$CN = \frac{1000}{10 + S/25{,}4} \rightarrow CN = \frac{25400}{254 + S} \rightarrow CN = \frac{25400}{254 + P_O / 0{,}2}$$

[6] La nueva norma **no** se ha llamado 5.3-IC, como debería, sino que repite el nombre de la anterior: 5.2-IC, por lo que habrá que referirse a ellas como 5.2-IC (1990) y 5.2-IC (2016).

[7] http://www.boe.es/boe/dias/2016/03/10/pdfs/BOE-A-2016-2405.pdf

[8] http://www.wcc.nrcs.usda.gov/ftpref/wntsc/H&H/NEHhydrology/ch9.pdf

del tipo de suelo (dividido en cuatro categorías: A, B, C, D, de más arenoso a más arcilloso). La descripción original se encuentra en NRCS (2007), y la normativa española define los tipos de suelo mediante un triángulo arena-limo-arcilla (Mº Fomento, 2016, p. 18912).

Si el área considerada comprende varios usos del terreno, hay que calcular la media ponderada, por ejemplo (valores tomados de la tabla 1):

75%: Bosque espeso, suelo tipo B: $P_o = 47$

25%: Barbecho, pendiente < 3%, suelo tipo C : $P_o = 11$

En este ejemplo, se tomaría la media ponderada así:

$$P_o = 47 \cdot 0{,}75 + 11 \cdot 0{,}25 = 38$$

Corrección según el grado de humedad previa del suelo

Las tablas que proporcionan el valor de P_o suponen un grado de humedad del suelo medio (previo a la precipitación). Si los días anteriores a la precipitación estudiada se produjeron precipitaciones abundantes, las abstracciones (retenciones superficiales, infiltración,...) serán menores, por lo que el valor real de P_o será menor al proporcionado por la tabla. Análogamente, y en sentido contrario, si los días anteriores no ha llovido nada, el suelo estará seco, y todas las abstracciones serán mayores: hay que corregir el valor de P_o, aumentándolo.

El criterio para considerar *seco*, *intermedio* o *húmedo* se indica en la **Tabla 2** (Singh, 1992, p. 477). Estos tres grados de humedad previa se denominan respectivamente I, II y III.

Tabla 2.- Precipitación total en los 5 días anteriores

Plantas en periodo latente	Plantas en periodo de crecimiento	Humedad previa
Menos de 13 mm	menos de 35 mm	Seco (I)
De 13 a 32 mm	De 35 a 52 mm	Normal (II)
Más de 32 mm	Más de 52 mm	Húmedo (III)

La conversión del P_o (obtenido en tablas para humedad previa intermedia) a las condiciones de humedad previa *seco* o *húmedo* se realiza mediante tablas numéricas (Ferrer, 1993, p. 30) (**Tabla 3**).

Por ejemplo si la tabla de valores de P_o nos ha proporcionado un valor de 17, por definición corresponde a unas condiciones de humedad previas intermedias . Si los 5 días anteriores llovió poco o nada (según la Tabla 2), convertimos el valor de P_o mediante la Tabla 3: a 17 corresponden 38.

Tabla 3

P_o para humedad previa normal (II)	P_o para humedad previa seca (I)	P_o para humedad previa húmeda (III)
3	7	0,5
6	14	1
9	21	2
13	29	3
17	38	5
21	48	7
27	61	10
33	75	13
41	93	17
50	112	21
61	135	27
75	167	33
93	213	41
117	283	50

Para realizar esta conversión mediante cálculo sin necesidad de interpolar en la tabla 3, Chow et al. (1992, p. 152) proponen las siguientes relaciones para valores de *CN*:

$$CN(I) = \frac{4{,}2 \cdot CN(II)}{10 - 0{,}058 \cdot CN(II)} \quad (12) \qquad ; \qquad CN(III) = \frac{23 \cdot CN(II)}{10 + 0{,}13 \cdot CN(II)} \quad (13)$$

Donde : CN (II) = P_o para condiciones de humedad previa II (**normal**) (obtenido de tablas)
CN (I) = P_o para condiciones de humedad previa I (**seco**)
CN (III) = P_o para condiciones de humedad previa III (**húmedo**)

Si en las expresiones (12) y (13) sustituimos los valores *CN* por sus correspondientes de P_o utilizando la equivalencia (10), adquieren un aspecto mucho más sencillo:

$$P_o\,(\mathrm{I}) = P_o\,(\mathrm{II}) \cdot 2{,}38 \quad ; \quad P_o\,(\mathrm{III}) = P_o\,(\mathrm{II}) \cdot 0{,}43 \qquad (14)\ ;\ (15)$$

Donde : P_o (II) = P_o para condiciones de humedad previa II (**normal**)
P_o (I) = P_o para condiciones de humedad previa I (**seco**)
P_o (III) = P_o para condiciones de humedad previa III (**húmedo**)

Hawkins et al. (1985, citado en Ponce, V. y R.H. Hawkins, 1996) proponen estas relaciones similares a las (14) y (15):

$$P_o\,(\mathrm{I}) = P_o\,(\mathrm{II}) \cdot 2{,}281 \quad ; \quad P_o\,(\mathrm{III}) = P_o\,(\mathrm{II}) \cdot 0{,}427$$

Correlacionando las tres columnas de la tabla 3, hemos obtenido unas relaciones similares a las de Chow y Hawkins:

Días previos secos:	Po (I) = Po (II) . 2,31
Días previos húmedos para Po (II) >35:	Po (III) = Po (II) . 0,43
Días previos húmedos para Po (II) <35:	Po (III)= $P_o\,(\mathrm{II})^2 \cdot 0{,}0072 + P_o\,(\mathrm{II}) \cdot 0{,}167$

Estas correcciones por la humedad previa del suelo se utilizan cuando se aplica el procedimiento a precipitaciones reales. Con mayor frecuencia se trabaja con precipitaciones calculadas estadísticamente, de modo que no existe "la humedad previa del suelo". En el caso concreto de la norma española 5.2-IC se ofrece una corrección basada en la región de que se trate y el periodo de retorno considerado (Ministerio de Fomento, op.cit.)[9].

Aplicación del método en modelos informáticas

En el programa HMS (HEC, 2015) es necesario introducir el valor de *CN*. Si admitimos que P_o es igual a $0{,}2 \cdot S$ (abstracción máxima), el programa calculará P_o. Si introducimos ambos valores (*CN* y P_o , que allí se denomina "abstracción inicial"), el programa nos indicará tras la ejecución la relación entre P_o y *S*.

En el programa TR-55 se introduce el tipo de uso del terreno y el tipo de suelo y se aplicarán automáticamente los valores de CN, que pueden ser modificados por el usuario.

Revisiones y complicaciones del método

Existe una amplia bibliografía sobre este método. Se ha trabajado especialmente en la asunción básica de que la abstracción inicial sea el 20% de la abstracción máxima; a este cociente se denomina λ: $\lambda = I_a / S$

Comparando precipitaciones y la escorrentía directa generada, las observaciones se ajustan mejor a valores de λ entre 0,05 y 0,10 en lugar del valor 0,20 supuesto inicialmente por el método (por ejemplo, Hawkins, R.; Khojeini, A.,2000; Jiang, R., 2001).

Si se considera esta variable, el procedimiento se complica y necesita dos parámetros para su aplicación en lugar de uno (*CN* y λ o P_o y λ).

Si asumiéramos que λ es igual a 0,10 (en lugar del estándar 0,20), las fórmulas que utilizamos para el cálculo [la (6) si disponemos de valores de P_o y la (7) si partimos de valores de *CN*)] adquieren esta forma:

$$\Sigma P_n = \frac{(\Sigma P - I_a)^2}{\Sigma P + 9 \cdot I_a} \quad ; \quad \Sigma P_n = \frac{(\Sigma P - 0{,}10 \cdot S)^2}{\Sigma P + 0{,}9 \cdot S} \qquad (6b)\ ;\ (7b)$$

[9] Ver el tema "Hidrología superficial (III): Relación precipitación-escorrentía", pág. 21.

Bibliografía

CHOW, V.; D.R. MAIDMENT y L.W. MAYS (1994).- *Hidrología Aplicada*. Mc Graw Hill, 580 pp.

FERRER, F.J. (1993).- Recomendaciones para el cálculo hidrometeorológico de avenidas. CEDEX, Centro de Estudios Hidrográficos, 75 pp.

HAWKINS, R.H. y A.V. KHOJEINI (2000).- Initial Abstraction and Loss in the Curve Number Method. *Arizona Hydrological Society Proceedings*.

HEC (2015).- *Hydrologic Modeling System HEC-HMS. User's Manual, v.4.1*. Hydrologic Engineering Center, US Army Corps of Engineers, 584 pp. http://www.hec.usace.army.mil/software/hec-hms/

JIANG, R. (2001).- *Investigation of Runoff Curve Number Initial Abstraction Ratio*. Tesis Doctoral, Univ. Arizona.

MINISTERIO DE FOMENTO (2016).- *Norma 5.2 -IC drenaje superficial de la Instrucción de Carreteras. (BOE* de 10 de marzo de 2016).

MOCKUS, V. (1964).- *Estimation of direct runoff from storm rainfall*. SCS, National Engineering Handbook, Section 4, Hydrology, , 30 pp.

MOPU (1990).- *Instrucción de carreteras 5.2-IC Drenaje superficial (BOE* de 23 de mayo de 1990).

NRCS (2004).- *Hydrologic Soil-Cover Complexes* . Disponible en: http://www.wcc.nrcs.usda.gov/ftpref/wntsc/H&H/NEHhydrology/ch9.pdf

NRCS (2004).- *National Enginering Handbook. Part 630: Hydrology, chapter 10.* National Resources Conservation Service. Se encuentra en : http://www.wcc.nrcs.usda.gov/ftpref/wntsc/H&H/NEHhydrology/ch10.pdf

NRCS (2007).- *National Enginering Handbook. Part 630: Hydrology, chapter 7: Hydrologic Soil Groups*. Disponible en: http://www.wcc.nrcs.usda.gov/ftpref/wntsc/H&H/NEHhydrology/ch7.pdf

NRCS (2009).- *Small Watershed Hydrology. WinTR-55 User Guide*. Disponible en: http://www.wcc.nrcs.usda.gov/ftpref/wntsc/H&H/WinTR55/WinTR55UserGuide.pdf

PILGRIM, D. H. y I. CORDERY (1993).- Flood Runoff. In: *Handbook of Hydrology.* D. R. Maidment (Ed.), pp. 9.1- 9.42. McGrawHill.

PONCE, V. M. y HAWKINS, R.H. (1996).- Runoff Curve Number: Has It Reached Maturity? *J. Hydrol. Eng.*, January 1996: pp. 11-19

SINGH, V.P (1992).- *Elementary Hydrology*. Prentice Hall, 973 pp.

WANIELISTA, M. P. (1997).- *Hydrology and Water Quality Control.* Wiley, 567 pp. 2ª edición.

ANEXO I - Valor inicial del umbral de escorrentía P_0 (mm)

Simplificado de Ministerio de Fomento (2016), agrupando varios usos del suelo con valores idénticos y eliminando algunos muy poco usuales.

Uso de suelo	[1]	Pen–diente (%)	Grupo de suelo			
			A	B	C	D
Tejido urbano continuo			1	1	1	1
Tejido urbano discontinuo, urbanizaciones, aeropuertos			24	14	8	6
Zonas industriales y comerciales			6	4	3	3
Granjas agrícolas			24	14	8	6
Zonas industriales			12	7	5	4
Grandes superficies de equipamiento y servicios			6	4	3	3
Autopistas, Redes viarias, ferroviarias			1	1	1	1
Complejos ferroviarios			12	7	5	4
Zonas de extracción minera			16	9	6	5
Escombreras y vertederos			20	11	8	6
Zonas de construcción			24	14	8	6
Zonas verdes urbanas			53	23	14	10
Instalaciones deportivas y recreativas, campos de golf			79	32	18	13
Resto de instalaciones deportivas y recreativas			53	23	14	10
Tierras de labor en secano (cereales)	R	≥ 3	29	17	10	8
	N		32	19	12	10
	R/N	< 3	34	21	14	12
Tierras de labor en secano (hortalizas)	R	≥ 3	23	13	8	6
	N		25	16	11	8
	R/N	< 3	29	19	14	11
Tierras abandonadas		≥ 3	16	10	7	5
		< 3	20	14	11	8
Terrenos regados permanentemente , cultivos herbáceos en regadío	R	≥ 3	37	20	12	9
	N		42	23	14	11
	R/N	< 3	47	25	16	13
Arrozales			47	25	16	13
Viñedos		≥ 3	62	28	15	10
		< 3	75	34	19	14
Frutales en secano		≥ 3	62	28	15	10
		< 3	75	34	19	14
Frutales en regadío		≥ 3	80	34	19	14
		< 3	95	42	22	15
Olivares		≥ 3	62	28	15	10
		< 3	75	34	19	14
Prados y praderas, prados arbolados		≥ 3	70	33	18	13
		< 3	120	55	22	14
Pastos en tierras abandonadas		≥ 3	24	14	8	6
		< 3	58	25	12	7
Cultivos anuales asociados con cultivos permanentes en secano		≥ 3	39	20	12	8
		< 3	66	29	15	10
Cultivos anuales asociados con cultivos permanentes en regadío		≥ 3	75	33	18	14
		< 3	106	48	22	15
Mosaico de cultivos anuales con prados o praderas en secano	R	≥ 3	26	15	9	6
	N		28	17	11	8
	R/N	< 3	30	19	13	10
Mosaico de cultivos permanentes en secano		≥ 3	62	28	15	10
		< 3	75	34	19	14

[1] R: Denota cultivo según la línea de máxima pendiente
N: Denota cultivo según las curvas de nivel

Uso de suelo	[1]	Pen–diente (%)	Grupo de suelo			
			A	B	C	D
Mosaico de cultivos anuales con cultivos permanentes en secano		≥ 3	39	20	12	8
		< 3	66	29	15	10
Mosaico de cultivos anuales con prados o praderas en regadío	R	≥ 3	37	20	12	9
	N		42	23	14	11
	R/N	< 3	47	25	16	13
Mosaico de cultivos permanentes en regadío		≥ 3	80	34	19	14
		< 3	95	42	22	15
Mosaico de cultivos anuales con cultivos permanentes en regadío		≥ 3	75	33	18	14
		< 3	106	48	22	15
Mosaico de cultivos mixtos en secano y regadío	R	≥ 3	31	17	10	8
	N		34	20	13	10
	R/N	< 3	37	22	14	11
Mosaico de prados o praderas con espacios significativos de vegetación natural y seminatural		≥ 3	70	33	18	13
		< 3	120	55	22	14
Sistemas agroforestales		≥ 3	53	23	14	9
		< 3	80	35	17	10
Pastizales naturales. Pastizales, praderas o cultivos agrícolas con arbolado adehesado		≥ 3	53	23	14	9
		< 3	80	35	17	10
Frondosas, Perennifolias, Caducifolias y marcescentes			90	47	31	23
Otras frondosas de plantación		≥ 3	79	34	19	14
		< 3	94	42	22	15
Bosques de ribera			76	34	22	16
Bosques de coníferas, bosque mixto. Laurisilva			90	47	31	23
Prados alpinos, Pastizales supraforestales		≥ 3	70	33	18	13
		< 3	120	55	22	14
Formaciones herbáceas de llanuras aluviales inundadas y llanuras costeras, tierras bajas		≥ 3	70	33	18	13
		< 3	120	55	22	14
Pastizales mediterráneos		≥ 3	24	14	8	6
		< 3	57	25	12	7
Otros pastizales templado oceánicos		≥ 3	53	23	14	9
		< 3	79	35	17	10
Landas y matorrales mesófilas, Landas y matorrales en climas húmedos. Vegetación mesófila			76	34	22	16
Fayal-brezal macaronésico, vegetación esclerófila			60	24	14	10
Matorrales subarbustivos o arbustivos muy poco densos			60	24	14	10
Matorrales xerófilos macaronésicos, Claras de bosques			40	17	8	5
Zonas empantanadas fijas o en transición			60	24	14	10
Matorral boscoso			75	34	22	16
Playas y dunas			152	152	152	152
Ramblas con poca o sin vegetación			15	8	6	4
Afloramientos rocosos y canchales		≥ 3	2	2	2	2
		< 3	4	4	4	4
Espacios con vegetación escasa, Xeroestepa subdesértica		≥ 3	24	14	8	6
		< 3	58	25	12	7
Cárcavas y zonas en proceso de erosión, zonas quemadas			15	8	6	4
Humedales y zonas pantanosas			2	2	2	2
Marismas			2	2	2	2

[1] R: Denota cultivo según la línea de máxima pendiente
N: Denota cultivo según las curvas de nivel

ANEXO II : Uso del terreno (*). Según la antigua Instrucción 5.2-I.C. (1990)

Barbecho

Tierra de cultivo que no se siembra. El porcentaje de explotación agrícola que se suele encontrar en este estado depende de la periodicidad de las siembras. Se denomina de "año y vez" o "al tercio", según se cultive uno de cada dos o tres años, respectivamente. Las tierras que están en barbecho reciben generalmente algunas labores que contribuyen a reducir el grado de escorrentía, pero éste es siempre importante, debido a la escasa entidad de la vegetación.

Cultivos en hilera

Tierras sembradas de cultivos plantados formando hileras, lo que permite realizar entre ellas determinadas labores agrícolas -destinadas a mullir el terreno, quitar las malas hierbas, etc-, mientras que las plantas se desarrollan. De este modo se cultiva la patata, el algodón, la remolacha, el maiz, el tomate, etc.

En general, las plantaciones de frutales, el olivar, los almendros y la viña, pueden incluirse en este grupo. El efecto hidrológico de la mayor distancia entre plantas existentes en estos casos se ve compensado por el vuelo del ramaje, que protege al suelo del impacto de la lluvia, y por la presencia de su potente sistema radicular.

Cereales de invierno

Se incluyen en esta categoría las tierras dedicadas a cereales cuyo ciclo vegetativo puede desarrollarse durante el invierno, tales como el trigo, la cebada, la avena y el centeno.

Rotación de cultivos

Es la secuencia cíclica de cultivos en una determinada parcela de una explotación agrícola. La duración del ciclo, variable con el tipo de los cultivos, frecuentemente está comprendida entre dos y siete años.

Desde el punto de vista hidrológico, conviene establecer la siguiente división:

1. **Rotación pobre** o con escasa densidad de cobertura vegetal. Se refiere a las diversas combinaciones de cultivos en hilera, cereales de invierno y barbecho.
2. **Rotación densa**. Se denomina a la que, junto con cultivos en hilera o cereales de invierno, incluye una proporción importante de alfalfa, trébol, praderas polifitas u otras siembras de alta densidad de cobertura.

Praderas, prados y pastizales

Se agrupan en esta categoría el conjunto de cultivos cuyo aprovechamiento constituye la base de la alimentación del ganado.

A su vez se clasifican en:

-Pobres. Bajo un intenso régimen de pastoreo o con cobertura vegetal en menos del 50% de la superficie, como son los pastizales y los eriales.

-Medias. Bajo un moderado régimen de pastoreo o con cobertura vegetal en un porcentaje de la superficie total comprendido entre el 50 y el 75%.

-Buenas. Bajo un pastoreo ligero o con. cobertura vegetal en más del 75% de la superficie total.

-Muy buenas. Se consideran dentro de este grupo las praderas artificiales, las praderas naturales mixtas y los prados naturales, cuando están explotados en régimen de pastoreo. La vegetación es densa, abundante, homogénea y de cierta altura.

Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal

Comprende las plantaciones regulares de árboles tales como los chopos, eucaliptos, etc.

Se han establecido grupos basándose en las características de la cobertura vegetal no arbórea:

-Pobres. Prácticamente no existe otro tipo de vegetación que la propiamente arbórea. El matorral, las herbáceas espontáneas e, incluso, la materia vegetal no descompuesta, son eliminadas, por ejemplo, con el pastoreo.

-Medias. Existe alguna vegetación además de la arbórea, o bien matera vegetal no descompuesta. Sin embargo, una parte importante del suelo carece de protección.

-Buenas. La vegetación (matorral, herbáceas espontáneas, etc), y la materia vegetal no descompuesta cubren el terreno.

Masas forestales

Se denominan así las superficies de terreno en las cuales se desarrolla vegetación leñosa arbórea o arbustiva, tales como el monte bajo, el monte alto o los bosques.

De acuerdo con la densidad de dicha vegetación se dividen en a) muy espesas; b) espesas; c) medias; d) claras, y e) muy claras (árboles o arbustos diseminados).

Dentro de la *categoría "Masas Forestales" no se han establecido en la tabla diferencias en cuanto a pendiente, por considerar que no es frecuente que exista este tipo de aprovechamiento en terrenos llanos.

Labores de cultivo

(símbolo R). El laboreo del suelo, la siembra y las labores de cultivo se realizan en la dirección de la máxima pendiente o a media ladera.

(símbolo N).El laboreo del suelo, la siembra y las labores de cultivo se realizan siguiendo las curvas de nivel del terreno. Evidentemente, en terrenos llanos no resulta fácil, ni tiene mucho sentido, matizar las líneas de nivel, por lo que no se diferencia entre laboreo en línea recta (R) y laboreo en línea de nivel (N)

(*) Ferrer, F.J. (1991) .- *Obtención de la lluvia neta según la metodología del Soil Conservation Service*. Apuntes del Curso de Hidrología General y Aplicada. Cedex, Madrid

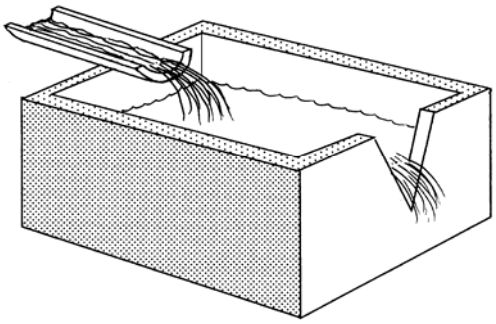
Hidrograma unitario de Clark

Este método fue expuesto por Clark (1945) y es recogido por casi todos los textos de hidrología (por ejemplo: Viessman, 2003; Wanielista, 1997; Ragunath, 2006); se implementa en modelos como HMS (HEC, 2010). El método se basa en la distribución de la superficie de la cuenca entre **líneas isocronas**[1] para computar el volumen de agua caído sobre cada una de esas superficies y considerar el retardo producido por el tránsito del agua a lo largo de la cuenca..

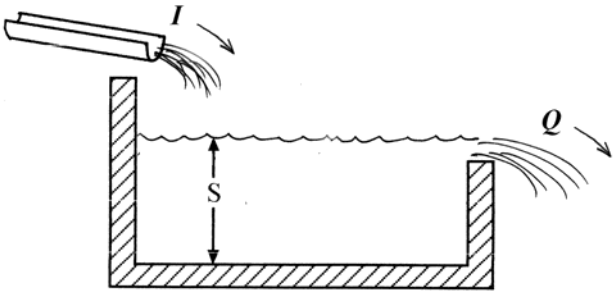
En el tema correspondiente[2] hemos esquematizado las fases de cálculo para calcular un hidrograma a partir de precipitaciones: 1) Cálculo de la P neta. 2) Cálculo del hidrograma producido por esa P neta. 3) Tránsito de ese hidrograma a lo largo de un tramo de río aguas abajo. En este método se mezclan los pasos 2 y 3: calcula los volúmenes de agua recibidos (área x altura de precipitación) y también tiene en cuenta el retardo producido por el necesario desplazamiento de ese volumen de agua desde las partes más alejadas hasta la salida de la cuenca.

Fundamento: tránsito de un caudal en un depósito lineal

Este método supone que la cuenca considerada funciona como un *depósito*. Un aumento del caudal de entrada de un depósito o embalse se refleja en el caudal de salida amortiguado y retardado.



Un aumento brusco en el caudal de entrada, se recibirá amortiguado y retardado en el caudal de salida



En un depósito considerado *lineal*, el caudal de salida (Q) es proporcional al volumen almacenado (S)

El modo más simple de considerar este fenómeno es considerar un depósito **lineal** (*lineal reservoir)*: eso significa que existe una **relación lineal** entre el volumen almacenado en el depósito y el caudal de salida:

$$S = Q \cdot R \qquad (1)$$

Q = Caudal de salida de un embalse o depósito
S = Volumen almacenado
R = Constante de proporcionalidad

Por otra parte, es evidente que para un Δt dado:

$$V_{in} - V_{out} = \Delta S \qquad (2)$$

V_{in} = Volumen que ha entrado en un Δt
V_{out} = Volumen que ha salido en el mismo Δt
ΔS = Variación del volumen almacenado en ese Δt

Dividiendo la expresión (2) por Δt resulta (volumen/tiempo=caudal):

$$I - Q = \Delta S / \Delta t \qquad (3)$$

I = Caudal de entrada medio en ese Δt
Q = Caudal de salida medio en ese Δt

[1] La isocrona de 3 horas es el lugar geométrico de los puntos desde los que la escorrentía superficial tardará 3 horas en alcanzar la salida de la cuenca

[2] *Hidrología Superficial (III): Relaciones precipitación-escorrentía*

Los caudales medios de entrada (I) y de salida (Q) a lo largo del intervalo Δt podemos considerarlos como la media de los caudales en los extremos del Δt. Y el ΔS a lo largo del Δt es: $S_i - S_{i-1}$. Sustituyendo estos valores en (3) resulta[3]:

$$\frac{I_{i-1} + I_i}{2} - \frac{Q_{i-1} + Q_i}{2} = \frac{S_i - S_{i-1}}{\Delta t} \qquad (4)$$

E introduciento aquí el valor de S expresado en (1), resulta:

$$\frac{I_{i-1} + I_i}{2} - \frac{Q_{i-1} + Q_i}{2} = R \cdot \frac{Q_i - Q_{i-1}}{\Delta t} \qquad (5)$$

Finalmente, despejando Q_i resulta:

$$Q_i = \frac{I_{i-1} + I_i}{2} \cdot c + Q_{i-1} \cdot (1 - c) \quad ; \quad \text{siendo } c = \frac{2 \cdot \Delta t}{2R + \Delta t} \qquad (6)$$

donde: I_{i-1} , I_i = Caudal de entrada en los tiempos, t_{i-1} , t_i

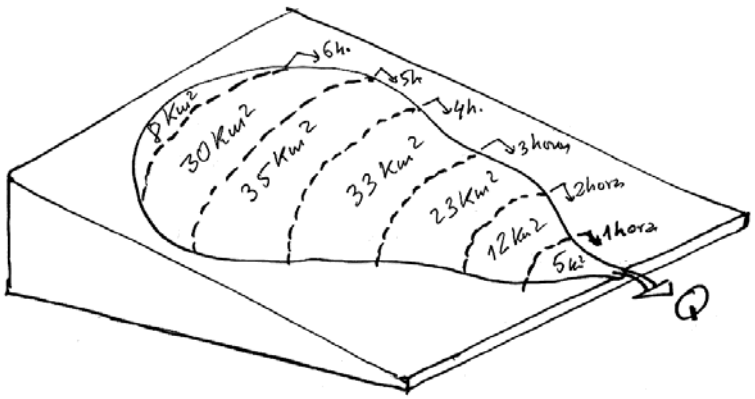
Q_{i-1} , Q_i = Caudal de salida en los tiempos, t_{i-1} , t_i

Δt = incremento de tiempo entre los tiempos t_{i-1} , t_i

R = coeficiente de almacenamiento del depósito o embalse [ec. (1)]

Aplicación práctica

Supongamos que estudiamos la cuenca representada en la figura adjunta. (146 km^2, tiempo de concentración: 7 horas[4]). Hemos trazado las isocronas y planimetrado las superficies entre ellas[5]. Si no disponemos de esas superficies, se puede calcular aproximadamente, ver el úlimo apartado de este documento.



Si **en un instante** cayera una precipitación unidad (p. ej. 1 mm.), el hidrograma que se registraría en la salida sería por definición el Hidrograma Unitario **Instantáneo** (HUI). Si no existiera ningún tipo de retardo en el tránsito, el cálculo de los valores de este HUI sería sencillo: El caudal de la primera hora correspondería al volumen precipitado en la primera franja, en la segunda hora llegaría el volumen precipitado entre las isocronas de 1 hora y 2 horas, y así sucesivamente.

Las fases de cálculo son las siguientes:

1) Curva tiempo-área. Volumen y caudal para una precipitación unidad

Las **superficies comprendidas entre isocronas** quedan reflejadas en la segunda columna de la tabla siguiente. Suponemos que en un instante cae sobre la cuenca una **P neta de 1 mm**.

[3] Es la misma fórmula (3) obtenida en el tema *Tránsito de hidrogramas*

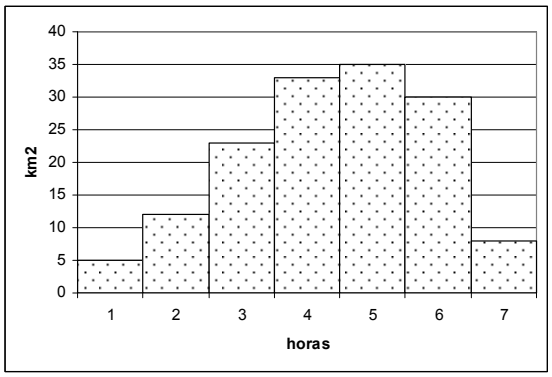
[4] Si el tiempo de concentración fuera 6,4 horas, redondeamos por exceso a 7.

[5] Para dibujar las isocronas sobre un mapa, calculamos tiempos de recorrido en varios puntos (con fórmula de tiempo de concentración, midiendo distancias con un curvímetro y pendientes con las curvas de nivel) y posteriormente trazamos isolíneas.

Los volúmenes recibidos en cada franja (entre dos isocronas contiguas) se refleja en la 3ª columna, multiplicando área por altura: una lámina de 1 mm. en una superficie de 5 km^2 es un volumen de: 5 · 10^6 m^2 · 10^{-3} m = 5000 m^3

TABLA 1

t (horas)	Área (km^2)	Volumen (m^3) P_{neta}= 1 mm	Caudal (m^3/s) P_{neta}= 1 mm
1	5	5000	1,39
2	12	12000	3,33
3	23	23000	6,39
4	33	33000	9,17
5	35	35000	9,72
6	30	30000	8,33
7	8	8000	2,22



Curva TA (tiempo-área): gráfico que representa áreas entre isocronas.

La 4ª columna (**Caudal**, en m^3/s) representa los caudales que se registrarían en la salida si la escorrentía no tuviera ningún retardo o amortiguación en la cuenca; solamente tenemos en cuenta el tiempo que invierte el flujo entre isocronas. En la 1ª hora pasarían los 5000 m^3 que hemos calculado en la columna anterior, que dividiendo por 3600 (segundos/hora) obtenemos el caudal medio para la primera hora de 1,39 m^3/s. (Si hubiéramos trazado las isocronas en intervalos de 15 minutos, dividiríamos los volúmenes por 15x60 segundos). En la segunda hora llegaría el volumen caído entre la 1ª y 2ª isocronas (superficie de 12 km^2 en la figura de la página anterior).

2) Coeficiente de almacenamiento o retardo de la cuenca

La mayor dificultad de este procedimiento es que necesita un *coeficiente de almacenamiento R* (en horas) que ha aparecido al describir el fundamento del método: representa el retardo que la cuenca impone a la escorrentía superficial para desplazarse. Puede calcularse disponiendo de un hidrograma real de esa cuenca o evaluarse de algún modo. Algunos autores suponen que es similar al *lag* o tiempo de retardo, o que es una fracción del tiempo de concentración, multiplicando éste por un factor del orden de 0,75.

Para este ejemplo vamos a suponer un coeficiente R = 8 horas.

3) Cálculo del Hidrograma Unitario Instantáneo (HUI)

Ya hemos indicado que el método de Clark supone que la cuenca se comporta como un depósito lineal: Los caudales de entrada en el depósito (la cuenca) son los obtenidos en la última columna de la tabla anterior y los caudales de salida de ese supuesto depósito se obtienen mediante la fórmula (6):

Si el coeficiente R = 8 horas => c=0,1176

Ahora aplicamos la fórmula (6) para cada hora. Por ejemplo, para t = 2, el cálculo sería:

$$Q_2 = \frac{1{,}39 + 3{,}33}{2} \cdot 0{,}1176 \cdot +0{,}08 \cdot (1 - 0{,}1176) = 0{,}35$$

Desde el principio, hemos calculado volúmenes y caudales para una P neta de 1 mm recibida en un instante. Por ello, Clark lo denominó *Hidrograma Unitario Instantáneo*.

TABLA 2

t (horas)	$Q_{entrada}$ (m^3/s) (I)	Q_{salida} (m^3/s) (Q)
0	0	0.00
1	1,39	0,08
2	3,33	0,35
3	6,39	0,88
4	9,17	1,69
5	9,72	2,60
6	8,33	3,36
7	2,22	3,59
8	0	3,29
9	0	2.91

etc.

4) Cálculo del Hidrograma Unitario para un Δt igual al tiempo entre isocronas

Finalmente hacemos la media del HUI con él mismo desplazado un Δt. (En la Tabla 3, la 6ª columna es igual a la 5ª desplazada un Δt , en este caso, 1 hora).

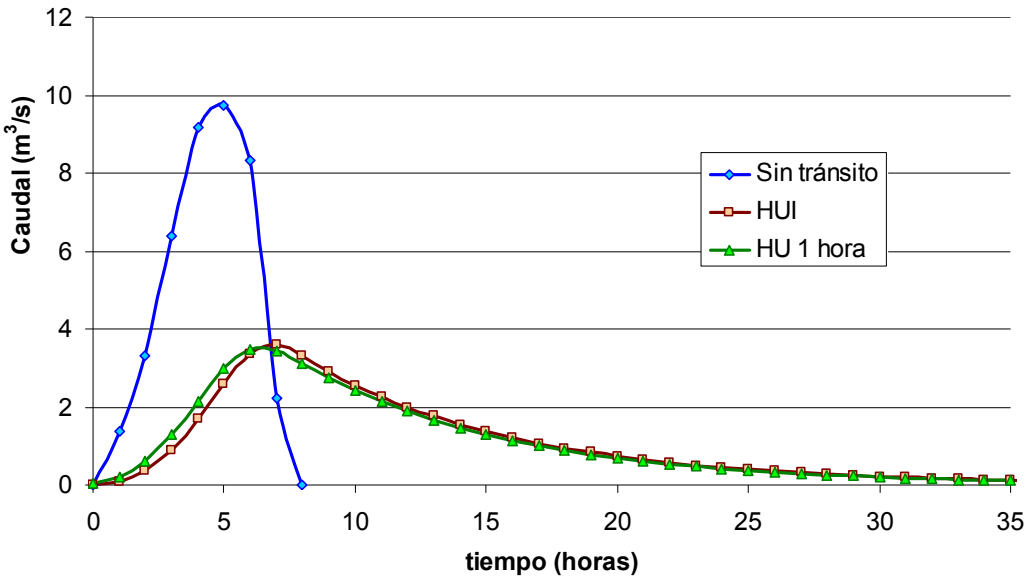
Los resultados finales (7ª columna) son la media de las dos anteriores. Por ejemplo, para t=2 horas, el cálculo es: (0,35+0,88)/2 = 0,61

En esta tabla reunimos todos los cálculos realizados:

TABLA 3

t (horas)	Área (km^2)	Volumen (m^3) P_{neta}= 1 mm	Caudal (m^3/s) P_{neta}=1 mm	HUI (m3/seg)	HUI desplazado (m^3/seg)	HU (m^3/seg)
0	0,00	0	0,00	0,00	0,08	0,04
1	5,00	5000	1,39	0,08	0,35	0,22
2	12,00	12000	3,33	0,35	0,88	0,61
3	23,00	23000	6,39	0,88	1,69	1,29
4	33,00	33000	9,17	1,69	2,60	2,15
5	35,00	35000	9,72	2,60	3,36	2,98
6	30,00	30000	8,33	3,36	3,58	3,47
7	8,00	8000	2,22	3,58	3,29	3,44
8	0	0	0,00	3,29	2,91	3,10
9	0	0	0,00	2,91	2,56	2,74
10	0	0	0,00	2,56	2,26	2,41
11	0	0	0,00	2,26	2,00	2,13
12	0	0	0,00	2,00	1,76	1,88
13	0	0	0,00	1,76	1,55	1,66
14	0	0	0,00	1,55	1,37	1,46
15	0	0	0,00	1,37	1,21	1,29
16	0	0	0,00	1,21	1,07	1,14
17	0	0	0,00	1,07	0,94	1,01
18	0	0	0,00	0,94	0,83	0,89
19	0	0	0,00	0,83	0,73	0,78
20	0	0	0,00	0,73	0,65	0,69
21	0	0	0,00	0,65	0,57	0,61
22	0	0	0,00	0,57	0,50	0,54

La representación gráfica del hidrograma resultante sería así:

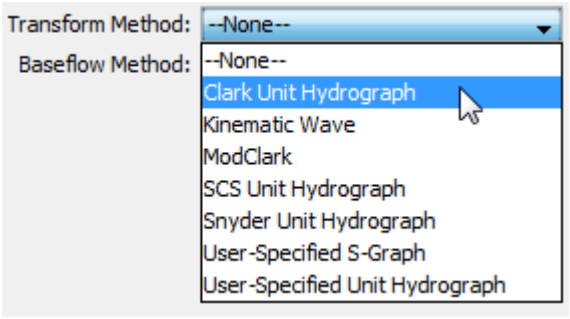


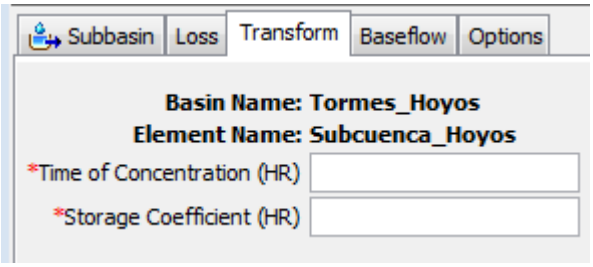
El hidrograma rotulado como "Sin tránsito" es el que se produciría si no existiera ningún retardo en el tránsito del caudal.(Caudales obtenidos en la Tabla 1)

Si pensamos que la cuenca se comporta como un depósito "lineal", ese primer hidrograma sería la entrada del depósito y el HU obtenido sería la salida del depósito, bien como HU *instantáneo*, o como HU para 1 hora.

Aplicación en HEC-HMS. Estimación de las isocronas

Según hemos explicado, la aplicación del método necesita conocer las superficies comprendidas entre las sucesivas líneas isocronas y la estimación del coeficiente R. Dentro de HMS, cuando elegimos el método de Clark (atención: no "ModClark") entre los diversos métodos para transformar la precipitación neta en caudal, nos pregunta solamente el tiempo de concentración de la cuenca y el citado coeficiente R.





Esta sorprendente simplificación se debe a que el programa utiliza las siguientes expresiones para calcular las áreas entre isocronas (HYDROLOGIC ENGINEERING CENTER, 2000):

$$A_t = A \cdot 1{,}414\ (t / t_c)^{1,5} \qquad [\text{para } t < 0{,}5 \cdot t_c] \qquad (7)$$

$$A_t = A \cdot (1 - 1{,}414\ (1-(t / t_c))^{1,5}) \qquad [\text{para } t \geq 0{,}5 \cdot t_c] \qquad (8)$$

donde: A_t = Área acumulada hasta la isocrona t

t = isocrona considerada (horas)

A = Área total de la cuenca

t_c= tiempo de concentración (horas)

Si estamos realizando el cálculo manualmente y no disponemos de medidas entre isocronas, podemos realizar la estimación mediante las expresiones anteriores.

Ejemplo: Considerando la cuenca del ejemplo anterior (146 km^2, tiempo de concentración: 7 horas), supongamos que no disponíamos de las superficies medidas entre isocronas y necesitamos hacer una estimación:

t **(horas)**	**sup acum (km^2)**	**sup (km^2)**
1	11,1 (*)	11,1
2	31,5 (*)	20,4
3	57,9 (*)	26,4
4	88,1 (**)	30,2
5	114,5 (**)	26,4
6	134,9 (**)	20,4
7	146,0 (**)	11,1

(*) : $t < 0{,}5 \cdot t_c$. Utilizamos la fórmula (7)

(**) : $t \geq 0{,}5 \cdot t_c$. Utilizamos la fórmula (8)

La tercera columna se obtiene restando los valores consecutivos de la segunda columna. Por ejemplo: hasta la isocrona de 2 horas la superficie es de 31,5 km^2. Entre las isocronas 1 y 2 la superficie es de: 31,5 – 11,1 = 20,4 km^2.

Bibliografía

CLARK, C.O. (1945).- Storage and the Unit Hydrograph. *ASCE Trans.*, **110**: 1419-1446

HYDROLOGIC ENGINEERING CENTER (2000).- *Hydrologic Modeling System HEC-HMS. Technical Reference Manual*. US Army Corps of Engineers, 138 pp.

RAGHUNATH, H.M. (2006).- *Hydrology*. New Age International. 477pp.

VIESSMAN, W. & G. L. LEWIS (2003).- *Introduction to Hydrology*. Pearson Education Inc., 5ª ed., 612 pp.

WANIELISTA, M. P. (1997).- *Hydrology and Water Quality Control.* Wiley, 567 pp. 2ª edición. .

Tránsito de Hidrogramas

Conceptos básicos

Si en el depósito de la figura 1 (izq.) se produce un aumento brusco del caudal de entrada, ese aumento se reflejará en la salida atenuado (caudal máximo menor) y retardado (caudal máximo retrasado en el tiempo) (figura 1-dcha.).

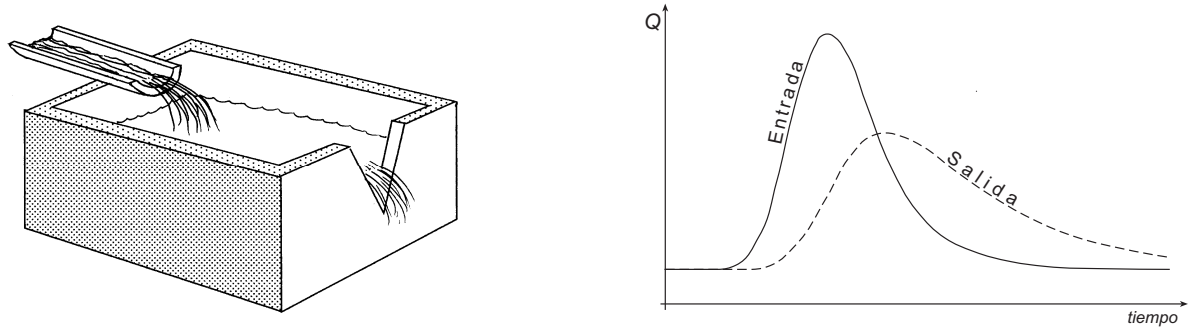


Fig. 1.- Efecto de retardo y atenuación en un hidrograma entre la entrada y la salida

A lo largo de un canal el efecto es similar: Supongamos que en el extremo de un canal seco arrojamos un volumen de agua (Figura 2). El hidrograma generado (posición A del dibujo) será inicialmente más alto y de menor duración y, a medida que avanza, el mismo volumen pasará por los puntos B y C cada vez con un hidrograma más aplanado. Suponemos que no existe pérdida de volumen (por infiltración o evaporación), de modo que el área comprendida bajo los tres hidrogramas será idéntica. En este caso, el retardo será el correspondiente al recorrido del agua a lo largo del canal.

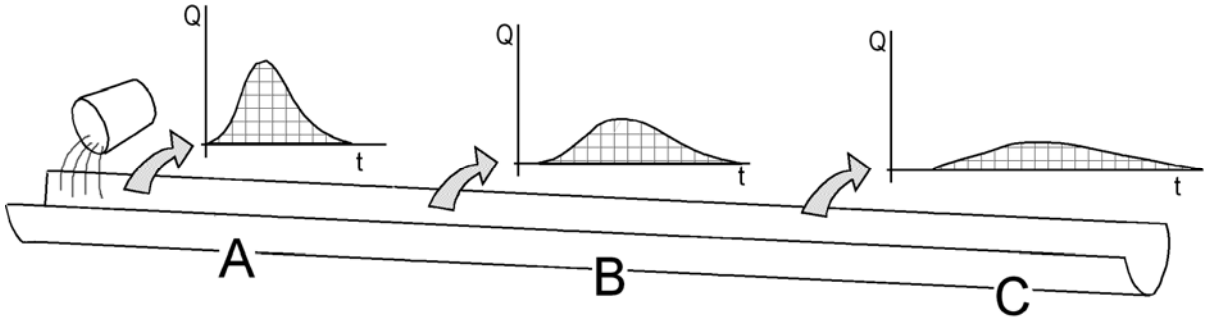


Fig. 2.- Efecto del tránsito a lo largo de un canal o un río

Calcular el tránsito de un hidrograma es obtener el hidrograma del punto C a partir del hidrograma del punto A, u obtener el hidrograma de salida del depósito a partir del hidrograma de entrada. La utilidad práctica del procedimiento es evidente: por ejemplo, el carácter catastrófico de una avenida está relacionado directamente con la altura del pico del hidrograma (el caudal máximo), de modo que es fundamental calcular cómo ese pico va disminuyendo a medida que nos movemos aguas abajo.

También se habla de *tránsito de avenidas*, y se utilizan las expresiones *transitar una avenida* o *transitar un hidrograma*[1].(En inglés *Hydrograph Routing, Flood Routing* o *Flow Routing*).

Todos los modelos (programas de ordenador) utilizados en Hidrología Superficial incluyen el cálculo del tránsito de hidrogramas. No obstante, siempre conviene saber realizar a mano, aunque sea para casos sencillos, las tareas que después encomendaremos a las máquinas.

[1] Expresión incorrecta en español: el verbo *transitar* es intransitivo

Considerando de nuevo el depósito de la figura 1, para un Δt considerado se cumple que:

Volumen de entrada – Volumen de salida = Δ *almacenamiento*

dividiendo por Δt:

$$Q \text{ entrada} - Q \text{ salida} = \Delta \text{ almacenamiento}/\Delta t \qquad (1)$$

Con las variables indicadas en la figura 3, la igualdad (1) podemos expresarla así:

$$I - O = \frac{S_i - S_{i-1}}{\Delta t} \qquad (2)$$

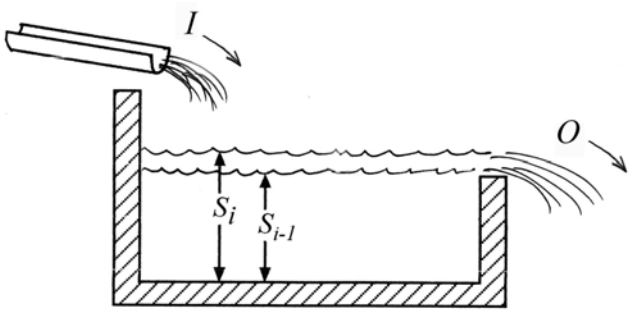


Fig.3.- Variación en el almacenamiento de un depósito entre dos tiempos consecutivos t_{i-1} y t_i

Siendo:

Δt = intervalo de tiempo entre los tiempos t_{i-1} y t_i

S_{i-1} = volumen almacenado en el comienzo del Δt (tiempo t_1)

S_i = volumen almacenado al final del Δt (tiempo t_2)

I = Caudal medio de entrada (durante el intervalo Δt)

O = Caudal medio de salida (durante el intervalo Δt)

Es posible que el caudal de entrada (I) o el de salida (O) no sean constantes a lo largo del Δt considerado (fig. 4); para ello, consideramos el caudal de entrada como la media de los valores al principio (I_1) y al final (I_2) Δt, es decir: $I = (I_1 + I_2)/2$. Y análogamente el caudal de salida. Así, la expresión (2) resultaría:

$$\frac{I_{i-1} + I_i}{2} - \frac{O_{i-1} + O_i}{2} = \frac{S_i - S_{i-1}}{\Delta t} \qquad (3)$$

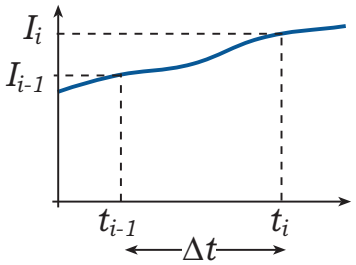


Fig.4.- Variación en el caudal entre dos tiempos consecutivos t_{i-1} y t_i

Tránsito en cauces: Método de Muskingum

El tránsito en un tramo de un cauce (figura 5) responde a la misma idea básica que hemos visto para un estanque o depósito. Posiblemente el método más utilizado en cálculos manuales por su sencillez sea el de Muskingum[2].

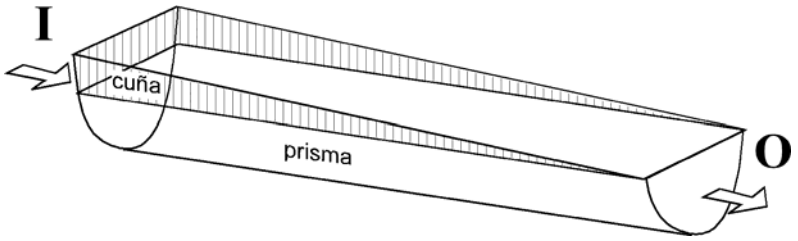


Fig.5.-Almacenamiento en un cauce según el método Muskingum

El almacenamiento (S) en un tramo del cauce puede descomponerse en dos partes: almacenamiento en *prisma,* que sería proporcional al caudal de salida (O) y almacenamiento en *cuña*, que sería función de la diferencia entre el caudal de entrada y el de salida (I-O), ya que cuanto mayor sea esa diferencia, más pronunciada será la cuña[3]:

$$S_{prisma} = K \cdot O \qquad (4a)$$

$$S_{cuña} = b \cdot (I - O) \qquad (4b)$$

[2] Muskingum no es el nombre de su autor, sino que el método fue desarrollado en los años 30 por el Servicio de Conservación del distrito de Muskingum (Ohio, USA) para prevención de avenidas.
Ver en: Shaw et al. (2001), p.362; Chow et al. (1994), p.264; Singh, V.P (1992), p.680; Wanielista (1997) p.323; Viessman (1995), p. 235

[3] Al principio la cuña es positiva ($I>O$, como se refleja en la figura 5), y se suma al almacenamiento en prisma. Cuando la punta del hidrograma ha pasado ($I<O$) la cuña es negativa, se resta al almacenamiento en prisma.

donde: S = almacenamiento en el tramo considerado de un cauce
I = caudal de entrada en ese tramo
O = caudal de salida de ese tramo
K = constante para ese tramo de cauce referente al almacenamiento en prisma
b = constante para ese tramo de cauce referente al almacenamiento en cuña

Sumando las dos expresiones anteriores, se obtiene:

$$S = S_{prisma} + S_{cuña}$$
$$= K\,O \quad + b\ (I–O) \quad = \quad bI + (K–b)\,O =$$
$$= K\left[\frac{b}{K} I + \frac{(K-b)}{K} O\right] = K\left[\frac{b}{K} I + \left(1 - \frac{b}{K}\right) \cdot O\right] \qquad (5)$$

Si denominamos X a la relación b/K entre las dos constantes consideradas en las ecuaciones 4a y 4b, la expresión (5) resulta:

$$S = K\,[X\,I + (1\text{-}X)\,O] \qquad (6)$$

donde: S, I, O, K = definidas arriba
X = constante adimensional para ese tramo de cauce que asigna mayor o menor importancia relativa al almacenamiento en cuña o en prisma)

Aplicamos (6) a dos tiempos consecutivos t_1 y t_2, separados por un intervalo Δt:

$$S_{i-1} = K\,[X\,I_{i-1} + (1\text{-}X)\,O_{i-1}] \qquad (6a)$$
$$S_i = K\,[X\,I_i + (1\text{-}X)\,O_i] \qquad (6b)$$

Sustituimos las expresiones (6a) y (6b) en la ecuación (3) :

$$\frac{I_{i-1} + I_i}{2} - \frac{O_{i-1} + O_i}{2} = \frac{K[XI_i + (1-X)O_i] - K[XI_{i-1} + (1-X)O_{i-1}]}{\Delta t}$$

y despejando O_2, resulta:

$$O_i = I_i \frac{-KX + 0{,}5\Delta t}{K - KX + 0{,}5\Delta t} + I_{i-1} \frac{KX + 0{,}5\Delta t}{K - KX + 0{,}5\Delta t} + O_{i-1} \frac{K - KX - 0{,}5\Delta t}{K - KX + 0{,}5\Delta t} \qquad (7)$$

Que para el cálculo del caudal de salida para el tiempo t_i , se esquematiza así:

$$\boldsymbol{O_i = C_0\, I_i + C_1\, I_{i-1} + C_2\, O_{i-1}} \qquad (8)$$

donde: I_{i-1} , O_{i-1} = Caudales de entrada y salida al final del Δtiempo anterior
I_i , O_i = Caudales de entrada y salida tras este Δtiempo

$$C_0 = (-KX + 0{,}5\,\Delta t) \ / (K - KX + 0{,}5\,\Delta t) \qquad (9a)$$
$$C_1 = (\,KX + 0{,}5\,\Delta t) \ / (K - KX + 0{,}5\,\Delta t) \qquad (9b)$$
$$C_2 = (K - KX - 0{,}5\,\Delta t) \,/ (K - KX + 0{,}5\,\Delta t) \qquad (9c)$$

K, X = constantes que dependen de cada tramo de cauce

Ejemplo: el caudal de salida para tiempo = 6 se calcula así:

tiempo (horas)	Q entrada (I)	Q salida (O)
5	23	19
6	31	O_i

$O_i = C_0 \cdot 31 + C_1 \cdot 23 + C_2 \cdot 19$

Puede comprobarse fácilmente (sumando 9a+9b+9c) que $C_0 + C_1 + C_2 = 1$. Esto es útil como comprobación de cálculos realizados manualmente.

K puede asimilarse al tiempo de recorrido de la onda cinemática de un extremo a otro del tramo estudiado. K e Δt deben estar en las mismas unidades (horas o días).

X es una constante que en teoría puede estar entre 0 y 0,5, pero normalmente vale 0,2 - 0,3. En primera aproximación suele tomarse 0,2. Junto con el valor de K, de ella va a depender la mayor o menor amortiguación del hidrograma a lo largo del tramo del cauce. Más adelante explicamos el cálculo de los parámetros *K* y *X*.

Si K= Δt y X = 0,5, el hidrograma de salida es idéntico al de entrada pero desplazado a la derecha un tiempo igual a K

El Δt elegido debe estar entre *K* y *2KX* (Wanielista, Singh) o entre *K* y *K/3* (Viessman)[4]. Dentro de estos márgenes, cuanto menor sea el Δt, mayor es la precisión del método.

Si conocemos estas dos constantes, *K* y *X*, podemos calcular los caudales de salida a partir de los caudales de entrada. Inversamente, si disponemos de los caudales de entrada y salida para el mismo hidrograma, podremos calcular las constantes *K* y *X* para ese tramo de cauce.

Cálculo de caudales de salida, conocidos *K* y *X*

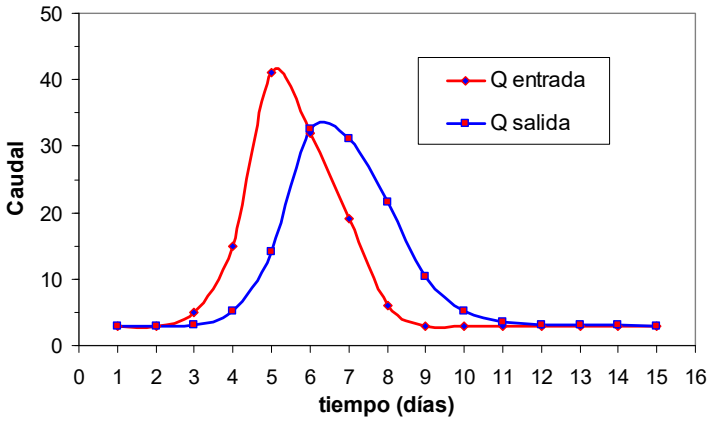
Disponemos de los caudales diarios de entrada en un tramo de un cauce, que aparecen en la primera columna de la tabla adjunta. Deseamos calcular los correspondientes caudales a la salida de ese tramo sabiendo que K=1,3 días y X=0,3

Calculamos C_0, C_1 y C_2 mediante las expresiones (9), utilizando para Δt las mismas unidades en que esté expresado *K* (en este ejemplo, Δt = 1 día):

$$C_0 = 0{,}0780 \quad ; \quad C_1 = 0{,}6312 \quad ; \quad C_2 = 0{,}2908$$

Aplicamos la fórmula (8) para cada uno de los caudales de entrada, obteniendo los caudales que aparecen a la derecha.

Representamos gráficamente el hidrograma de entrada y el de salida, apreciándose las dos características del tránsito: el **retardo** (desviado hacia la derecha) y la **atenuación** (el caudal máximo o punta del hidrograma ha disminuido):



Q Entrada (O)	Cálculo de Q de salida (I)
3	3,00
3	Co*3+C1*3+C2*3 = 3,00
5	Co*5+C1*3+C2*3 = 3,16
15	Co*15+C1*5+C2*3,16 = 5,24
41	Co*41+C1*15+C2*5,24 = 14,19
32	Co*32+C1*41+C2*14,19 = 32,50
19	Co*19+C1*32+C2*32,50 = 31,13
6	Co*6+C1*19+C2*31,13 = 21,51
3	Co*3+C1*6+C2*21,51 = 10,28
3	Co*3+C1*3+C2*10,28 = 5,12
3	Co*3+C1*3+C2*5,12= 3,62
3	Co*3+C1*3+C2*3,62 = 3,18
3	Co*3+C1*3+C2*3,18 = 3,05
3	Co*3+C1*3+C2*3,05 = 3,02
3	Co*3+C1*3+C2*3,02 = 3,00

Cálculo de *K* y *X*, conocidos los caudales de entrada y salida

Para calcular estos coeficientes para un tramo de cauce necesitamos conocer dos series de caudales de entrada y salida simultáneos de dicho tramo.

Según HEC (2000), si disponemos de los hidrogramas de entrada y salida, *K* puede asimilarse aproximadamente al tiempo observado entre los centroides de ambos hidrogramas, entre sus puntas o entre los puntos medios de las curvas de crecida de ambos hidrogramas.

[4] Inversamente, y de acuerdo con estos límites, si Δt =1 día, *K* puede valer de 1 a 5 días

Para el cálculo de estos parámetros, el proceso es el siguiente: La expresión (6) puede considerarse como la ecuación de una recta con pendiente *K*. Por tanto, si representamos gráficamente el almacenamiento *S* en función de [*XI+(1-X)O*] debería obtenerse una recta cuya pendiente sería *K* .

El procedimiento consiste en elaborar dicho gráfico para diversos valores de *X* (típicamente: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4) y con el que se obtenga lo más parecido a una recta se tomará como valor de *X.* Después, la pendiente de dicha recta nos proporcionará *K*.

Previamente, hemos debido calcular el almacenamiento S_i. Para ello, en la fórmula (3) despejamos S_i :

$$S_i = \Delta t\left(\frac{I_{i-1}+I_i}{2} - \frac{O_{i-1}+O_i}{2}\right) + S_{i-1} \qquad (10)$$

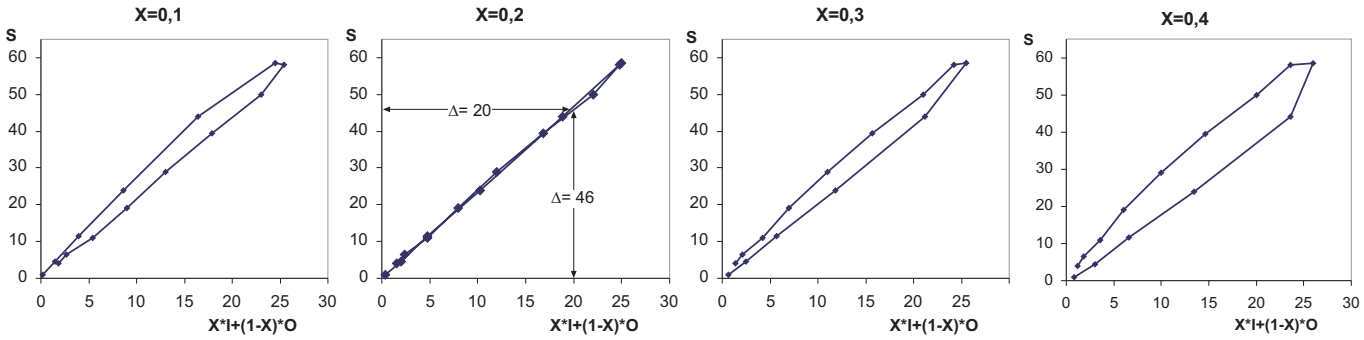
Con esta expresión calculamos S_i para cada incremento de tiempo a partir de los caudales de entrada y salida.

Ejemplo. Disponemos de los caudales de entrada y salida de un tramo de un cauce, datos que figuran en las tres primeras columnas de la tabla.

La columna $\boldsymbol{S_i}$ se calcula mediante la fórmula (10), y las cuatro últimas columnas mediante la expresión *K [X I + (1-X) O]* para los diversos valores de *X* que se indican en el cabecero de cada columna.

						X · I + (1-X) · O			
tiempo	**Entrada (I)**	**Salida(O)**	$(I_{i-1}+I_i)/2$	$(O_{i-1}+O_i)/2$	S_i	(X=0,1)	(X=0,2)	(X=0,3)	(X=0,4)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	0	1,0	0,0	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8
2	6	1	4,0	0,5	4,5	1,5	2,0	2,5	3,0
3	12	3	9,0	2,0	11,5	3,9	4,8	5,7	6,6
4	23	7	17,5	5,0	24,0	8,6	10,2	11,8	13,4
5	38	14	30,5	10,5	44,0	16,4	18,8	21,2	23,6
6	29	24	33,5	19,0	58,5	24,5	25,0	25,5	26,0
7	20	26	24,5	25,0	58,0	25,4	24,8	24,2	23,6
8	14	24	17,0	25,0	50,0	23,0	22,0	21,0	20,0
9	8	19	11,0	21,5	39,5	17,9	16,8	15,7	14,6
10	4	14	6,0	16,5	29,0	13,0	12,0	11,0	10,0
11	0	10	2,0	12,0	19,0	9,0	8,0	7,0	6,0
12	0	6	0,0	8,0	11,0	5,4	4,8	4,2	3,6
13	0	3	0,0	4,5	6,5	2,7	2,4	2,1	1,8
14	0	2	0,0	2,5	4,0	1,8	1,6	1,4	1,2

Representamos gráficamente la columna $\boldsymbol{S_i}$ en función de cada una de las cuatro últimas columnas:

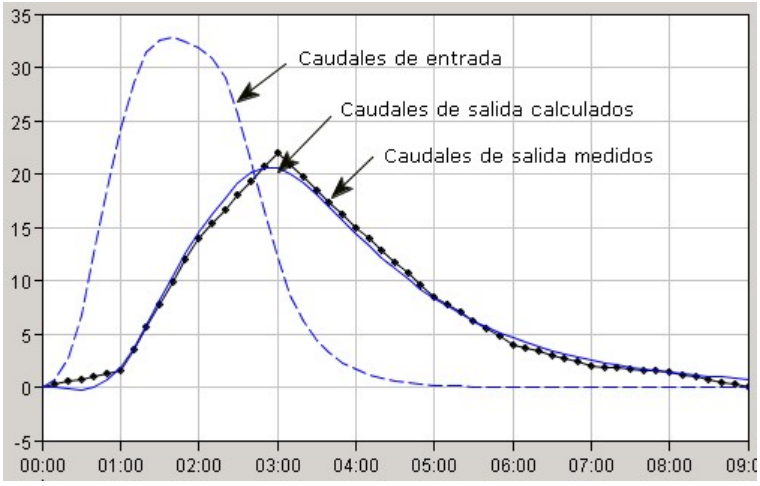


En este ejemplo, observamos que la que más se aproxima a una línea recta es la obtenida aplicando X= 0,2. Calculamos la pendiente de esa recta:

Pendiente = K = 46/20 = 1,3

Por tanto, para ese tramo los parámetros son: K = 1,3 ; X = 0,2

Las unidades de K son las mismas utilizadas para el tiempo (en la 1ª columna de la tabla anterior), horas o días.



Otra opción es evaluar los parámetros K y X mediante el modelo HMS por ensayo y error: ejecutamos el programa con distintos valores de K y X, hasta conseguir un hidrograma de salida similar a las medidas reales. Los distintos valores de K y de X se pueden cambiar manualmente, pero HMS puede hacer esto automáticamente mediante una optimización.

En HMS no es posible asignar caudales reales (medidos) a la entrada del cauce, por lo que el hidrograma de entrada (generado por HMS) también deberá estar previamente calibrado con datos reales.

Método de Muskingum- Cunge

Cunge combinó métodos hidráulicos con la simplicidad del método de Muskingum

Calcula las dos constantes utilizadas en el método de Muskingum, K y X, mediante parámetros hidráulicos del cauce.

$$K = \Delta x / c \qquad (11)$$

$$X = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{Q}{BS_0 c \Delta x}\right) \qquad (12)$$

Δx = longitud del tramo del cauce considerado

c = "celeridad" = velocidad media . m

m = aproximadamente 5/3 para cauces naturales amplios

S_0 = pendiente media del cauce (adimensional)

Q = caudal

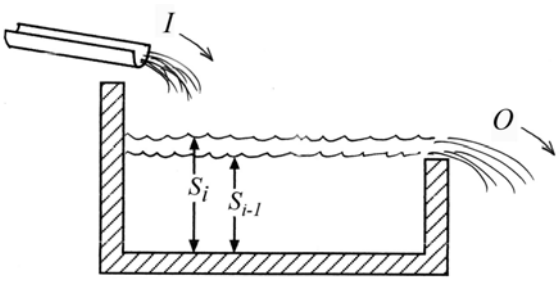
B = anchura del cauce

La correcta aplicación de este método requiere elegir correctamente el Δt y el Δx. Para ello se dividirá el tramo estudiado en subtramos, de modo que el caudal de salida de uno de ellos será el caudal de entrada del siguiente (US Army Corps of Engineers, 1994).

Cálculo del tránsito en un depósito o embalse

En el segundo apartado de este tema hemos utilizado la idea de un depósito para obtener la ecuación general del tránsito:

$$\frac{I_{i-1} + I_i}{2} - \frac{O_{i-1} + O_i}{2} = \frac{S_i - S_{i-1}}{\Delta t} \qquad (3)$$



Ahora vamos a calcular el tránsito de un hidrograma que atraviesa un depósito o un embalse

no regulado[5]. Nos planteamos un problema similar al que hemos resuelto para un cauce con el método de Muskingum; para cada Δt debemos calcular el caudal de salida a partir del caudal de entrada:

- **Datos**: caudales de entrada (I_{i-1}) y de salida (O_{i-1}), y volumen almacenado (S_{i-1}) **en el tiempo anterior t_{i-1}**
- **Incógnitas**: caudal de salida (O_i) y volumen almacenado (S_i) **en el tiempo t_i**

Proceso de cálculo

A partir de (3) se obtiene:

$$\left(I_{i-1}+I_i\right)-\left(O_{i-1}+O_i\right)=\frac{2S_i}{\Delta t}-\frac{2S_{i-1}}{\Delta t} \qquad (13)$$

Llevamos las incógnitas a la izquierda:

$$\left(\frac{2S_i}{\Delta t}+O_i\right)=\left(I_{i-1}+I_i\right)+\left(\frac{2S_{i-1}}{\Delta t}-O_{i-1}\right) \qquad (14)$$

En cada incremento de tiempo, los valores de la parte derecha de (14) son conocidos y calculamos el valor de ($2S_i/\Delta t + O_i$).

Finalmente, a partir de ($2S_i/\Delta t + O_i$) obtendremos el valor de O_i utilizando un gráfico, tabla o ecuación que **relacione *O* con el grupo (2*S*/Δ*t* + *O*)**. Por tanto, debemos elaborar previamente dicha relación, que se consigue a partir de estas otras dos:

- Variación del caudal de salida con la altura del embalse
- Variación del volumen almacenado con la altura del embalse

Para lo primero existen muchas ecuaciones si el caudal de salida rebosa por un vertedero en V, rectangular, etc. Para la segunda relación es muy simple si se trata de un depósito de paredes rectas (existirá una relación lineal entre altura y volumen almacenado), pero presentará una cierta complicación si es un valle natural (habrá que planimetrar las superficies encerradas por las sucesivas curvas de nivel, y de ellas calcular volúmenes).

Para aplicar (14) en cada incremento de tiempo necesitamos el valor del grupo $\left(\frac{2S}{\Delta t}-O\right)$ del incremento de tiempo anterior, que se calcula fácilmente así :

$$\left(\frac{2S_i}{\Delta t}-O_i\right)=\left(\frac{2S_i}{\Delta t}+O_i\right)-2O_i \qquad (15)$$

Esta expresión (15) es una obviedad, siempre se cumple que A–B =A+B–2B

Veremos cada paso con detalle en el ejemplo siguiente.

Ejemplo

Calcular el tránsito de un hidrograma a través de un gran estanque con salida por un vertedero rectangular de 5 metros de anchura. El estanque es de paredes verticales y tiene un área de 7500 m^2.

El hidrograma de entrada se expresa en la columna **C** (I, m^3/s) de la tabla de la página 9.

[5] "No regulado" quiere decir que el caudal de salida se produce de un modo natural, bien por rebosamiento (por encima de la barrera) o por un tubo de salida situado en la parte baja de la barrera.

Elaboración de la relación *O vs.* (2*S*/Δ*t*+*O*)

Para establecer una relación entre el caudal de salida (*O*) y $\left(\frac{2S}{\Delta t}+O\right)$ necesitamos:

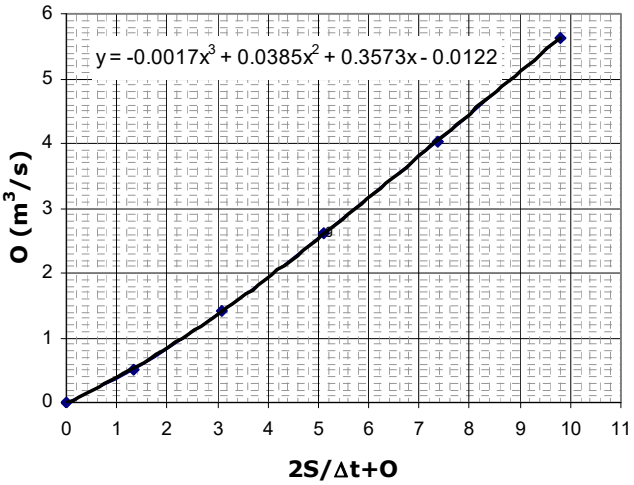
h (m)	O (m^3/s)	S (m^3)	(2S/Δt)+O
0	0	0	0,000
0,1	0,503	750	1,336
0,2	1,422	1500	3,089
0,3	2,613	2250	5,113
0,4	4,022	3000	7,356
0,5	5,621	3750	9,788

- La **variación del caudal de salida (*O*) en función de la altura (*h*)** , expresada en las columnas 1ª y 2ª de la tabla adjunta (la altura es la alcanzada por encima del borde del vertedero)
  Estos datos pueden proceder de medidas reales o de cálculos. En este ejemplo, el caudal se ha calculado mediante la ecuación:
  Q (m^3/s) = 3,18 · *anchura* · $h^{3/2}$ [3,18 sería una constante propia de ese vertedero concreto].
- La **variación del volumen almacenado (*S*) en función de la altura (*h*)** , columnas 1ª y 3ª de la tabla adjunta (altura y volumen por encima del borde del vertedero)
  Para establecer estos valores en una valle natural necesitamos considerar las áreas comprendidas por las curvas de nivel y la equidistancia de éstas. En este ejemplo, el cálculo del volumen almacenado es inmediato, al tratarse de un depósito de paredes rectas.

La cuarta columna se calcula con un Δt igual al de los datos del hidrograma cuyo tránsito debemos calcualr, en este ejemplo para un Δt de 30 minutos (1800 segundos)[6] . El cálculo es inmediato a partir de las columnas 2ª y 3ª. Por ejemplo, para h = 0,1:

(2*S*/Δ*t* + *O*) = 2· 750/1800+0,503 =1,336

Ahora buscamos la relación entre las columnas 2ª y 4ª obteniendo el siguiente gráfico[7]:



Para conseguir un valor de **O** a partir de un valor de **(2S/Δt)+O** :

- Con la Hoja de Cálculo obtenemos la ecuación que mejor se ajusta a esa relación (ver en el gráfico adjunto), y aplicamos esa ecuación.
- Se lee directamente en el gráfico; esta apreciación es correcta en el cálculo manual, pero no se puede introducir en un cálculo con Excel.
- A partir de la tabla (sin gráfico ni ecuación), interpolando entre dos líneas de la tabla (así lo hace Chow, p.257), suponiendo una recta entre dos puntos consecutivos.
  Por ejemplo, para obtener **O** a partir de un valor de **(2S/Δt)+O** =**1,88**, la interpolación entre la 2ª y 3ª líneas de la pequeña tabla de arriba sería:

$$y = y_1 + (x - x_1)\frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \quad ; \quad O = 0{,}503 + (1{,}88 - 1{,}336)\frac{(1{,}422 - 0{,}503)}{(3{,}089 - 1{,}336)} = 0{,}788$$

[6] Como el caudal *O* está en m^3/s, el otro sumando debe estar también en m^3/s, por lo que el volumen debe expresarse en m^3y el Δ*t* en segundos (30 minutos= 1800 segundos)..

[7] Esta relación sólo es válida para el Δ*t* elegido, que, como se ha indicado, corresponde a los datos disponibles de caudal para realizar posteriormente el cálculo.

Cálculo del tránsito

En este ejemplo, se considera que previamente al hidrograma de entrada, el caudal era 0 y por tanto el volumen almacenado sobre el nivel del vertedero era también 0 (primera línea de datos, i=0).

En la columna **C** se indica el hidrograma de entrada.

Aunque vamos a describir un cálculo manual, utilizaremos coordenadas de celdas (como en Excel) para referirnos a los sucesivos cálculos.

	A	B	C	D	E	F	G
1	i	tiempo (min)	**I** (m^3/s)	$\mathbf{I_{i-1}+ I_i}$	[Ec. 14] $(2S_i/\Delta t)+O_i$	**O** (m^3/s)	[Ec. 15] $(2S_i/\Delta t)-O_i$
2	0	0	0,00			0,00	0
3	1	30	0,20	0,20	0,20	0,06	0,08
4	2	60	1,60	1,80	1,88	0,78	0,32
5	3	90	6,35	7,95	8.27	4.61	-0.95
6	4	120	2,80	9,15	8.20	4.57	-0.94
7	5	150	0,80	3,60	2.66	1.18	0.30
8	6	180	0,15	0,95	1.25	0.49	0.27
9	7	210	0,00	0,15	0.42	0.14	0.14
10	8	240	0,00	0,00	0.14	0.04	0.06
11	9	270	0,00	0,00	0.06	0.01	0.04
12	10	300	0,00	0,00	0.04	0.00	0.04

Cálculo para i=1 (línea 3)

① **D3 = C3 + C2** : I_0+I_1= 0,00+0,20=0,20

② **E3 = D3 + G2** : Aplicamos (14) para i-1=0 y para i=1:

$$\left(\frac{2S_1}{\Delta t}+O_1\right)=(I_0+I_1)+\left(\frac{2S_0}{\Delta t}-O_0\right)=0{,}20+0{,}00=0{,}20$$

③ **F3** es función de **E3**: A partir del valor de $(2S_1/\Delta t+O_1)$ calculamos O_1, mediante la relación que hemos establecido previamente entre (O) y el grupo de variables ($2S/\Delta t + O$).

④ **G3 = E3 – 2*F3** : Este valor es necesario para ser utilizado en el Δt siguiente. Se calcula mediante la ecuación (15):

$$\left(\frac{2S_1}{\Delta t}-O_1\right)=\left(\frac{2S_1}{\Delta t}+O_1\right)-2O_1=0{,}20-2\cdot 0{,}06=0{,}08$$

Cálculo para i= 2 (línea 4)

① **D4 = C4 + C3**: I_1+I_2 = 0,20 + 1,60 = 1,80

② **E4 = D4 + G3** : De nuevo aplicamos (14) para i-1=1 y para i=2:

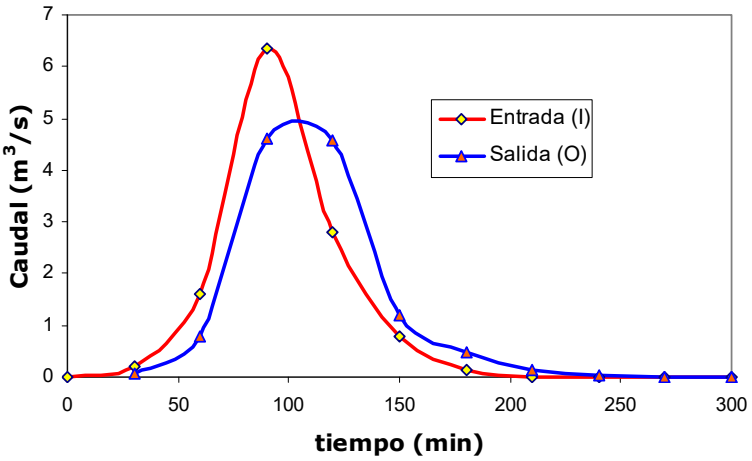
$$\left(\frac{2S_2}{\Delta t}+O_2\right)=(I_1+I_2)+\left(\frac{2S_1}{\Delta t}-O_1\right)=1{,}80+0{,}08=1{,}88$$

③ **F4** es función de **E4**: A partir del valor de $(2S_2/\Delta t+O_2)$ calculamos O_2 mediante la relación conocida.

④ **G4 = E4 – 2*F4** : Aplicamos la ecuación (15):

$$\left(\frac{2S_2}{\Delta t}-O_2\right)=\left(\frac{2S_2}{\Delta t}+O_2\right)-2O_2=0{,}20-2\cdot 0{,}06=0{,}08$$

En el gráfico representamos conjuntamente las columnas C y F (caudales de entrada y salida).



Bibliografía

Chow, V.T.; D.R. Maidment & L.W. Mays (1993).- *Hidrología Aplicada.* McGraw-Hill, 580 pp.

Shaw, E.M.; K.J. Beven; N.A. Cappell y R. Lamb (2011).- *Hydrology in Practice*. Chapman & Hall, 543 pp.

Singh, V.P (1992).- *Elementary Hydrology*. Prentice Hall, 973 pp.

Viessman, W. & G. L. Lewis (1995).- *Introduction to Hydrology*. Harper Collins, 4ª ed., 760 pp.

Wanielista, M. (1997).- *Hydrology and Water Quality Control* 2ª edición. Ed. Wiley

En Internet:

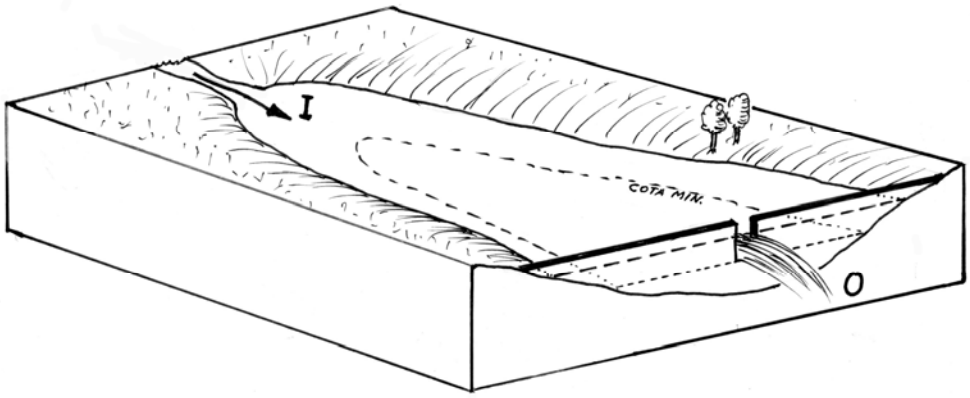
HEC (2000).- *Hydrologic Modeling System.Technical Reference Manual*. 138 pp. http://www.hec.usace.army.mil/software/hec-hms/documentation.aspx

Mockus, V. & W. Styner (1972).- *National Engineering Handbook Part 630*, Chapter 17, 100 pp. National Resources Conservation Service, ftp://ftp.wcc.nrcs.usda.gov/wntsc/H&H/NEHhydrology/ch17.pdf

US Army Corps of Engineers (1994).- *Flood Runoff Analisys*, Chapter 9, 24 pp. http://140.194.76.129/publications/eng-manuals/EM_1110-2-1417_sec/Sections/c-9.pdf

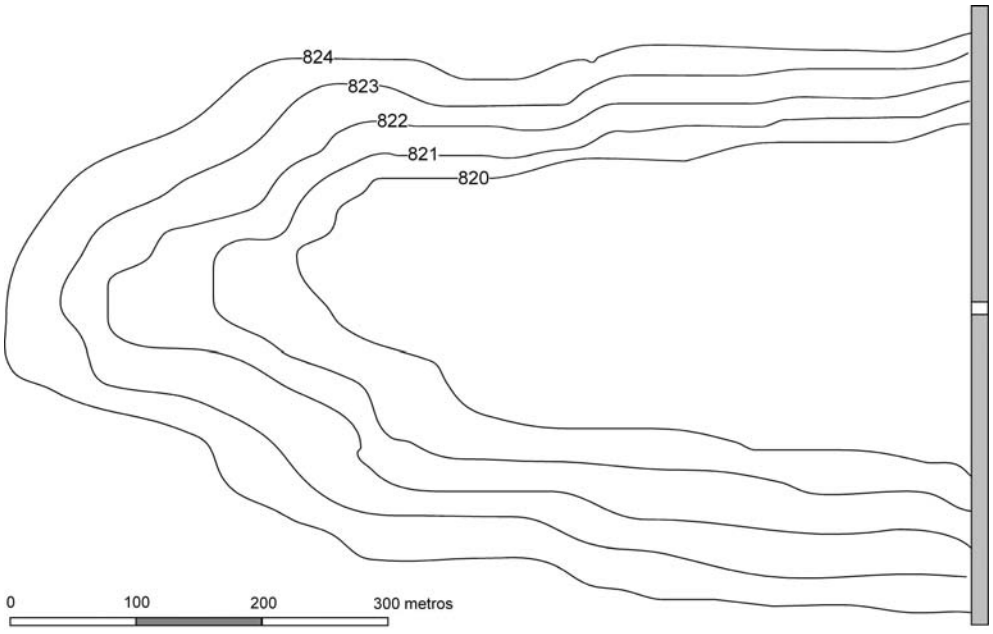
Tránsito de un hidrograma a través de un embalse pequeño con salida libre rectangular

Consideramos el embalse esquematizado en la figura; es un embalse no regulado y la salida se produce por un vertedero rectangular de 10 metros de ancho y situado a cota 820. La cota mínima del nivel de agua es la base del vertedero y el caudal será proporcional a la altura del agua sobre ese nivel.



El volumen almacenado en un momento dado será el comprendido entre la cota mínima y el nivel del agua en ese momento, sin tener en cuenta el volumen que pueda existir por debajo de la cota 820

Disponemos de la topografía detallada del embalse:



1. Relación "volumen almacenado *vs.* altura"

En la tabla siguiente calculamos los volúmenes almacenados hasta las distintas cotas:

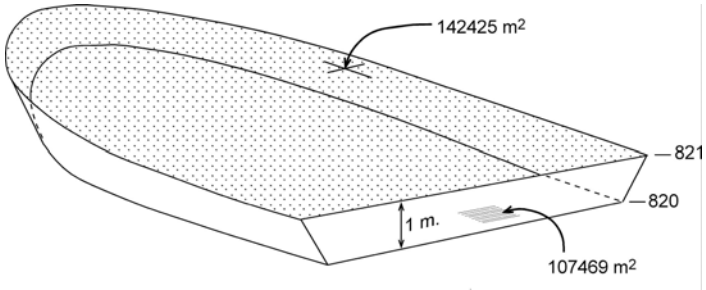
curva	Sup (m^2)	Volumen (m^3)		Altura sobre la salida (m)
820	107.469		0	0
821	142.425	1·(142.425+107.469)/2=	124.947	1
822	182.259	1·(182.259+142.425)/2+124.947=	287.289	2
823	228.078	1·(228.078+182.259)/2+287.289=	492.458	3
824	278.190	1·(278.190+228.078)/2+492.458=	745.592	4

La segunda columna se consigue planimetrando la superficie comprendida dentro de cada curva de nivel y convirtiéndola a m^2 de acuerdo con la escala del mapa.

En la tercera columna se calcula el volumen almacenado **hasta cada curva** de nivel.

Para calcular el volumen **entre dos curvas** el cálculo es el siguiente:

Volumen entre las cotas 820 y 821=
= (142.425+107.469)/2 · 1 = 124.947 m^3
[Como el volumen de un cilindro: base · altura. Aquí la base es la semisuma de las áreas comprendidas dentro de cada curva y la altura es la equidistancia entre curvas, en este ejemplo, 1 metro]



Ahora calculamos los volúmenes **hasta cada curva**:

- Volumen almacenado **hasta la cota 821** = Volumen entre las cotas 820 y 821= (142.425+107.469)/2 · 1 = 124.947 m^3
- Volumen **hasta la cota 822 =** vol. hasta 821 + vol. entre las cotas 821 y 822 =
  = 124.947 + (182.259+142.425)/2 · 1 = 287.289 m^3

2. Relación "Caudal de salida *vs.* altura"

La relación entre la altura (sobre el nivel de salida) y el caudal puede haberse obtenido con medidas reales o proceder de una estimación. En este ejemplo, hemos utilizado la siguiente ecuación:

$$Q = 1{,}84\ (b - 0{,}2\ H) \cdot H^{3/2}$$

donde: Q = caudal (m^3/s)
b = anchura de la abertura rectangular (metros)
H = altura del agua sobre la base de la abertura rectangular (metros)

Aplicando esta expresión para alturas sucesivas, obtenemos la tabla adjunta:

cota	*H*	*O* (m3/s)
820	0	0.00
821	1	18,0
822	2	50,0
823	3	89,9
824	4	135,4

3. Relación "Caudal de salida *vs.* $(2S_i/\Delta t)+O_i$"

Si ponemos en común las dos tablas anteriores, resultan las cuatro primeras columnas de esta tabla:

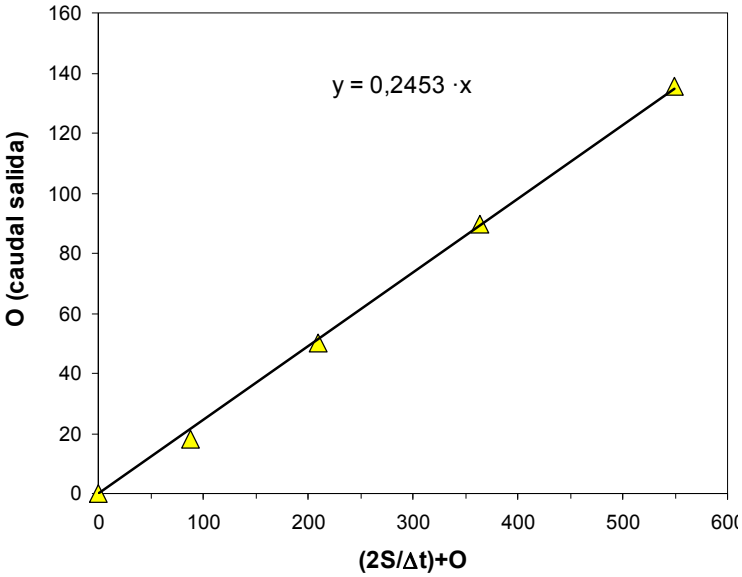
cota	*H*	*O* (m^3/s)	Volumen (m^3)	$(2S/\Delta t)+O$
820	0	0,0	0	0,000
821	1	18,0	124.947	87,45
822	2	50,0	287.289	209,57
823	3	89,9	492.458	363,46
824	4	135,4	745.592	549,64

La última columna se calcula a partir de las dos anteriores, utilizando como **Δt** el mismo de los caudales cuyo tránsito queremos calcular. En este ejemplo, disponemos de caudales cada hora, así que tomaremos Δt = 1 hora = 3600 segundos.

Por ejemplo, para la segunda fila:, el calculo será así:

$(2S/\Delta t)+O$ = (2 · 124947 / 3600) + 18 = 87,4

Con esta tabla establecemos la relación fundamental entre el caudal de salida y $(2S/\Delta t)+O$. En la siguiente fase de trabajo, a partir de un valor de $\mathbf{(2S/\Delta t)+O}$ debemos obtener el correspondiente valor de $\boldsymbol{O}$. Puede hacerse leyendo un gráfico, utilizando la ecuación que refleje la citada



relación, o interpolando entre dos puntos. En este ejemplo, la relación ha resultado casi lineal (no es lo habitual) y la sencilla ecuación de la recta nos permitirá aplicar esta relación.

4. Tránsito del caudal

Se desea calcular el tránsito del caudal de entrada que figura en la tercera columna de la tabla:

i	tiempo (horas)	I (m3/s)	$I_{i-1}+I_i$	Ec. (14) $2S_i/\Delta t+O_i$	O(m3/s)	Ec. (15) $2S_i/\Delta t-O_i$
0	0	**0,00**		0	0	0,00
1	1	**70,00**	70,00	70,00	**17,17**	35,66
2	2	**185,00**	255,00	290,66	**71,30**	148,06
3	3	**90,00**	275,00	423,06	**103,78**	215,51
4	4	**45,00**	135,00	350,51	**85,98**	178,55
5	5	**20,00**	65,00	243,55	**59,74**	124,06
6	6	**0,00**	20,00	144,06	**35,34**	73,39
7	7	**0,00**	0,00	73,39	**18,00**	37,38
8	8	**0,00**	0,00	37,38	**9,17**	19,04
9	9	**0,00**	0,00	19,04	**4,67**	9,70
10	10	**0,00**	0,00	9,70	**2,38**	4,94
11	11	**0,00**	0,00	4,94	**1,21**	2,52
12	12	**0,00**	0,00	2,52	**0,62**	1,28

En el momento inicial, no existe caudal de entrada (I) y el nivel del agua dentro del embalse alcanzaba la base del vertedero, por lo que no había caudal de salida O.

El cálculo es igual al ejemplo mostrado en el tema "Tránsito de hidrogramas", y los números de ecuaciones que se indican se refieren a ese tema:

Columna 4ª: se calcula simplemente sumando el caudal de entrada de ese tiempo con el caudal de entrada del tiempo anterior. Por ejemplo, para $i = 2$: $70 + 185 = 255$

Columna 5ª: Se calcula con la ecuación (14):

$$\left(\frac{2S_i}{\Delta t}+O_i\right)=\left(I_{i-1}+I_i\right)+\left(\frac{2S_{i-1}}{\Delta t}-O_{i-1}\right)$$

Por ejemplo para $i = 2$: $290{,}66 = 255{,}00 + 35{,}66$

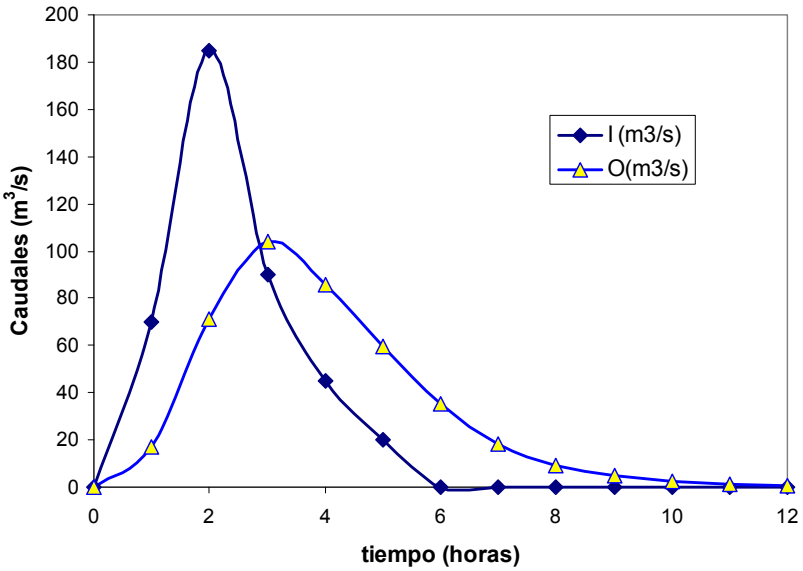
Columna 6ª: El caudal de salida lo obtenemos de la relación que hemos encontrado en el punto 3, y que en este ejemplo se concretaba en la ecuación: $O = [(2S/\Delta t)+O] \cdot 0{,}2543$
(Si la relación no corresponde a ninguna ecuación, se lee el gráfico que refleja dicha relación).

Columna 7ª: Se obtiene mediante la ecuación (15):

$$\left(\frac{2S_i}{\Delta t}-O_i\right)=\left(\frac{2S_i}{\Delta t}+O_i\right)-2O_i$$

Por ejemplo para $i = 2$:
$148{,}06 = 290{,}66 - 2 \cdot 71{,}30$

En la figura se representan los caudales de entrada y salida:



Conceptos Fundamentales de Hidrogeología

Clasificación de las formaciones geológicas según su comportamiento hidrogeológico

Acuífero [*aquifer*][1] (del latín *fero*, llevar).- Formación geológica que contiene agua en cantidad apreciable y que permite que circule a través de ella con facilidad.

Ejemplos: Arenas, gravas. También granito u otra roca compacta con una fracturación importante.

Acuicludo [*aquiclude*] (del latín *cludo*, encerrar).- Formación geológica que contiene agua en cantidad apreciable y que no permite que el agua circule a través de ella .

Ejemplo: Limos, arcillas. Un m^3 de arcillas contiene mas agua que el mismo volumen de arenas, pero el agua esta atrapada, no puede salir por gravedad, y por tanto no podrá circular en el subsuelo ni en condiciones naturales ni hacia un pozo que esté bombeando.

Acuitardo [*aquitard*] (del latín *tardo*, retardar, impedir).- Formación geológica que contiene agua en cantidad apreciable pero que el agua circula a través de ella con dificultad.

Evidentemente se trata de un concepto intermedio entre los dos anteriores.

Ejemplos: Arenas arcillosas, areniscas, rocas compactas con alteración y/o fracturación moderadas.

Acuífugo [*aquifuge*] (del latín *fugo*, rechazar, ahuyentar).- Formación geológica que no contiene agua porque no permite que circule a través de ella.

Ejemplo: granito o esquisto inalterados y no fracturados.

De estas cuatro denominaciones, es la menos utilizada.

No se trata de definiciones en sentido estricto, ya que no tienen unos límites precisos que permitan delimitar si una formación concreta se incluye o no en la definición, pero son términos utilizados constantemente en la bibliografía hidrogeológica (el primero de ellos usado en el lenguaje común)

En una región sin mejores recursos, una formación de la que una captación pudiera extraer 0,5 litros/seg. se denominaría "acuífero", y su explotación sería interesante. En cambio, en una zona con buenos acuíferos, esa formación se denominaría "mal acuífero" o "acuífero pobre" o "acuitardo", y probablemente una perforación con ese caudal se cerraría.

Unidad hidrogeológica (en inglés, a veces "sistema hidrogeológico") es un conjunto de formaciones geológicas cuyo funcionamiento hidrogeológico conviene considerar conjuntamente. Dentro de la unidad podrá haber uno o varios acuíferos y quizá acuitardos o acuicludos entre ellos. Se consideran una unidad porque están conectados de modo que su funcionamiento (entradas, salidas, balance) hay que estudiarlo de un modo conjunto.

Esta agrupación de formaciones es relativamente subjetiva, depende de la escala y de los objetivos del trabajo. Una unidad puede subdividirse en unidades menores.

[1] A lo largo de todo el tema se indica el nombre en inglés entre corchetes [ ]

Porosidad total y eficaz

Porosidad total [*porosity*] **(m_t)**:

$$m_t = \text{Volumen de huecos / volumen total}$$

Puede expresarse en % o en tanto por 1 (en cualquier caso es adimensional). Es decir que 28% es equivalente a 0,28, pero dejando claro cómo se está expresando, porque también puede existir una porosidad extremadamente baja del 0,28%

Porosidad eficaz [*specific yield*] **(m_e)**:

$$m_e = \text{Volumen de agua drenada por gravedad / volumen total}$$

El numerador de esta expresión representa el volumen de los poros que se ha **vaciado.** Se expresa igual que la porosidad total (% o en tanto por 1).

Retención específica: Diferencia entre los dos parámetros anteriores.

Ejemplo (figura 1):

Disponemos de 1 m^3 de arena seca, le introducimos agua hasta que esté completamente saturado (todos los poros llenos de agua). Supongamos que para ello hemos necesitado 280 litros. Después dejamos que el agua contenida escurra libremente; supongamos que recogiéramos 160 litros. Evidentemente los 120 litros que faltan se han quedado mojando los granos.

Con estos datos podemos calcular:

$1\ m^3 = 1000\ dm^3 \approx 1000$ litros

$m_t = 280 / 1000 = 0{,}28 \approx 28\%$

$m_e = 160 / 1000 = 0{,}16 \approx 16\%$

Retención específica = 0,28 - 0,16 = 0,12 ≈ 12%

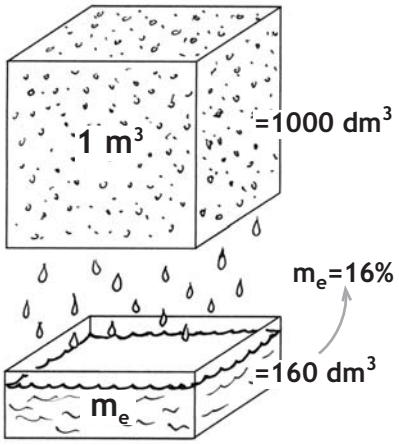


Fig.1.- Ejemplo de porosidad eficaz por drenaje. Este volumen es el

Porosidad eficaz para el flujo [*effective porosity*]

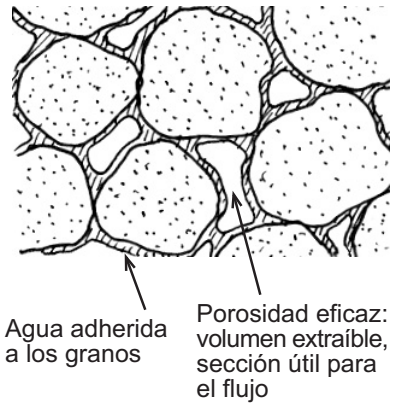


Fig.2.- El agua adherida a los granos no puede ser extraída y tampoco forma parte de la sección disponible para el flujo

También se define la porosidad eficaz como el volumen de huecos disponible para el flujo respecto del volumen total. Aproximadamente son cantidades equivalentes: el agua que queda adherida a los granos y que no puede extraerse tampoco permite el flujo: En la figura 2 representamos en rayado el agua adherida a los granos; los huecos que quedan (en blanco en el dibujo) representan tanto el agua extraíble como la sección utilizable por el flujo del agua subterránea.

La diferencia entre ambas porosidades eficaces serían "las calles sin salida", grupos de poros que disponen de posible salida del agua que contienen, pero no por ambos lados para permitir el flujo a través de ellos.

En inglés (americano) los dos conceptos de porosidad eficaz que hemos visto reciben denominaciones distintas:[2]:

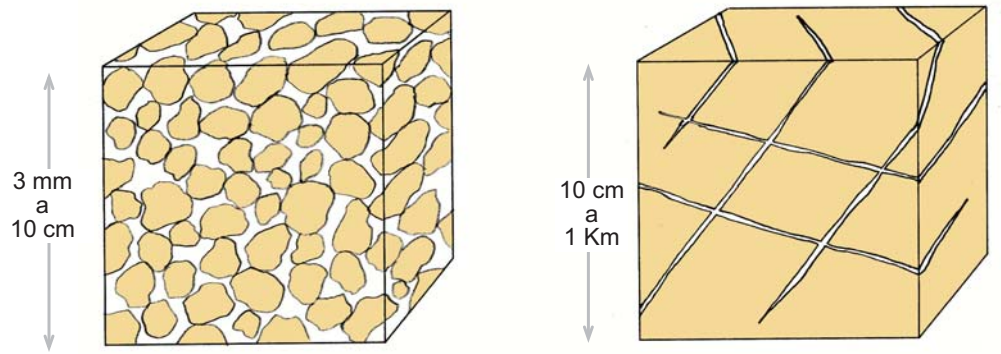
- *Specific yield* nos informa del volumen de **agua que podemos obtener** vaciando un medio poroso saturado . En español podría denominarse *porosidad eficaz de drenaje*.
- *Effective porosity* se refiere a la porosidad que **permite la circulación del agua**. En español podría ser *porosidad eficaz de flujo*.

En español normalmente en el uso cotidiano para ambos conceptos se dice "porosidad eficaz".

Por todo ello, si disponemos de un valor numérico, generalmente lo asignaremos a ambos conceptos. No obstante, en ocasiones se distinguen: por ejemplo en el modelo de flujo MODFLOW, se solicitan separadamente valores de *specific yield* y de *effective porosity*.

Porosidad intergranular y por fisuración

Al hablar de porosidad, intuitivamente se piensa en los poros de un material detrítico, como unas arenas. Pero las rocas compactas también pueden contener cierta proporción de agua en su interior en sus **fisuras**. Normalmente, estas fisuras son fracturas producidas por esfuerzos tectónicos, pero pueden deberse a otras causas: enfriamiento (rocas volcánicas), planos de descompresión o discontinuidades sedimentarias, etc. Tras su formación, estas fisuras pueden ser ocluidas por los minerales arcillosos resultantes de la alteración, o por el contrario la disolución hace aumentar la abertura, a veces hasta formar amplios conductos (especialmente en calizas).



Porosidad intergranular — Porosidad por fisuración

Las escalas señaladas en el dibujo son meramente indicativas, para mostrar que la porosidad por fisuración se presenta a escalas muy diversas.

También se habla de **porosidad *primaria* y *secundaria***. Se denomina *porosidad primaria* a la que resulta al originarse la formación geológica; *porosidad secundaria* será cualquier abertura que se produzca posteriormente.

Los poros de unas arenas son porosidad primaria. Las fracturas que se producen en una roca compacta debido a esfuerzos tectónicos son porosidad secundaria. En ocasiones se presentan los dos tipos en la misma formación geológica (*porosidad dual*): una arenisca presenta porosidad primaria entre los granos y porosidad secundaria a través de las fracturas u otros planos de discontinuidad de la roca.

[2] La traducción literal de estos conceptos es "rendimiento específico" y "porosidad efectiva", pero ambos son confusos para el uso cotidiano: el primero se confunde con "retención específica" (su opuesto) y el segundo es similar al genérico "porosidad eficaz".

Factores

Tanto la porosidad total como la eficaz dependen de:

- La heterometría: los finos ocupan los poros que dejan los gruesos y la porosidad disminuye.
- La forma y disposición de los granos.
- La compactación, cementación y recristalización, que van a ir disminuyendo la porosidad

En el caso de la porosidad intergranular, **la porosidad total no depende del tamaño de grano** (piénsese que el porcentaje de huecos en el dibujo anterior sería el mismo si lo reprodujéramos ampliado o reducido). En cambio **la porosidad eficaz sí** se ve muy afectada por el tamaño de grano: si es más fino, la retención específica aumenta. En la figura 4 [3] se muestra la variación de la porosidad total y eficaz en función de la granulometría para materiales no consolidados. La porosidad total es máxima para las arcillas, pero la eficaz es casi nula. La "porosidad eficaz" aquí se refiere a *specific yield* (porosidad eficaz para drenaje).

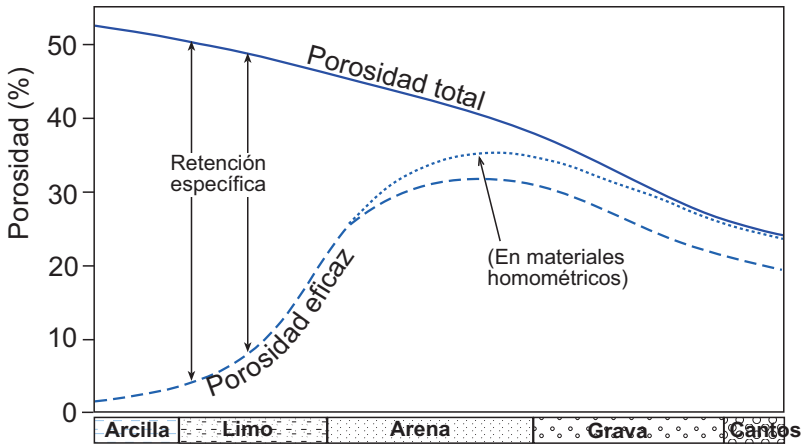


Fig. 4.- Variación de la porosidad con la granulometría en materiales detríticos no consolidados

En las numerosas reproducciones de este gráfico, en el eje horizontal a veces figura el diámetro 10%[4] y otras veces el diámetro medio). Como en ningún caso se indica el grado de heterometría de los materiales, podemos suponer que este famoso gráfico nos aporta solamente una información cualitativa, no cuantitativa.

También puede estimarse la porosidad **eficaz** en el **triángulo arenas-limos-arcillas** de la figura 5 (Johnson, 1967, p. D8).

En ambos gráficos, la "porosidad eficaz" se refiere a *specific yield* (porosidad eficaz para drenaje).

La porosidad también puede estimarse mediante la expresión[5]:

$$m = 0{,}255 \cdot (1 + 0{,}83^{u})$$

$$u = d_{60} / d_{10}$$

d_{60}, d_{10} = tamaños de grano por debajo de los cuales se encuentran el 60% y el 10% del peso del material.

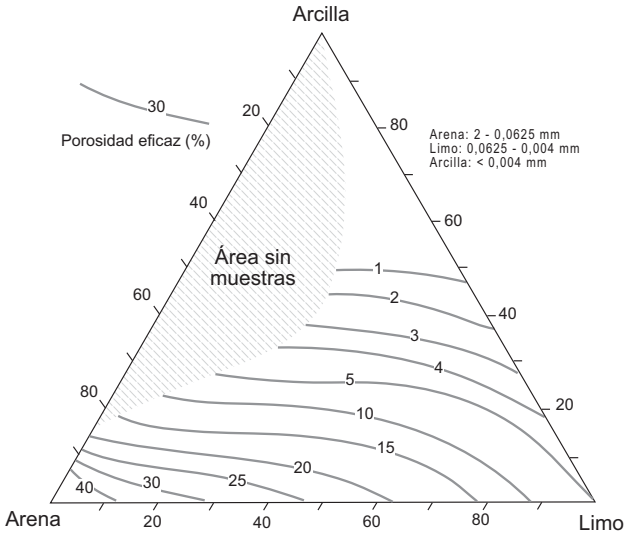


Fig. 5.- Relación granulometría-porosidad eficaz

[3] Este gráfico está reproducido con variaciones en manuales y publicaciones, la mayoría de las veces sin citar su origen. Es difícil concretar su primer autor, posiblemente Conkling (1934, p. 68) o Eckis (1934, p.90). Nuestra figura 4 es una modificación del presentado por Stephens et al. (1998)

[4] Tamaño tal que el 10% del material es más fino y el 90% es más grueso.

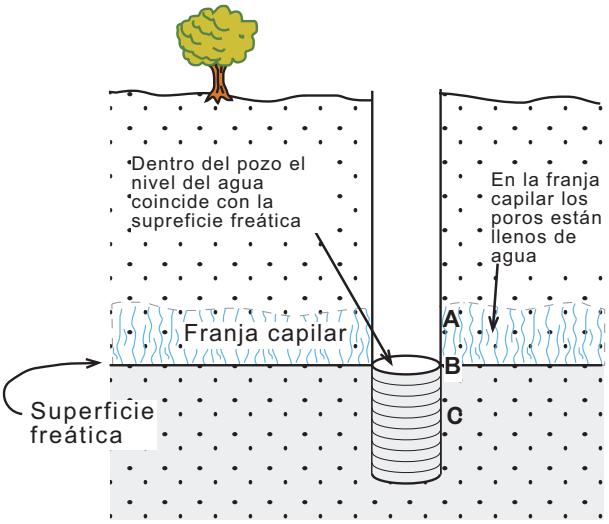
[5] Según Vukovic y Soro (1992), citado en Odong (2008). Debe referirse a la *porosidad total*, aunque no se especifica.

La **porosidad por fracturación** está determinada por la historia tectónica de la zona y por la litología; es decir: cómo cada tipo de roca ha respondido a los esfuerzos. Como se indicaba más arriba, en este tipo de porosidad es determinante la posible disolución de la fractura o, por el contrario, la colmatación por minerales arcillosos o precipitación de otros minerales.

Superficie freática. Acuíferos colgados

Los poros o fisuras del terreno están llenos de agua ("saturados") hasta un determinado nivel que se denomina **superficie freática** [*water table*], siempre que exista infiltración procedente de las precipitaciones. Cuando esta superficie es cortada por un pozo, en éste el nivel del agua coincidirá con la superficie freática: se habla del **nivel freático** en ese punto.

El concepto de superficie freática no es tan simple: sobre ella existe una franja de terreno saturada (poros llenos de agua), ya que el agua ha ascendido por **capilaridad**. El espesor de esta **franja capilar** puede ser inapreciable en gravas hasta alcanzar varios metros en arcillas.



La *superficie freática* es la superficie formada por los puntos con una presión igual a la presión atmosférica.

En **B**, la presión del agua es igual a la presión atmosférica; por encima (punto **A**) la presión es inferior a la atmosférica: por eso el agua asciende succionada contra la gravedad; y por debajo (**C**) es superior, ya que soporta la presión de la columna de agua **BC**.

En general, se denomina **zona saturada** a la parte del subsuelo que se encuentra por debajo de la superficie freática, y en la que todos los poros o fisuras están llenos de agua. Por encima de la superficie freática hablamos de **zona no saturada**, aunque en ella pueden existir poros húmedos o incluso saturados (además de la franja capilar ya explicada, por ejemplo, masas de agua que están descendiendo por gravedad procedentes de precipitaciones recientes).

La superficie freática en una región es continua y suele presentar una forma similar a la topografía, pero suavizada (figura 7.a). Esto necesita una cierta infiltración procedente de las precipitaciones y que no exista sobreexplotación (extracción por bombeos excesiva).

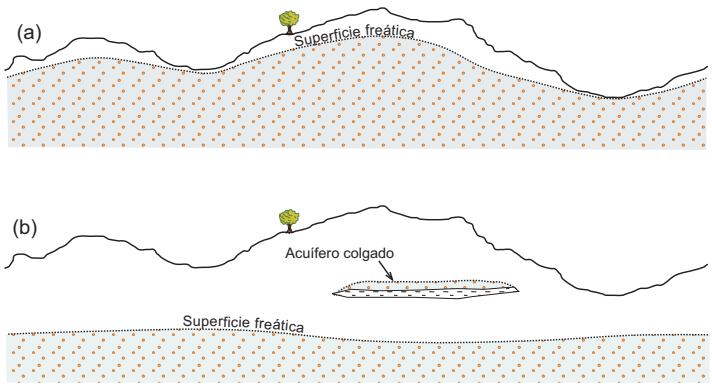


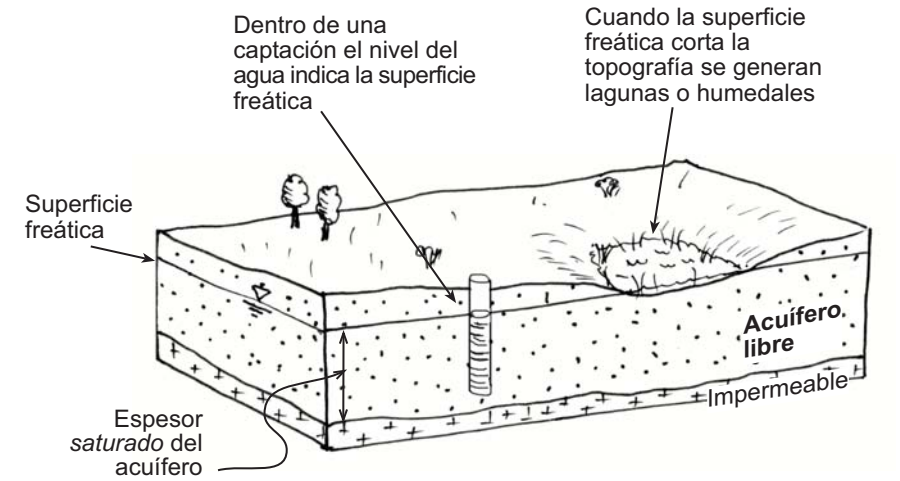
Fig. 7.- (a) Superficie freática paralela a la topografía. (b) Superficie freática profunda y acuífero colgado

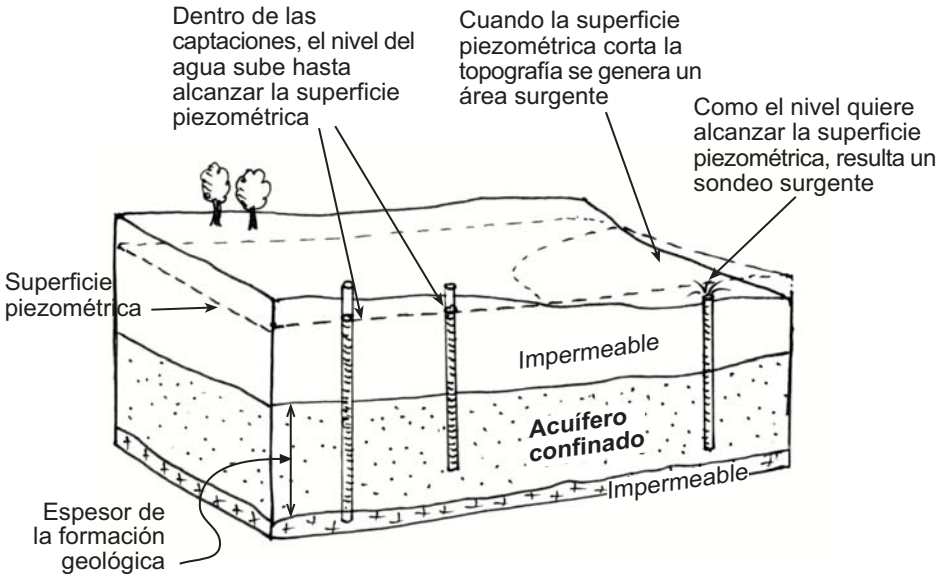
A veces, cuando la superficie freática regional se encuentra a cierta profundidad y existe un nivel impermeable que lo sustente, se producen **acuíferos colgados [***perched aquifers***]**, normalmente de dimensiones reducidas y sin gran importancia dentro de los recursos hídricos de la región (figura 7.b).

Tipos de acuíferos: libres, confinados y semiconfinados

Se denominan **acuíferos libres** [*unconfined aquifers*] aquellos que su límite superior (la superficie freática) está a presión atmosférica. Si extraemos agua, descenderá la superficie freática igual que desciende el nivel cuando extraemos agua de una piscina.

En cambio, en los **acuíferos confinados** [*confined aquifers*] su límite superior se encuentra a presión superior a la atmosférica: es una capa impermeable; si extraemos agua de él, ningún poro se vacía, la extracción procede de la descompresión del agua y en menor medida de la compresión de la matriz sólida. Si esa compresión del acuífero es notoria y no es reversible, llegarán a producirse asentamientos y **subsidencia** del terreno.





Si se perfora un sondeo y la perforación alcanza la superficie freática de un acuífero libre, el nivel del agua en la perforación permanece en el mismo nivel en que se cortó. Es tan simple como cuando en la playa abrimos un hoyo con las manos, y en el fondo aparece agua, ya que la arena de la playa está saturada hasta la altura del nivel del mar.

En cambio, cuando una perforación alcanza el techo de un acuífero confinado, el nivel del agua dentro de la perforación puede subir varios metros.

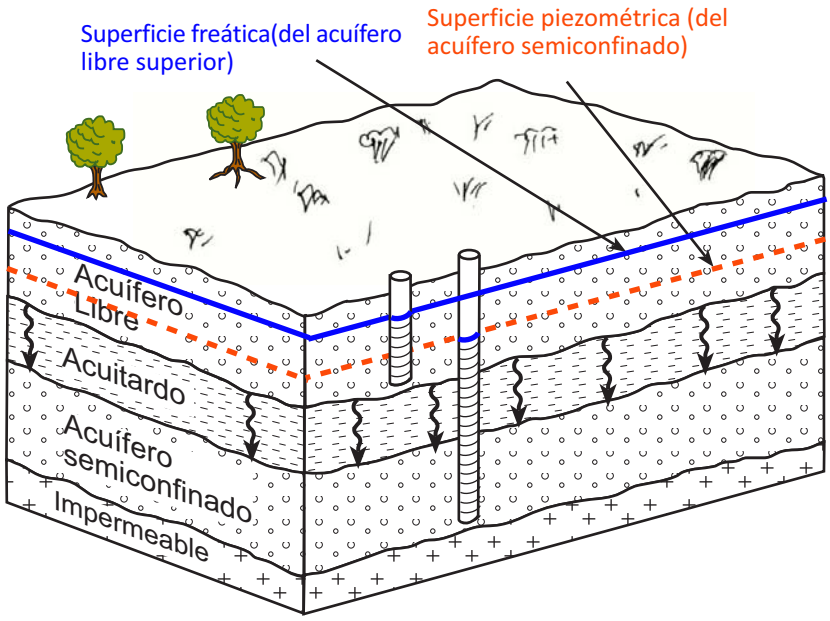
Mientras que en los acuíferos confinados el espesor es fijo (es el espesor de la formación geológica que constituye el acuífero), en los acuíferos libres se habla de **espesor saturado**, (hasta la superficie freática), que puede variar si sube o baja la superficie freática..

La superficie virtual formada por los puntos que alcanzaría el agua si se hicieran infinitas perforaciones en el acuífero, se denomina **superficie piezométrica** [*piezometric surface*], y en un punto concreto, en un pozo, se habla de **nivel piezométrico** (en griego: piezo = presión)

Cuando la superficie piezométrica está por encima de la superficie topográfica, se producen los **sondeos surgentes** [*flowing well*].

La denominación "pozo o sondeo **artesiano"** [*artesian well*] es equívoca. Para algunos autores *artesiano* es sinónimo de *confinado* y para otros de *surgente*, por lo cual es mejor evitarla[6]

La surgencia no es un indicador de la productividad de la captación: un sondeo surgente al ser bombeado puede proporcionar un caudal mínimo que lo haga inexplotable. La surgencia refleja la altura de la presión del agua (veremos después que no es exactamente la presión, sino el "potencial hidráulico"), mientras que el caudal que puede proporcionar el sondeo depende de la Transmisividad y del Coeficiente de Almacenamiento (que veremos en el siguiente apartado).



Más frecuentes que los acuíferos confinados perfectos son los **acuíferos semiconfinados** [*leaky aquifer*]. Son acuíferos a presión (por tanto entrarían en la definición anterior de acuíferos confinados), pero que alguna de las capas confinantes son semipermeables, acuitardos, y a través de ellas le llegan filtraciones o rezumes (en inglés: *leak* = rezume)

Vemos en la figura adjunta un **acuífero libre** y un **semiconfinado** separados por un **acuitardo**. Se aprecia que el nivel del agua en el libre es mas alto que en el sondeo que corta el acuífero profundo (la entubación de este sondeo solo estaría ranurada en el acuífero inferior). Por tanto, aunque la permeabilidad del acuitardo sea muy baja, se producirá un flujo de agua a través del mismo hacia abajo.

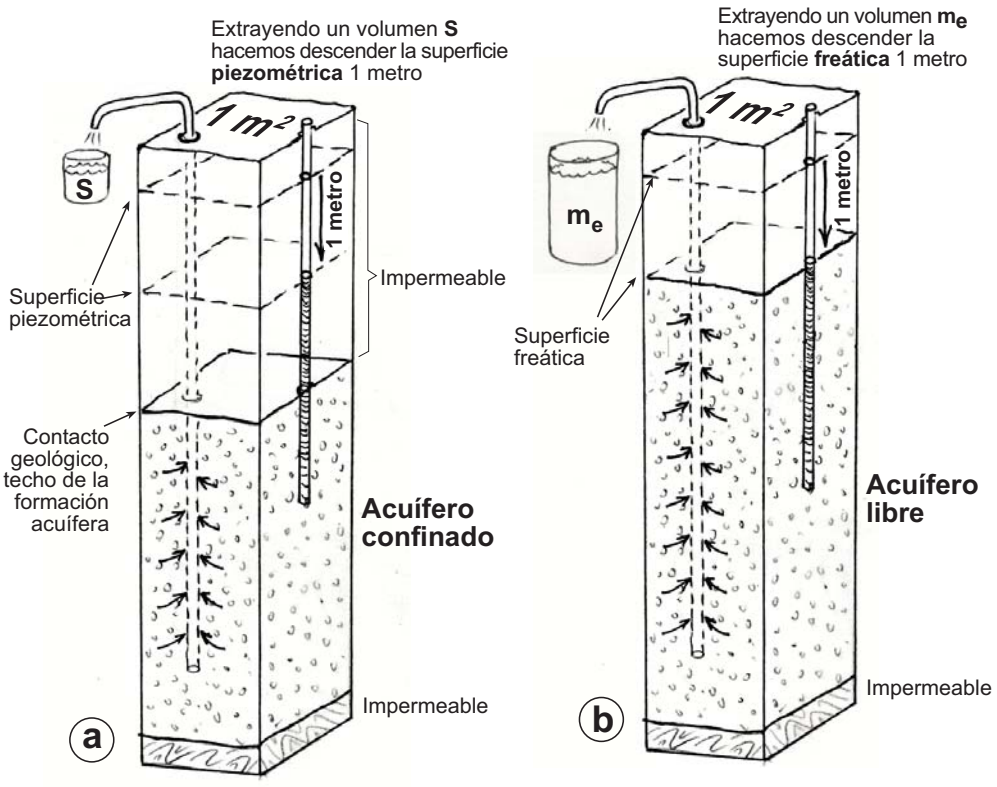
Si el sistema se mantuviera estable, sin alteraciones desde el exterior durante el tiempo suficiente, el flujo a través del acuitardo equilibraría los niveles, la superficie freática y piezométrica se superpondrían y cesaría el flujo (no habría gradiente hidráulico que obligara al agua a circular). Pero una situación como la del dibujo puede mantenerse indefinidamente debido a la explotación del acuífero inferior o a la llegada de agua al superior por infiltración de las precipitaciones.

No siempre la alimentación debe llegarle desde arriba: si bajo el semiconfinado hubiera otro acuitardo, y más abajo un acuífero con una presión mayor, se produciría una filtración vertical ascendente.

[6] "Artesianos" tiene su origen en la región de Artois, Francia, donde el siglo XII los monjes del monasterio de Lillers realizaron perforaciones surgentes (Needham,J., 1970, p. 34); parece que mucho antes existían perforaciones surgentes en China y Damasco.

Coeficiente de almacenamiento

Hemos visto que el volumen de agua que proporciona un acuífero libre se puede calcular mediante la porosidad eficaz. Pero este parámetro no nos sirve en el caso de los acuíferos confinados: cuando proporcionan agua, ya que todos sus poros continúan saturados, sólo disminuye la presión, de modo que el dato de la porosidad eficaz no indica nada. Necesitamos un parámetro que indique el agua liberada al disminuir la presión en el acuífero: el **Coeficiente de almacenamiento** (*S*) [*Storativity*] que se define así:



$$S = \frac{\textit{Volumen de agua liberado}}{\textit{Volumen total que ha bajado la superficie piezométrica}}$$

En la figura (a) vemos una columna de 1 m² de base de una **acuífero confinado**, en la que la **superficie piezométrica** ha bajado 1 m. El pequeño volumen de agua obtenido es **S.**

Esta definición refleja también el concepto de *porosidad eficaz*: en la figura (b) una columna de 1 m² de base de un **acuífero libre** en la que la **superficie freática** ha bajado un metro; el volumen de agua obtenido es la **porosidad eficaz** (*specific yield*). Pero son dos conceptos distintos:

En el **libre**, sólo aporta agua (por vaciado) el m³ superior, entre las dos posiciones sucesivas de la superficie freática.

En el **confinado** aporta agua (por descompresión) toda la columna vertical de acuífero; por tanto, su magnitud depende del espesor geológico del acuífero.

Un concepto distinto es el **Almacenamiento específico** [*Specific Storage*] (**S_s**) que es el volumen liberado por 1 m³ de acuífero confinado (no por toda la columna de acuífero) al descender 1 m. la superficie piezométrica. Por tanto: $S_s = S$ / espesor

En la práctica ser utiliza el **coeficiente de almacenamiento, S** (*Storativity*), ya que es el parámetro que nos indica el agua que podemos obtener de acuíferos confinados y semiconfinados. El valor de **S_s** se utiliza, por ejemplo en MODFLOW.

El Almacenamiento específico (*Specific Storage,* **S_s**) es igual a:

$$S_s = g.\rho\,(\alpha + n.\beta)$$

donde: g =gravedad; ρ = densidad del agua; m = porosidad;
α = compresibilidad de la matriz sólida del acuífero
β = compresibilidad del agua

El coeficiente de almacenamiento es, como la porosidad eficaz, **adimensional** (volumen / volumen), y los valores que presenta son mucho más bajos en los confinados perfectos que en los semiconfinados. Los valores típicos serían éstos:

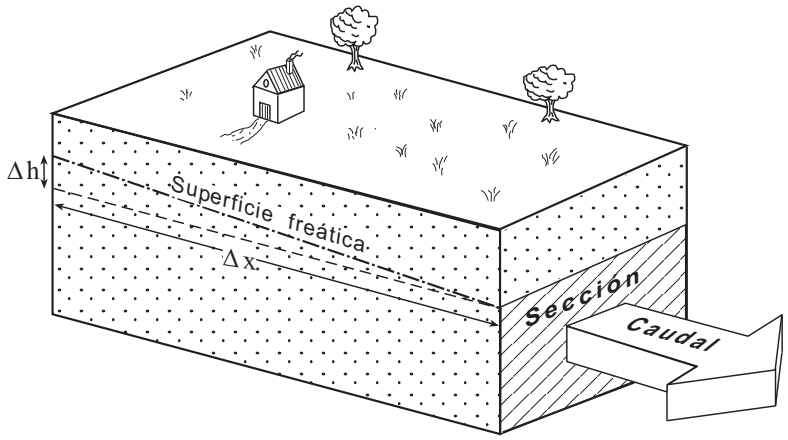
Acuíferos libres (*porosidad eficaz*): 0,3 a 0,01 (3.10^{-1} a 10^{-2})	El agua proviene del vaciado de los poros
Acuíferos semiconfinados (*coef. de almacenamiento*): 10^{-3} a 10^{-4}	El agua proviene de descompresión y de los rezumes desde las capas confinantes
Acuíferos confinados (*coef. de almacenamiento*): 10^{-4} a 10^{-5}	El agua proviene de descompresión

Permeabilidad y transmisividad

Permeabilidad es un concepto común y no haría falta definirlo: la facilidad que un cuerpo ofrece a ser atravesado por un fluido, en este caso el agua.

En Hidrogeología, la *permeabilidad* (o mejor: *conductividad hidráulica*, **K**) es un concepto más preciso. Es la constante de proporcionalidad lineal entre el caudal y el gradiente hidráulico:

Caudal por unidad de sección = K . gradiente hidráulico



$$\frac{Caudal(m^3/dia)}{Sección(m^2)} = K \cdot \frac{\Delta h\,(m.)}{\Delta l\,(m.)}$$

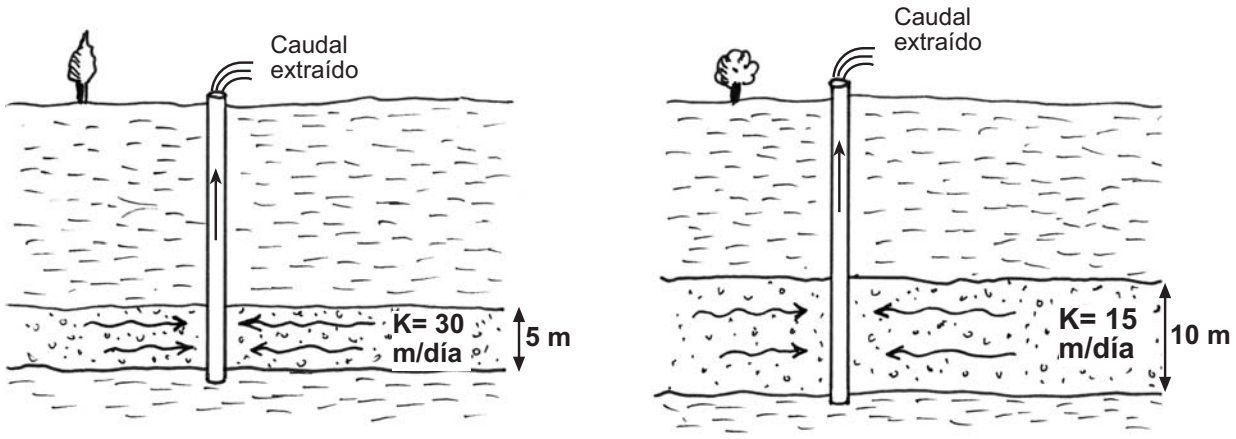
El caudal que atraviesa el medio poroso perpendicularmente a la sección señalada es **linealmente** proporcional al gradiente Δh / Δl

Veremos esto en detalle más adelante. Baste aquí comprender que el gradiente es como la pendiente que obliga a una bola rodar por un plano inclinado. En este caso, obliga al agua a circular a través del medio poroso, y, lógicamente, a mayor gradiente, circulará mayor caudal.

La ecuación anterior es la Ley de Darcy, y la citamos aquí sólo para definir el concepto de permeabilidad (o *conductividad hidráulica*) y obtener sus unidades: despejando en la fórmula anterior se comprueba que las unidades de K son las de una velocidad (L/T). En el Sistema Internacional serían **m/seg.**, pero para manejar números más cómodos, por tradición se continúa utilizando **metros/día**. En Geotecnia y otras ramas de ingeniería se utiliza el **cm/s.**

Transmisividad

Si observamos el dibujo intuimos que los dos estratos acuíferos deben proporcionar el mismo caudal: la conductividad hidráulica del derecho es la mitad que el izquierdo, pero su espesor es el doble.



Efectivamente, el parámetro que nos indica la facilidad del agua para circular horizontalmente por una formación geológica es una combinación de la Conductividad Hidráulica y del espesor:

Transmisividad = Conductividad hidráulica · Espesor

Como las unidades de la Conductividad Hidráulica son L/T y las del espesor L, las unidades de la Transmisividad serán L^2/T. Por ejemplo: m^2/día, o cm^2/seg.

En el ejemplo mostrado en el dibujo anterior, la transmisividad en ambos casos sería de 150 m^2/día.

La transmisividad es variable en acuíferos libres:
En un confinado su espesor es constante, luego la Transmisividad también es constante.
En un acuífero libre su *espesor saturado* varía con las oscilaciones de la superficie freática (por ejemplo, invierno-verano), con lo que varía también su transmisividad.

Resumen

La personalidad hidrogeológica de cualquier roca o formación geológica está definida por dos factores:

- Su capacidad de **almacén** , de almacenar agua y cederla después (porosidad eficaz, coeficiente almacenamiento)	- Su cualidad de **transmisor**, de permitir que el agua circule a través de ella (permeabilidad, transmisividad)

Por tanto, la calidad de un acuífero está determinada por su transmisividad y por su coeficiente de almacenamiento (o porosidad eficaz si es libre)

Relacionándolo con los conceptos básicos del primer apartado:

	Porosidad total	**Permeabilidad**
Acuíferos	Alta o moderada	Alta
Acuitardos	Alta o moderada	Baja
Acuicludos	Alta	Nula
Acuífugos	Nula o muy baja	Nula

Bibliografía (no citada en la web)

Conckling (1934).- *Ventura County Investigation.* Bulletin nº 16, Division of Water Resources, California, 244 pp. https://openlibrary.org/works/OL7645771W/Mojave_River_investigation

Eckis, R. (1934*).- South Coastal Basin Investigation*. Bulletin nº 45, Division of Water Resources, California, 279 pp. https://openlibrary.org/works/OL13790428W/South_Coastal_Basin_investigation

Johnson, A.I. (1967).- Specific Yield. Compilation of Specific Yields for various materials. *Geological Survey Water Supply Paper* 1662-D, v+74 pp. http://goo.gl/SykEU

Needham,J. (1970).- *Clerks and craftsmen in China and the West*. Cambridge University Press, 445 pp.

Odong , J. (2007).- Evaluation of Empirical Formulae for Determination of Hydraulic Conductivity based on Grain-Size Analysis. *Journal of American Science,* **3(3)**: 54-62.

Stephens, D.B.; K. Hsu; M.A. Prieksat; M.D. Ankeny; N. Blandford; T.L. Roth; J.A. Kelsey; J.R. Whitworth (1998).- A comparison of estimated and calculated effective porosity. *Hydrogeology Journal*, **6**: 156–165

Ley de Darcy. Conductividad hidráulica

Experiencia de Darcy

El ingeniero Henry Darcy trabajó muchos años en el abastecimiento de agua a la ciudad francesa de Dijon[1]. Se interesó en el flujo del agua a través de los medios porosos porque se utilizaban filtros de arena para depurar el agua y por la observación de pozos que contribuían al abastecimiento de la ciudad. En 1856 presentó un voluminoso informe sobre el tema, que incluía un pequeño apéndice describiendo sus experimentos y la obtención de la ley. Ese pequeño anexo puede considerarse el nacimiento de la hidrogeología como ciencia, ha sido la base de todos los estudios físico-matemáticos posteriores sobre el flujo del agua subterránea.

En los laboratorios actuales disponemos de aparatos muy similares al que utilizó Darcy, y que se denominan permeámetros de carga constante[2] *(Figura 1)*

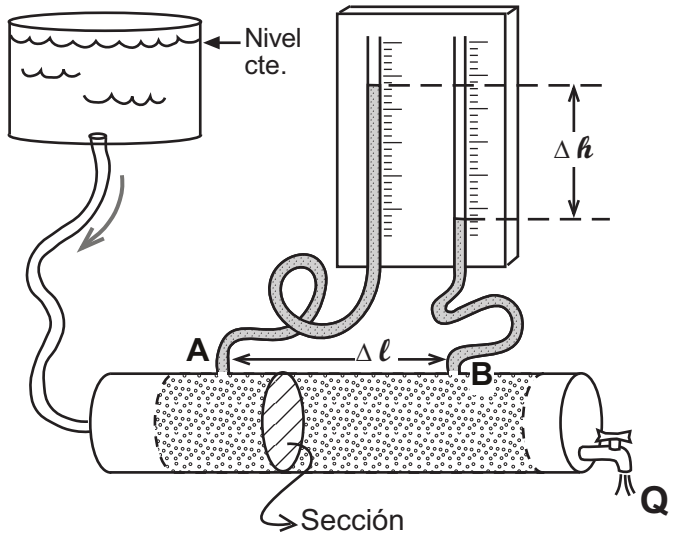


Figura 1.- Permeámetro de carga constante.

Q = Caudal

Δh = Diferencia de Potencial entre A y B

Δl = Distancia entre A y B

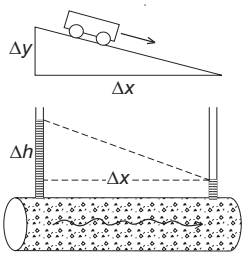
$$\text{Gradiente hidráulico} = \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

Básicamente un permeámetro es un recipiente de sección constante por el que se hace circular agua conectando a uno de sus extremos un depósito elevado de nivel constante. En el otro extremo se regula el caudal de salida mediante un grifo que en cada experimento mantiene el caudal también constante. Finalmente, se mide la altura de la columna de agua en varios puntos (como mínimo en dos, como en la Figura 1).

Darcy repitió el experimento de la figura 1 con varios materiales porosos y cambiando las variables, y dedujo que *el caudal que atravesaba el permeámetro era linealmente proporcional a la sección y al gradiente hidráulico*. Y que la constante de proporcionalidad era característica de cada arena o material que llenaba el permeámetro.

Gradiente es el incremento de una variable entre dos puntos del espacio, en relación con la distancia entre esos dos puntos. Si la variable considerada fuera la altitud de cada punto, el gradiente sería la pendiente entre los dos puntos considerados.

O bien, si entre dos puntos situados a 2 metros de distancia existe una diferencia de temperatura de 8ºC, diremos que hay entre ellos un gradiente térmico de 4ºC/metro. Cuanto mayor sea ese gradiente térmico, mayor será el flujo de calorías de un punto a otro.



[1] En 1830 dirigió la perforación de un sondeo que no se pudo utilizar porque se necesitaba que fuera surgente para utilizarlo sin bomba de extracción; en 1834 diseñó un acueducto de 13 km para abastecer a la ciudad.

[2] En laboratorio, el permeámetro se sitúa verticalmente y con el flujo ascendente para facilitar la evacuación del aire contenido inicialmente en el material poroso. Aquí se presenta horizontal para emular la situación más común del flujo subterráneo.

Es decir: variando el caudal con un grifo y/o moviendo el depósito elevado, los niveles del agua en los tubos varían. Podemos probar también con permeámetros de distintos diámetros y midiendo la altura de la columna de agua en puntos más o menos próximos (diferentes Δl). Pues bien: cambiando todas la variables, siempre que utilicemos la misma arena, se cumple que:

$$Q = K \cdot Sección \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l} \qquad (1)$$

Y el valor de *K* permanece constante siempre que utilicemos la misma arena. (Ver la figura 1 para el significado de las otras variables)

Si utilizamos otra arena (más gruesa o fina, o mezcla de gruesa y fina, etc.) y jugando de nuevo con todas las variables, se vuelve a cumplir la ecuación anterior, pero la constante de proporcionalidad *K* es otra distinta. Darcy concluyó, por tanto, que esa constante era propia y característica de cada arena. Esta constante se llamó *permeabilidad* (*K*) aunque su denominación correcta actual es *conductividad hidráulica*.

Como las unidades del caudal *Q* son L^3/T, la sección es L^2, e Δh e Δl son longitudes, se comprueba que las **unidades** de la permeabilidad (*K*) son las de una velocidad (L/T).

La expresión correcta de la Ley de Darcy es la siguiente:

$$q = -K \cdot \left(\frac{dh}{dl} \right) \qquad (2)$$

donde: $q = Q$ /sección (es decir: caudal que circula por m^2 de sección)

K = Conductividad hidráulica

dh/dl = gradiente hidráulico expresado en incrementos infinitesimales

El signo menos se debe a que el nivel disminuye en el sentido del flujo; es decir, que Δh o dh son negativos y el signo menos hace que el caudal sea positivo.

Aplicando directamente la ley de Darcy se puede calcular la *K*, o conociendo el valor de *K* se puede calcular el caudal, como veremos en los ejemplos siguientes:

Ejemplo 1.- En un permeámetro de laboratorio (como el mostrado en la figura 1) queremos medir la conductividad hidráulica de una arena. La sección del permeámetro es de 340 cm^2 y la distancia entre las dos conexiones a los tubos piezométricos (Δl) es de 45 cm. El caudal de salida es de 2,7 litros/minuto y la diferencia de altura entre las dos columnas de agua (Δh) es de 68 cm. Calcular la conductividad hidráulica en metros/día.

Solución:

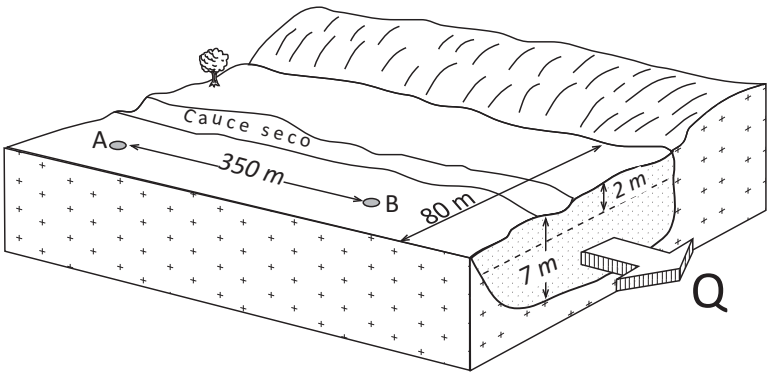
Aplicando la fórmula (1):

$$3{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 1440 = K \cdot 300 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{68}{45}$$

[Caudal pasado de litros/minuto a m^3/día (1 día tiene 1440 minutos), y sección pasada de cm^2 a m^2]

Despejando: $K = 120{,}7\ m^2$/día

Ejemplo 2.- Evaluar el caudal circulante a través de un aluvial encajado en rocas impermeables. K= 60 m/día. Entre los dos pozos A y B la diferencia de cota de los niveles freáticos es de 4,2 metros. El resto de los datos se indican en la figura: anchura media del aluvial: 80 metros; profundidad media del aluvial: 7 metros; profundidad media de la



superficie freática: 2 metros

Solución:

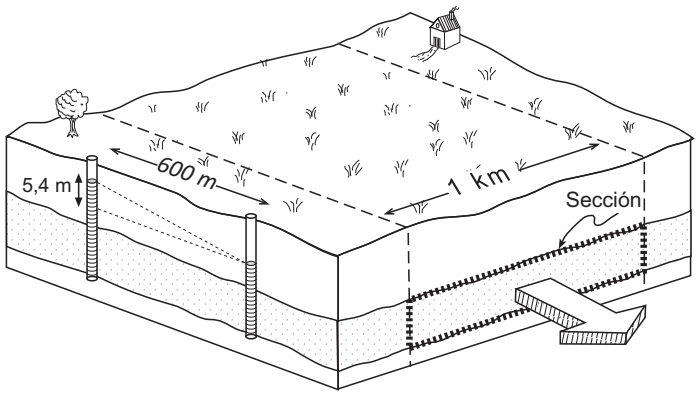
Gradiente hidráulico = $(\Delta h/\Delta l) = 4{,}2/350 = 0{,}012$

Sección transversal = $(7\text{-}2) \cdot 80 = 400\ m^2$

Caudal (m^3/día) = K · Sección · $(\Delta h/\Delta l) = 60 \cdot 400 \cdot 0{,}012 = 288\ m^3$/día

Cuando se trata de flujo horizontal en un acuífero, es frecuente conocer la transmisividad, no la conductividad hidráulica. En el ejemplo siguiente veremos que es posible calcular el caudal sin conocer la K ni el espesor del acuífero.

Ejemplo 3.- En un acuífero confinado conocemos la dirección regional del flujo subterráneo y su transmisividad, que es de 140 m^2/día. Queremos calcular el flujo a través de una franja de 1 km de anchura (perpendicular al flujo). Entre dos pozos situados a una distancia de 600 metros en la dirección del flujo la diferencia de nivel es de 5,4 metros.



Solución:

Sección = espesor · $10^3\ m^2$

Caudal (m^3/día) = K · Sección · $(\Delta h/\Delta l)$ =

= K · [espesor · 10^3] · (5,4/600) = T · 10^3 · (5,4/600) = 1260 m^3/día

Velocidad real y velocidad de Darcy

Sabemos que en cualquier conducto por el que circula un fluido se cumple que:

Caudal = Sección x Velocidad (3)

$L^3/T = L^2 \times L/T$

Si aplicamos esta consideración al cilindro del permeámetro de Darcy, y calculamos la velocidad a partir del caudal y de la sección, que son conocidos, obtendremos una velocidad falsa, puesto que el agua no circula por toda la sección del permeámetro, sino solamente por una pequeña parte de ella. A esa velocidad falsa (la que llevaría el agua si circulara por toda la sección del medio poroso) se denomina "velocidad Darcy" o "velocidad de flujo":

Velocidad Darcy = Caudal / Sección total (4)

La parte de la sección total por la que puede circular el agua es la porosidad eficaz[3]; si una arena tiene una porosidad del 10% (0,10), el agua estaría circulando por el 10% de la sección total del tubo. Y para que el mismo caudal circule por una sección 10 veces menor, su velocidad será 10 veces mayor. Por tanto, se cumplirá que:

Velocidad lineal media = Velocidad Darcy

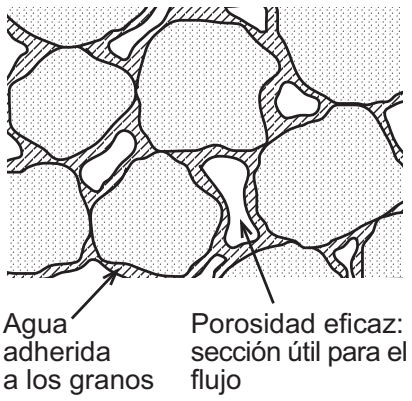


Figura 5.- La parte de la sección utilizable por el flujo es la porosidad eficaz

[3] Efectivamente, como explicábamos en el tema anterior, el agua no puede fluir por toda la porosidad, ya que el agua adherida a los granos es relativamente inmóvil. Reproducimos una figura del tema anterior.

$/ m_e$ (5)

(m_e = porosidad eficaz)

El resultado de la expresión (5) también se denomina *velocidad real* (es realmente la velocidad a la que las partículas atraviesan una sección del medio poroso, como la mostrada en la figura 2). Pero no es la velocidad que observaríamos desde el exterior del medio poroso al cronometrar el tiempo de recorrido entre dos puntos.

En la figura 6 se muestra un tubo de longitud L_1 lleno de arena por el que se hace circular agua. Evaluaremos la velocidad del agua por dos procedimientos:

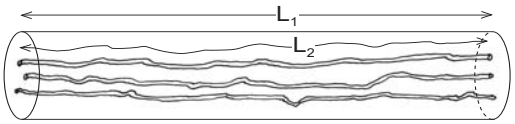


Figura 6.- Tortuosidad del recorrido

1º) Calculamos la *velocidad* mediante la expresión (5).

2º) Medimos experimentalmente el tiempo de recorrido añadiendo un colorante al agua. Con ese tiempo calculamos la velocidad así:

Velocidad observada = Distancia / tiempo = L_1 /tiempo (6)

Esta *velocidad observada* sería inferior a la *calculada* mediante (5), ya que el agua ha tenido que recorrer una distancia mayor (ha recorrido L_2 y no L_1) por lo que aparentemente ha circulado a una velocidad menor. Por tanto, el tiempo real de recorrido entre dos puntos puede ser ligeramente mayor al predicho mediante la expresión (5). La relación entre la velocidad observada desde el exterior del medio poroso y la calculada a partir de Darcy y de la porosidad eficaz será así:

Velocidad observada = Velocidad lineal media / coeficiente (7)

Ese coeficiente depende de la tortuosidad del medio poroso, y aproximadamente puede ser de 1,0 a 1,18 en arenas (Freeze y Cherry, p. 71).

En la práctica, habitualmente se utiliza la expresión (5) refiriéndose al resultado como "velocidad real", y se aplica esta velocidad para calcular el tiempo de recorrido del agua subterránea, pero debemos ser conscientes del error que se podemos cometer al despreciar la tortuosidad del recorrido.

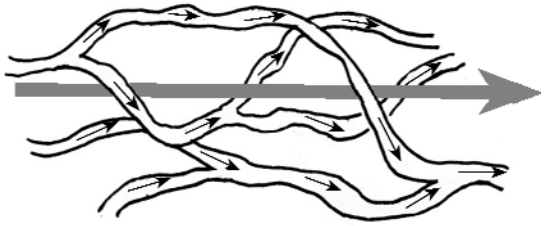


Figura 7- Velocidad lineal media

En la figura 7 se muestra el vector *velocidad lineal media*.

Ejemplo 4.- Con los datos del ejemplo 2, calcular el tiempo de recorrido del agua entre los pozos A y B suponiendo que la porosidad eficaz es 8%

Solución:

Velocidad Darcy = Q / sección = 288 / 400 = 0,72 m/día

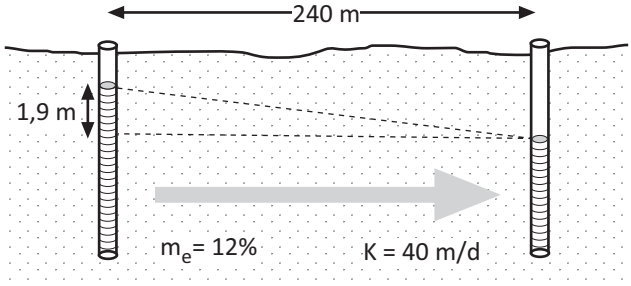
Velocidad lineal media = Velocidad Darcy / m_e = 0,72 / 0,08 = 9 m/día

tiempo = distancia / velocidad = 400 / 9 = 44 días

Como el agua no recorre 400 metros, sino una distancia mayor debido a la tortuosidad, el tiempo real debería ser ligeramente superior.

Para calcular la velocidad no es necesario conocer la sección ni el caudal. A partir de la expresión (1) observamos que: $Q/sección = K \cdot (\Delta h/\Delta l)$. Por tanto, aunque la parte izquierda de la ecuación corresponde a la definición de *velocidad Darcy*, podemos calcularla utilizando la parte derecha:

Ejemplo 5.- En dos sondeos situados en la dirección del flujo subterráneo, a una distancia de 240 metros, se mide que la diferencia de nivel piezométrico es de 1,9 metros. La permeabilidad es de 40 m/día y la porosidad 12%. Calcular el tiempo de recorrido del agua entre ambas captaciones.



Solución:

Velocidad Darcy = Q / sección = $K \cdot (\Delta h/\Delta l)$ =

= 40 · (1,9/240) = 0,32 m/día

Velocidad lineal media = Velocidad Darcy / m_e = 0,32 / 0,12 = 2,64 m/día

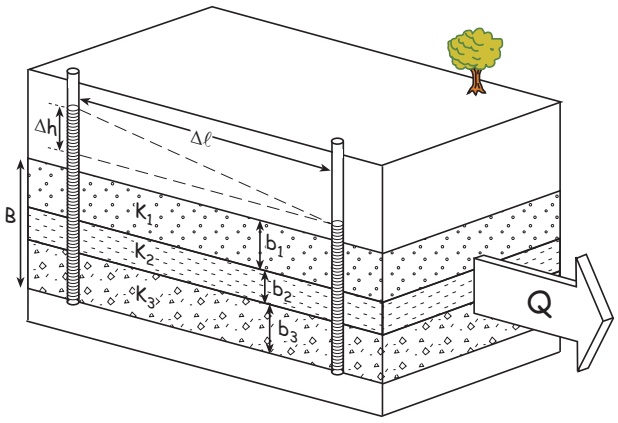
Tiempo = distancia / velocidad = 240 / 2,64 = 91 días

Flujo a través de varias capas: Permeabilidad equivalente

En un medio estratificado, con frecuencia se produce el flujo a través de varias capas, y deseamos aplicar la ley de Darcy globalmente al conjunto de capas. Los dos casos más sencillos son cuando consideramos el flujo paralelo a los contactos entre las capas o el flujo perpendicular a las capas. Suponemos que cada una de las capas es homogénea e isótropa.

Permeabilidad (o conductividad hidráulica) *equivalente* es un valor global que podemos asignar al conjunto de capas considerado como una unidad. Y hablaremos de *K equivalente horizontal* (K_h) o *K equivalente vertical* (K_v) refiriéndonos respectivamente a los dos casos citados (suponiendo las capas horizontales, el flujo paralelo a las capas es horizontal, y el flujo perpendicular a las capas es vertical).

(La deducción de las fórmulas se encuentra en el Apéndice II).



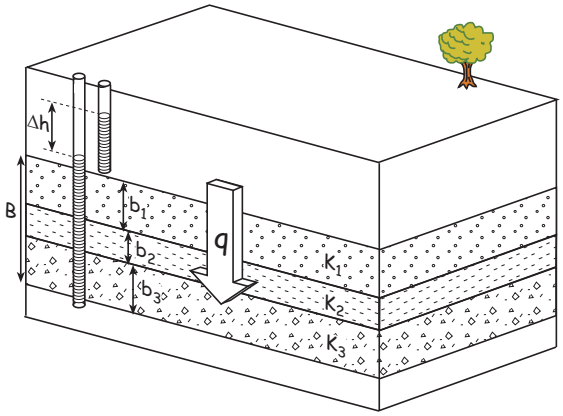
Si **el flujo es paralelo a las capas** (los dos sondeos, que suponemos abiertos en todas las capas, indican el gradiente que provoca el flujo), la permeabilidad equivalente (K_h) se calcula con esta expresión:

$$K_h = \frac{\left(\sum K_i \cdot b_i\right)}{B} \qquad (8)$$

siendo:

K_h = conductividad hidráulica horizontal equivalente
K_i = conductividad hidráulica de cada una de las capas
b_i = espesor de cada una de las capas
B = espesor total, suma de todos los espesores

Teniendo en cuenta que: K· espesor = T (transmisividad), la fórmula obtenida equivale a decir que *la transmisividad equivalente del conjunto* ($K_h \cdot B$) *es igual a la suma de las transmisividades de todas las capas* ($\Sigma K_i \cdot b_i$).

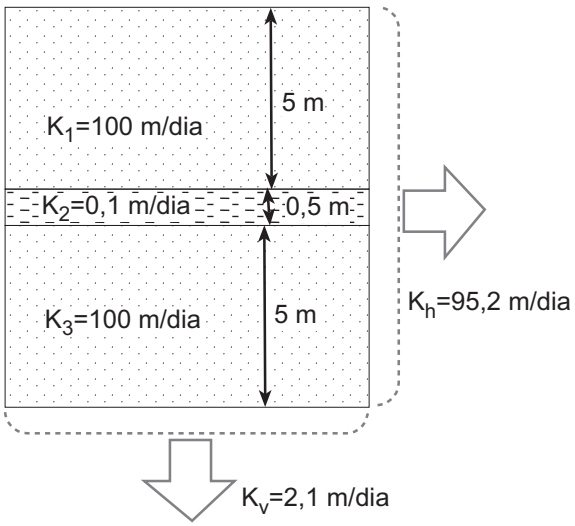


Si **el flujo es perpendicular a las capas** (los dos sondeos, que suponemos abiertos en sus extremos, indican el gradiente que provoca el flujo), la permeabilidad equivalente (K_v) es igual a:

$$K_v = \frac{B}{\sum \frac{b_i}{K_i}} \qquad (9)$$

siendo:

K_v = conductividad hidráulica vertical equivalente
K_i = conductividad hidráulica de cada una de las capas
b_i = espesor de cada una de las capas
B = espesor total, suma de todos los espesores



Ejemplo 6.- Consideramos tres capas: dos capas de arenas con una intercalación de limos, con los espesores y permeabilidades que se indican en la figura:

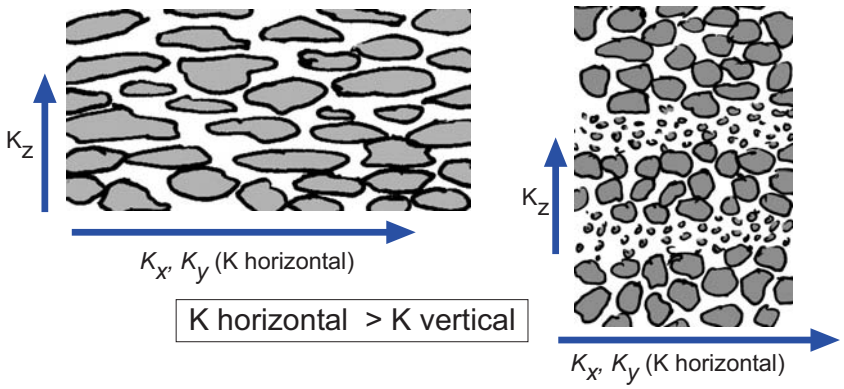
Con las expresiones (8) y (9) obtenemos:

En flujo horizontal: K_h = 95 m/día, la fina capa intermedia es irrelevante, la conductividad hidráulica equivalente se aproxima a la de las dos capas de arena. La capa impermeable apenas influye.

En el flujo vertical: K_v = 2 m/día. Unos centímetros de material poco permeable influyen más en el valor global que 10 metros de materiales muy permeables.

Anisotropía

Con frecuencia la *K* vertical de una formación detrítica es menor que la *K* horizontal, debido a la forma y disposición de los granos (en la figura, a la izquierda), o a la presencia de láminas intercaladas de menor permeabilidad (a la derecha).



Para una descripción matemática del medio permeable, puede ser necesario asignar tres valores K_x, K_y y K_z. Por ejemplo, en el programa MODFLOW debemos introducir los valores de la conductividad hidráulica en las tres direcciones, aunque generalmente se utiliza $K_x = K_y$.

Generalmente no se dispone de un conocimiento del medio poroso suficiente para poder especificar el valor de la conductividad hidráulica (*K*) en las tres direcciones del espacio: X, Y (horizontales) y Z (vertical) y con frecuencia debemos limitarnos a asignar a una formación geológica un valor de *K* suponiéndolo válido para cualquier dirección (medio isótropo), o estimando que la *K* vertical sea menor que la horizontal.

Limitaciones de la Ley de Darcy

La Ley de Darcy puede no cumplirse por las siguientes razones:

1ª). La constante de proporcionalidad *K* no es propia y característica del medio poroso, sino que también depende del fluido.

El factor *K* puede descomponerse así: $$K = k \frac{\gamma}{\mu} \qquad (10)$$

donde: K = conductividad hidráulica
k = Permeabilidad intrínseca (depende sólo del medio poroso) [4]
γ = peso específico del fluido
μ = viscosidad dinámica del fluido

Podemos modificar la expresión (10), teniendo en cuenta que:

Viscosidad dinámica (μ) = viscosidad cinemática (ν) . densidad (ρ)

Peso específico (γ) = densidad (ρ) . gravedad (g)

Resultando: $$K = k \cdot \frac{g}{\nu} \qquad (11)$$

[4] Esta *k* también se denomina *absolute permability* o *coefficient of permeability* o simplemente *permeability* La denominación de *k* como *permeabilidad* (sin adjetivos) puede generar confusión ya que también se utiliza en el lenguaje común para referimos a la *K* (*conductividad hidráulica*).

donde: g = aceleración de la gravedad

ν = viscosidad cinemática del fluido[5]

Esta cuestión es fundamental en geología del petróleo o en el flujo de contaminantes, donde se estudian fluidos de diferentes características. En el caso del agua, la salinidad apenas hace variar el peso específico ni la viscosidad. Solamente habría que considerar la variación de la viscosidad con la temperatura, que se duplica de 35 a 5 º C, con lo que la conductividad hidráulica (K) sería la mitad y también se reduciría en la misma proporción el caudal circulante por la sección considerada del medio poroso. Las aguas subterráneas presentan mínimas diferencias de temperatura a lo largo del año en un mismo acuífero, pero en otros entornos sí pueden producirse diferencias de temperatura notables.

Por tanto, aunque sabemos que K depende tanto del medio como del propio fluido, si estamos considerando el flujo de aguas subterráneas, la variación correspondiente al fluido en una región determinada es despreciable, por lo que a efectos prácticos asumimos que la K de Darcy, o conductividad hidráulica es una característica del medio poroso.

(Ver Apéndice I)

Ejemplo 7.- El valor de K (60 m/día) utilizado en el ejemplo 2 se había medido en un permeámetro de laboratorio, donde la temperatura del agua era de 21ºC. En el terreno la temperatura del agua subterránea es de 15ºC. Calcular la conductividad hidráulica de ese aluvial con agua a 15ºC.

Solución:

Aplicando la fórmula (11) para 21º y para 15º y dividiendo miembro a miembro resulta:

$$\frac{K_{15}}{K_{21}} = \frac{\nu_{21}}{\nu_{15}} \quad ; \quad K_{15} = K_{21} \cdot \frac{\nu_{21}}{\nu_{15}} = 60 \cdot \frac{0{,}981}{1{,}140} = 51{,}6 \text{ m/día}$$

Sería necesario repetir los mismos cálculos del ejemplo 2 con el nuevo valor de K.

2ª). **La relación entre el caudal y el gradiente hidráulico no es lineal en algunas circunstancias**. Esto puede suceder cuando el valor de K es muy bajo o cuando las velocidades del flujo son muy altas.

En el primer caso, si aplicamos la Ley de Darcy para calcular el flujo a través de una formación arcillosa, el caudal que obtendríamos sería muy bajo, pero en la realidad será nulo, no habrá circulación de agua si no se aplican unos gradientes muy elevados.

En el segundo caso, si el agua circula a gran velocidad, el caudal es directamente proporcional a la sección y al gradiente, pero no linealmente proporcional, sino que la función sería potencial:

$$q = -K\left(\frac{dh}{dl}\right)^n \qquad (12)$$

donde el exponente n es distinto de 1.

Para estudiar este límite de validez de la ley de Darcy se aplica el **número de Reynolds**. Este coeficiente se creó para canales abiertos o tuberías, y en general valores altos indican **régimen turbulento** y valores bajos indican **régimen laminar.** Para medios porosos se aplica la fórmula utilizada para canales o tubos, pero sustituyendo el diámetro de la conducción por el diámetro medio de los granos del medio poroso y utilizando la velocidad Darcy (no la velocidad real o lineal media):

$$R = \frac{\rho \, \mathrm{v} \, d}{\mu} = \frac{\mathrm{v} \, d}{\nu} \qquad (13)$$

Donde: ρ = densidad del fluido (Kg/m^3)

v =velocidad de Darcy (m/s)

[5] El símbolo para la viscosidad cinemática es similar a la v de la velocidad Darcy. La viscosidad cinemática se representa con la letra griega nu (o ni) minúscula (ν).

d = diámetro medio de los granos (m)
μ = viscosidad dinámica (Pascal·m = Kg/(m^2 ·s))
ν = viscosidad cinemática (=μ / ρ) (m^2/s)

Es imposible conocer el grado de turbulencia del flujo a través de un medio poroso, pero experimentalmente se ha observado que deja de cumplirse la Ley de Darcy (el caudal deja de ser *linealmente* proporcional al gradiente) cuando *R* alcanza un valor que varía entre 1 y 10. (Es decir: *R*<1, **sí** se cumple Darcy; *R* >10, **no** se cumple Darcy; *R* entre 1 y 10, puede cumplirse o no). Esa falta de precisión del valor límite será debida a otros factores diferentes del diámetro medio de los granos: heterometría, forma, etc.

En el flujo subterráneo las velocidades son muy lentas, los valores de *R* muy bajos, y prácticamente siempre la relación es lineal, salvo en las proximidades de algunas captaciones bombeando caudales elevados.

Apéndice I. Variación de la conductividad hidráulica con el fluido

Aplicando la fórmula (11) a dos fluidos de viscosidades cinemáticas ν_1 y ν_2 respectivamente, y dividiendo miembro a miembro, obtenemos:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\nu_2}{\nu_1} \quad ;$$

siendo: K_1 = conductividad hidráulica circulando el fluido de viscosidad ν_1

K_2, = conductividad hidráulica circulando el fluido de viscosidad ν_2

Si en ambos casos el fluido es el agua, la viscosidad varía con la temperatura, de modo que los valores de pueden obtenerse de la tabla siguiente:

temp (ºC)	Densidad (10^3 Kg/m^3)	Viscosidad dinámica (10^{-3}.Kg/(m.s))	Viscosidad cinemática (centistokes =10^{-6} m^2/s)
0	0,99982	1,792	1,792
1	0,99989	1,731	1,731
2	0,99994	1,674	1,674
3	0,99998	1,620	1,620
4	1,00000	1,569	1,569
5	1,00000	1,520	1,520
6	0,99999	1,473	1,473
7	0,99996	1,429	1,429
8	0,99991	1,386	1,386
9	0,99985	1,346	1,346
10	0,99977	1,308	1,308
11	0,99968	1,271	1,271
12	0,99958	1,236	1,237
13	0,99946	1,202	1,203
14	0,99933	1,170	1,171
15	0,99919	1,139	1,140
16	0,99903	1,109	1,110
17	0,99886	1,081	1,082
18	0,99868	1,054	1,055
19	0,99849	1,028	1,030

temp (ºC)	Densidad (10^3 Kg/m^3)	Viscosidad dinámica (10^{-3}.Kg/(m.s))	Viscosidad cinemática (centistokes =10^{-6} m^2/s)
20	0,99829	1,003	1,005
21	0,99808	0,979	0,981
22	0,99786	0,955	0,957
23	0,99762	0,933	0,935
24	0,99738	0,911	0,913
25	0,99713	0,891	0,894
26	0,99686	0,871	0,874
27	0,99659	0,852	0,855
28	0,99631	0,833	0,836
29	0,99602	0,815	0,818
30	0,99571	0,798	0,801
31	0,99541	0,781	0,785
32	0,99509	0,765	0,769
33	0,99476	0,749	0,753
34	0,99443	0,734	0,738
35	0,99408	0,720	0,724
36	0,99373	0,705	0,709
37	0,99337	0,692	0,697
38	0,99300	0,678	0,683
39	0,99263	0,666	0,671

Por ejemplo: para 19 ºC: visc dinámica = $1{,}028.10^{-3}$ Kg/(m.s) ; visc cinemática = $1{,}030.10^{-6}$ m^2/s

Ejemplo: Hemos medido la *K* de unas arenas circulando agua a 24ºC= 13,8 m/día. Calcular la *K* con agua a 5ºC.

$$\frac{K_{5^o}}{K_{24^o}} = \frac{\nu_{24^o}}{\nu_{5^o}} \quad ; \qquad K_{5^o} = 13{,}8\ m/día\ .\frac{0{,}913}{1{,}520} = \ 8{,}29\ m/día$$

Lógicamente, los caudales calculados al aplicar la Ley de Darcy variarán en la misma proporción en que varía la *K*.

Apéndice II. Flujo a través de varias capas: Obtención de las fórmulas de la permeabilidad equivalente

Flujo paralelo a las capas:

Caudal a través de la capa superior por metro de ancho (ver "1 m" en la figura):

$$Q_1 = -K_1 \cdot [b_1 \cdot 1] \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

(entre corchetes [ ] figura la sección)

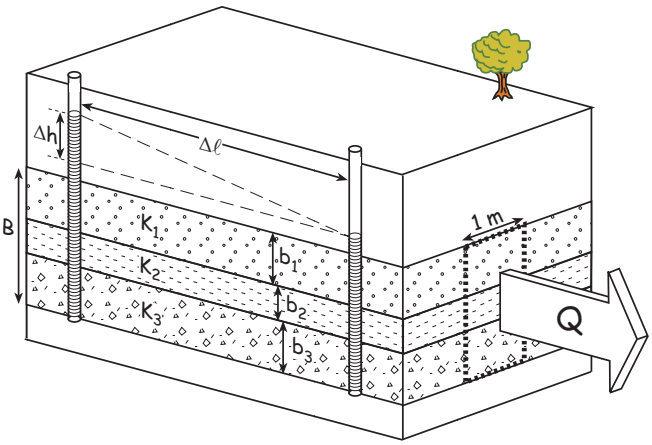
El caudal total será la suma del que circula a través de todas las capas consideradas:

$$Q = \sum Q_i = -\left(\sum K_i \cdot b_i\right) \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

(el gradiente $\Delta h/\Delta l$ está fuera del sumatorio ya que es común a todas las capas; ver Δh e Δl en la figura)

También podemos calcular el caudal total Q aplicando la ley de Darcy a todas las capas conjuntamente, utilizando una K_h equivalente (cuyo valor aún desconocemos); llamaremos B a la suma de todos los espesores ($B = \Sigma\, b_i$) :

$$Q = -K_h \cdot [B \cdot 1] \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l}$$ (entre corchetes [ ] figura la sección)



Q es el caudal que pasa por la sección de anchura unidad y altura el espesor de las capas (rectángulo punteado grueso).

Los dos sondeos están ranurados en las tres capas. (Podrían estar abiertos solamente en un punto cualquiera de su vertical, ya que suponemos que no existe variación del potencial hidráulico en la misma vertical)

Igualando las dos expresiones anteriores:

$$-\left(\sum K_i \cdot b_i\right) \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l} = -K_h \cdot [B \cdot 1] \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l} \quad ; \quad \left(\sum K_i \cdot b_i\right) = K_h \cdot B$$

y despejando K_h obtenemos:

$$\boxed{K_h = \frac{\left(\sum K_i \cdot b_i\right)}{B}}$$

siendo: K_h = conductividad hidráulica horizontal equivalente
Ki = conductividad hidráulica de cada una de las capas
bi = espesor de cada una de las capas
B = espesor total, suma de todos los espesores

Flujo es perpendicular a las capas:

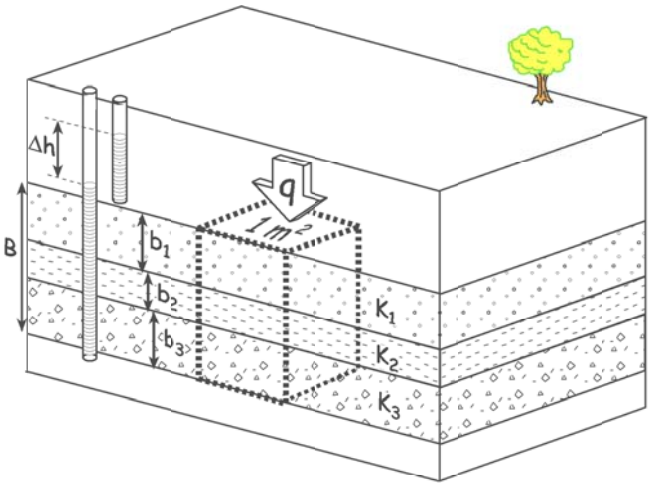
Consideremos el caudal vertical que atraviesa una sección unidad (q= caudal específico o caudal por m^2 de sección):

Caudal que atraviesa verticalmente el conjunto de capas (el Δh total está indicado en la figura):

$$q = -K_v \cdot \frac{\Delta h}{B}$$

Caudal que atraviesa verticalmente la capa nº 1:

$$q_1 = -K_1 \cdot \frac{\Delta h_1}{b_1}$$



q es el caudal que circula verticalmente por la sección unidad perpendicular a las capas (vertical a través del prisma señalado en punteado grueso).

Los dos sondeos están abiertos en sus extremos (por encima y por debajo de as tres capas).

(Δh_1 = diferencia de potencial entre los límites superior e inferior de la capa 1)

Los dos caudales anteriores son iguales, ya que es **el mismo caudal** q el que atraviesa la primera capa (ahí lo hemos llamado q_1), pasa luego a la segunda, etc.; luego igualamos las dos últimas ecuaciones:

$$K_v \cdot \frac{\Delta h}{B} = K_1 \cdot \frac{\Delta h_1}{b_1}$$

Y despejando Δh_1 resulta: $\Delta h_1 = K_v \cdot \frac{\Delta h}{B} \cdot \frac{b_1}{K_1}$

Aplicando la última expresión a todas las capas y sumando:

$$\sum \Delta h_i = K_v \cdot \frac{\Delta h}{B} \cdot \sum \frac{b_i}{K_i}$$

Como la diferencia de potencial hidráulico de todo el conjunto es la suma de las diferencias de potencial de cada una de las capas ($\sum \Delta h_i = \Delta h$):

$$\Delta h = K_v \cdot \frac{\Delta h}{B} \cdot \sum \frac{b_i}{K_i}$$

Finalmente, despejando K_v:

$$\boxed{K_v = \frac{B}{\sum \frac{b_i}{K_i}}}$$

siendo: K_v = conductividad hidráulica vertical equivalente
K_i = conductividad hidráulica de cada una de las capas
b_i = espesor de cada una de las capas
B = espesor total, suma de todos los espesores

Apéndice III. Cálculo de *K* a partir de la granulometría

Para materiales granulares se han establecido diversas fórmulas y gráficos que permiten evaluar la conductividad hidráulica a partir de la granulometría y en algún caso en función de la porosidad. Todas estas expresiones son estimaciones, pero a veces cualquier aproximación es mejor que nada. No hay que olvidar que todas estas fórmulas se refieren a sedimentos granulares, no a rocas consolidadas, aunque se ha aplicado a areniscas (Ishaku et al., 2011).

La expresión de *Hazen* (1911, en Weight, 2008, p.108) es la más utilizada por su sencillez [6]:

$$K\,(\text{m/día}) = 8{,}64 \cdot C \cdot d_{10}^2 \qquad \text{(III.1)}$$

donde: d_{10} = diámetro (mm) que deja pasar el 10% de los granos (10% menor, 90% mayor)
C = coeficiente que depende del tamaño de grano y de la uniformidad (ver figura III.1).

Para evaluar la uniformidad (homometría) se utiliza el *coeficiente de uniformidad U*:

$$U = d_{60} / d_{10} \qquad \text{(III.2)}$$

donde: d_{60} = diámetro que deja pasar el 60% de los granos (60% menor, 40% mayor)
d_{10} = diámetro que deja pasar el 10% de los granos (10% menor, 90% mayor)

El sedimento se considera mal clasificado (poco uniforme, heterométrico) si U>6, bien clasificado (uniforme, homométrico) si U < 3 y moderadamente clasificado para valores de U entre 3 y 6.[7]

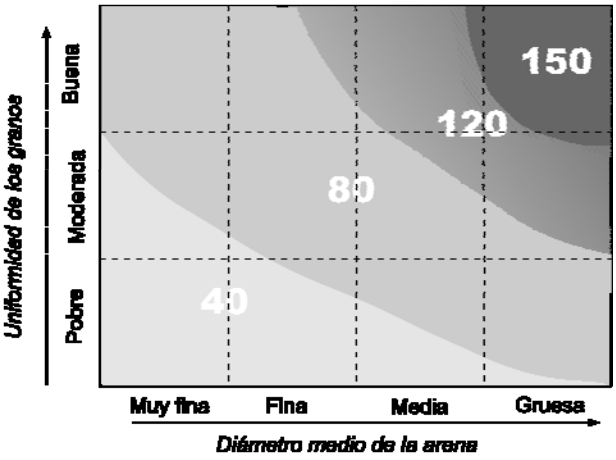


Fig. III-1.-Estimación del coeficiente *C* de Hazen [dibujado a partir de valores numéricos de Weight (2008)]

Aún más simple que Hazen es la expresión del U.S. Bureau of Reclamation (en Kasenow, 2002, p.83):

$$K = 311 \cdot d_{20}^{2,3}$$

donde:
d_{20} = diámetro (mm) que deja pasar el 20% de los granos (20% menor, 80% mayor)
K = conductividad hidráulica (m/día)

Actualmente se aboga (Carrier, 2003) por olvidar la expresión de Hazen y utilizar otras formulaciones. Las expresiones más complejas tienen esta estructura común (Vukovic y Soro, 1992, citado en Odong, 2007):

$$K = \frac{g}{\nu} \cdot [Coef.uniformidad] \cdot [Función\_de\_la\_porosidad] \cdot d_e^2 \qquad \text{(III.4)}$$

donde:
d_e = diámetro efectivo, que en algunas fórmulas es d_{10}, en otras debe calcularse
g = aceleración de la gravedad
ν = viscosidad cinemática

Si comparamos (III.4) con la fórmula (11) de este capítulo, se comprende que los tres últimos factores de (C.4) evalúan la k (permeabilidad intrínseca, propia del medio), y al multiplicarla por (g/ ν) se convierte en K (conductividad hidráulica).

Se describen varias fórmulas en Kasenow (op.cit.), Odong (op.cit.), Vienken y Dietrich (2011).

---

[6] En la expresión original de Hazen el d_{10} se introduce en cm y la K se obtiene en cm/s, y no incluye el coeficiente 8,64 que se muestra aquí. Con este factor 8,64 introducimos el valor d_{10} en mm y obtenemos el resultado (K) en metros/dia.

[7] Estos límites de U (3 y 6) proceden de Weight (2008). Según Bear (1972, p.39) es uniforme si U <2

El *Coeficiente de Uniformidad* y la *Función de la porosidad* que aparecen en (III.4) varían de unas fórmulas a otras. Quizá la más aceptada sea la fórmula de **Kozeny-Carman**, que en su versión más simplificada es (Odong, op.cit.):

$$K = \frac{g}{v} \times 8.3 \times 10^{-3} \left[\frac{m^3}{(1-m)^2} \right] d_{10}^2 \qquad \text{(III.5)}$$

donde: K= conductividad hidráulica (m/s)
g= gravedad (m/s^2)
v = viscosidad cinemática (m^2/s)
m = porosidad
d_{10} = diámetro 10% (metros)

Por ejemplo, a 18 ºC, para m = 0,25 y d_{10}^2 = 0,7 mm:

$$K(m/s) = \frac{9,8}{1,055 \cdot 10^{-6}} \times 8.3 \times 10^{-3} \left[\frac{0,25^3}{(1-0,25)^2} \right] (0,7/1000)^2 = 1,05 \cdot 10^{-3}\, m/s = 90,67 m/dia$$

Carrier (2003) ó Chapuis (2003) presentan la misma fórmula (Kozeny-Carman), de modo más elaborado y con la diferencia de que m no es la porosidad sino el *índice de vacíos* [8].

Una aproximación gráfica, sin fórmulas, son las *curvas de Breddin*[9] (1963, en Simoes, 2010): superponiendo una curva granulométrica sobre este gráfico nos indicará aproximadamente la conductividad hidráulica del material (Figura III-2).

Bibliografía (del Apéndice 3)

Bear, J. (1972).- *Dynamics of Fluid in Porous Media*. Elsevier, 765 pp.

Carrier, W.D. (2003).- Goodbye, Hazen; Hello, Kozeny-Carman. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **11**: 1055-1056

Chapuis (2003).- *Predicting the Coefficient of Permeability of Soils Using the Kozeny-Carman Equation*. Ecole Polytechnique de Montréal, 35 pp.

Ishaku, J. M; E.W. Gadzama y U. Kaigama (2011).- Evaluation of empirical formulae for the determination of hydraulic conductivity based on grain-size analysis. *Journal of Geology and Mining Research*. **3(4)**: 105-113.

Kasenow, M. (2002).- *Determination of Hydraulic Conductivity From Grain Size Analysis*. Water Resources Pub. 97 pp.

Odong ,J. (2007).- Evaluation of Empirical Formulae for Determination of Hydraulic Conductivity based on Grain-Size Analysis. *Journal of American Science,* **3(3)**: 54-62.

Vienken, T. y P. Dietrich (2011).- Field evaluation for determining hydraulic conductivity from grain size data. *Journal of Hydrology,* **400**: 58-71

Weight, W. D. (2008).- *Hydrogeology Field. Manual.* Mc Graw-Hill, 751 pp.

[8] Porosidad (=vol. huecos / vol. total); Índice de vacíos (=vol. huecos / vol. sólido)
Índice de vacíos = porosidad / (1–porosidad)

[9] Al igual que todas las curvas granulométricas, con frecuencia este gráfico aparece invertido: en el eje horizontal, grueso a la izquierda, fino a la derecha

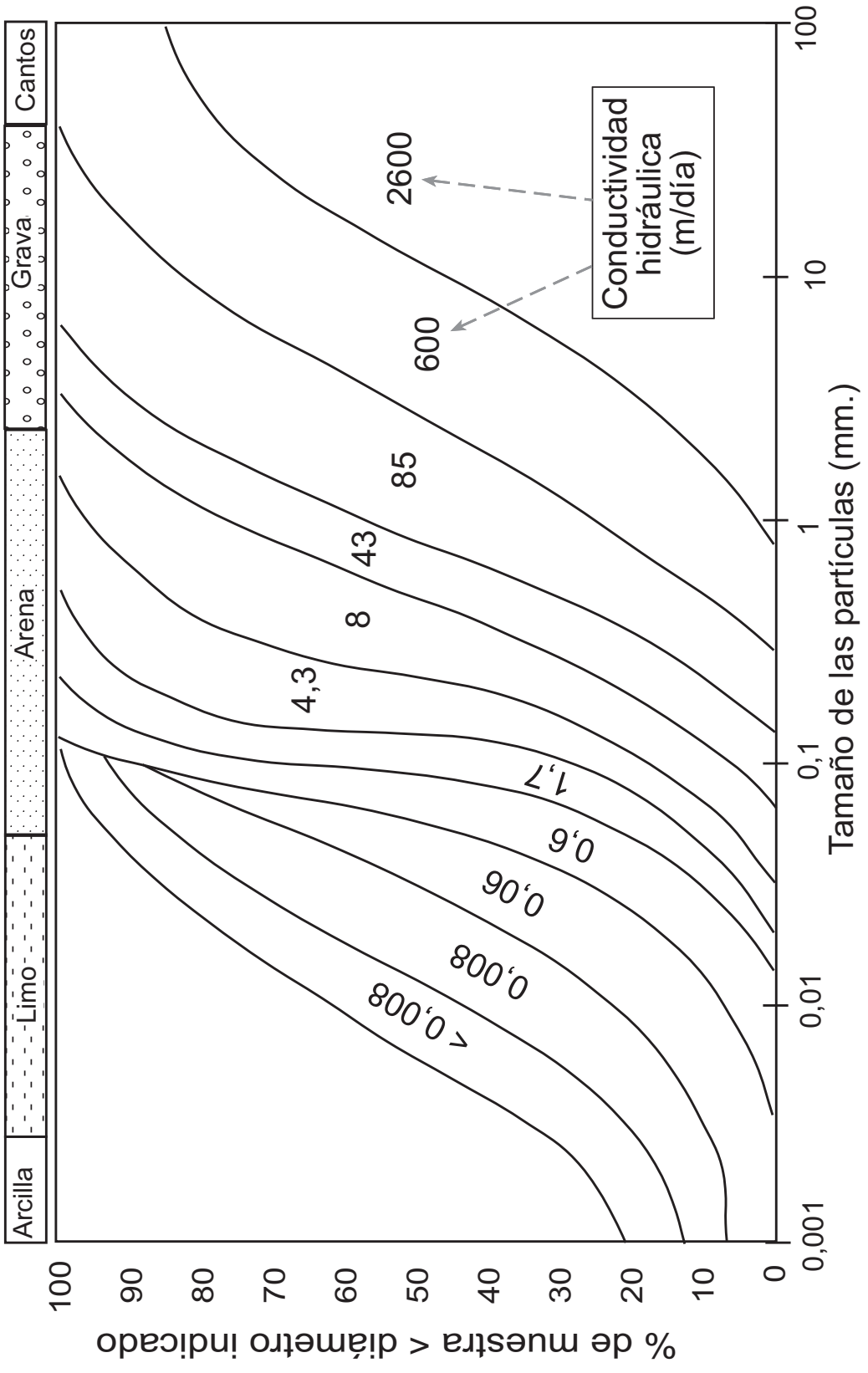


Fig. III- 2. Curvas de Breddin para estimación de la permeabilidad en materiales granulares no consolidados, superponiendo la curva granulométrica

Hidráulica Subterránea: Principios Básicos

Introducción

Intuitivamente, pensamos que el agua circula de los puntos donde está más alta hacia los puntos en los que está más baja, ya que así lo vemos en las aguas superficiales y muchas veces esta aproximación intuitiva se cumple en las aguas subterráneas (Figura 1a). Por el contrario, es frecuente que el agua subterránea circule hacia arriba, como en la figura 1b, o incluso verticalmente hacia arriba, como en la 1c.

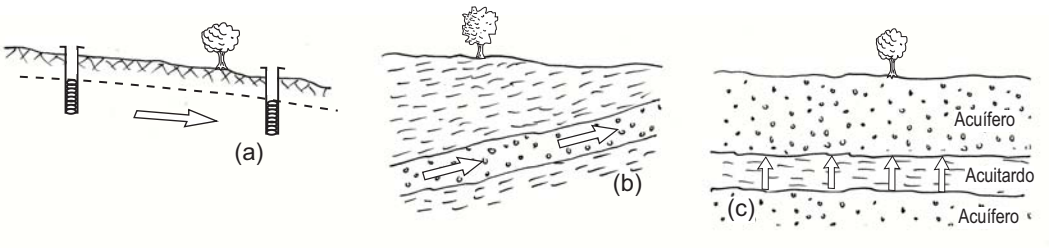


Figura 1.- El agua subterránea no siempre circula de los puntos más altos hacia los más bajos.

Si realizamos unas perforaciones abiertas en el acuífero de la figura 1b veremos que la columna de agua a la izquierda es más alta que a la derecha (Figura 2, izda.), y análogamente, si disponemos de dos sondeos (abiertos solamente en sus extremos) arriba y abajo del acuitardo de la figura 1c, observamos que en el acuífero inferior el nivel del agua es más alto que en el acuífero superior. En ambos casos, **el agua circula de los puntos en los que la columna de agua es más alta hacia aquellos en los que es más baja.**

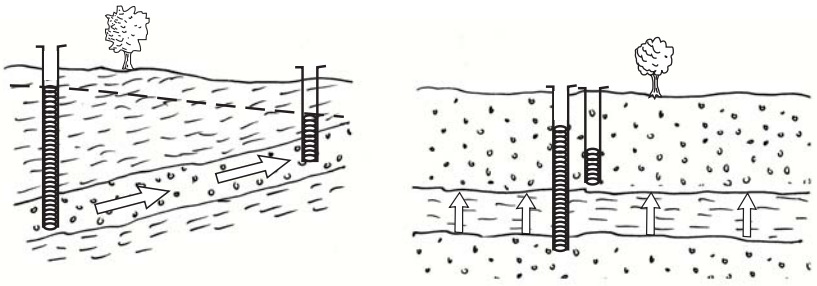


Figura 2.- El agua circula de los puntos en que la columna de agua es más alta hacia los que la columna es más baja

Potencial Hidráulico

En realidad, el agua se mueve de los puntos en los que tiene más energía hacia aquellos en los que tiene menor energía.

En el apartado anterior hemos hablado de la altura de la columna de agua. Vamos a comprobar que esa columna de agua refleja la energía del agua en cada punto y que se denomina *potencial hidráulico*.

La *energía mecánica total de una unidad de masa de agua* será la suma de la *energía potencial* (debida a su posición en el espacio), la *energía cinética* (debida a su velocidad), la *energía de presión* (como la energía que almacena un muelle cuando está comprimido)[1].

En el flujo del agua subterránea la velocidad es tan lenta que la energía cinética es despreciable frente a la energía potencial y la energía de la presión.

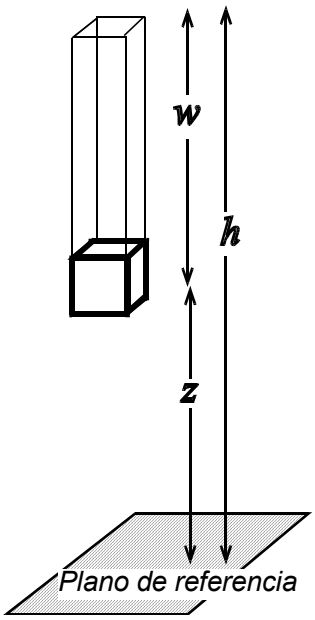


Figura 3

Consideremos un volumen unidad de agua de densidad δ en un punto del espacio situado a una altura z respecto de un nivel de referencia (Figura 3). Sobre ese volumen existe una columna de agua de altura w.

$$Energía\ potencial = masa\ .\ gravedad\ .\ altura = \delta\ .\ g\ .\ z$$

(La masa de un volumen unidad es la densidad)

La presión que soporta ese volumen unitario sería el peso de la columna de agua dividido por la superficie.

$$Peso = masa \cdot g = volumen\ \delta \cdot g = base \cdot altura \cdot \delta \cdot g = 1 \cdot w \cdot \delta \cdot g$$

$$Energía\ de\ presión = \frac{Peso}{Superficie} = \frac{w\ .\ \delta\ .\ g}{1}$$

$$Energía\ total\ por\ unidad\ de\ volumen = \delta\ .\ g \cdot z + w \cdot \delta \cdot g$$

Dividiendo por la densidad (δ), quedaría la energía total por unidad de masa:

$$Energía\ total\ por\ unidad\ de\ masa = E \cdot potencial + E \cdot presión =$$
$$= g \cdot z + w \cdot g = (z + w) \cdot g = h \cdot g$$

$$\Phi = h \cdot g$$

La energía total por unidad de masa se denomina **potencial hidráulico**, y **es igual a la altura de la columna de agua** (respecto del nivel de referencia considerado) **multiplicada por la aceleración de la gravedad.**

Como g es prácticamente constante en una zona, la variación de h refleja exactamente la variación del potencial hidráulico Φ..

Para una deducción más rigurosa del potencial hidráulico, ver Freeze y Cherry (1979, p.18).

Cuando la presión aparece como $w \cdot \gamma_w$ (γ_w= peso específico del agua), por ejemplo en Geotecnia, se refiere a una unidad de volumen ; el término $w \cdot g$ que aparece en el *potencial hidráulico* se refiere a la unidad de masa.

Régimen Permanente y Régimen Variable

Cuando un sistema de flujo no varía con el tiempo se dice que está en régimen **permanente**, estacionario o en equilibrio. Cuando el flujo varía con el tiempo, estamos en régimen no permanente o **variable**.

Por ejemplo, en los alrededores de un sondeo y en las primeras horas tras el comienzo del bombeo, el flujo varía constantemente: estamos en régimen variable. Puede ser que

[1] En sentido estricto, *energía potencial* es la que tiene un cuerpo en función de su posición o configuración, de modo que la que he denominado "potencial" es la *energía potencial gravitatoria*, y la última citada es la *energía potencial elástica.* En este sentido, también son "energía potencial" la energía química y la térmica. Aquí utilizamos el término *energía potencial* en su acepción más corriente: la debida a su posición..

transcurrido un tiempo se alcance el régimen permanente; esto se aprecia cuando los niveles en el pozo que bombea y en puntos próximos no bajan más aunque el bombeo continúe.

Líneas de flujo y superficies equipotenciales

Una **línea de flujo** es la envolvente de los vectores velocidad en un instante determinado (Figura 4). **Trayectorias** son los caminos seguidos por las partículas de agua en su recorrido. En régimen permanente las trayectorias coinciden con las líneas de flujo, en régimen variable pueden no coincidir.

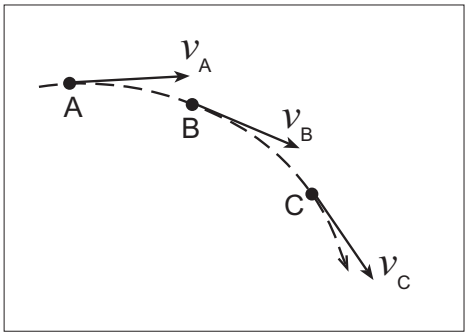


Fig. 4.- ABC es una línea de flujo

Una **superficie equipotencial** es el lugar geométrico de los puntos del espacio que tienen un mismo potencial hidráulico. Por tanto, el flujo se producirá perpendicularmente a las superficies equipotenciales, buscando el máximo gradiente (Figura 5), igual que una pelota rueda por una ladera perpendicularmente a las curvas de nivel buscando la máxima pendiente.

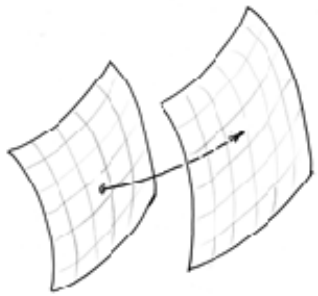


Figura 5.- Las superficies equipotenciales pueden presentar cualquier forma y disposición, y la dirección del flujo será perpendicular a estas superficies.

Por supuesto que todo esto no son conceptos exclusivos de la Hidráulica Subterránea, sino que son análogos a otros campos de la Física: flujo eléctrico, térmico, etc. Por ejemplo, en el flujo eléctrico las superficies equipotenciales contienen los puntos con el mismo potencial eléctrico, y el flujo de electrones se produce perpendicularmente a las superficies equipotenciales.

Redes de flujo

En la Figura 6 vemos (a la izquierda) las superficies equipotenciales que podrían existir debajo de una ladera, suponiendo que la distribución de la permeabilidad en el subsuelo fuera isótropa y homogénea.

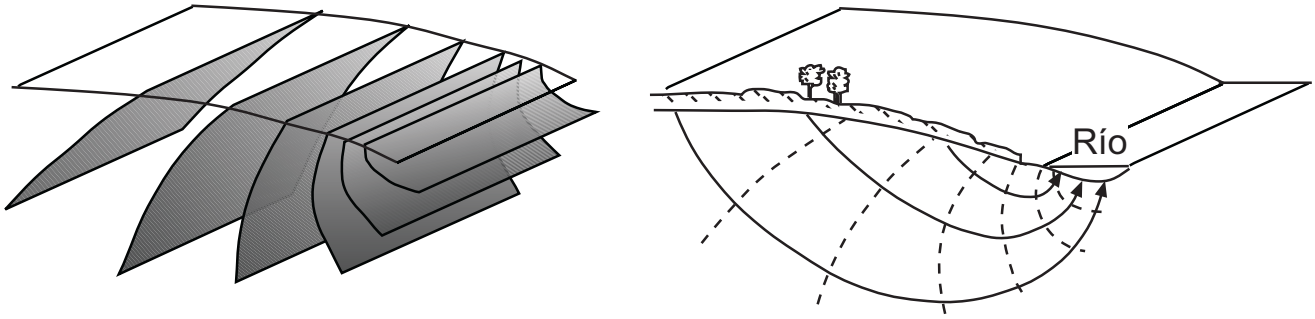


Figura 6.- Superficies equipotenciales bajo una ladera y el correspondiente perfil con red de flujo

Este tipo de representaciones en tres dimensiones pueden ser didácticas pero imposibles de manejar en casos reales. Se hace necesario utilizar representaciones en dos dimensiones: redes de flujo, frecuentemente en perfiles verticales y mapas de isopiezas.

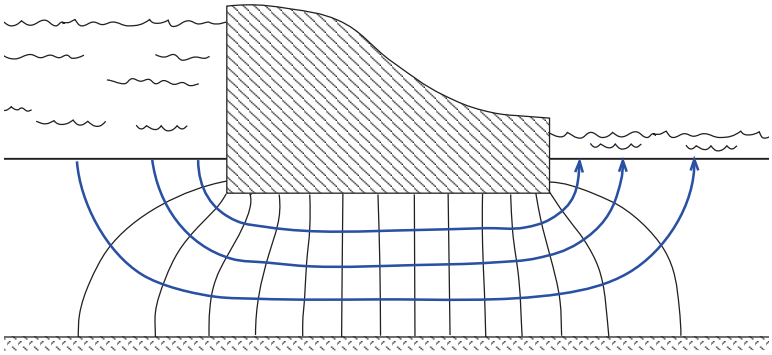
Una red de flujo (figura 6, derecha) es una representación esquemática del flujo en un plano mediante líneas de flujo y líneas equipotenciales. Las **líneas equipotenciales** son la traza de las **superficies equipotenciales** al ser cortadas por el plano en que se dibuja la red de flujo. El flujo siempre es tridimensional, así que las redes de flujo constituyen una simplificación bidimensional de la realidad.

El trazado de una red de flujo debe cumplir estas condiciones:

→ (*Necesario*) Ambas familias de líneas tienen que cortarse perpendicularmente.

→ (*Conveniente*) Los espacios resultantes deben ser "cuadrados" (aunque sean trapecios curvilíneos o incluso triángulos, han de ser proporcionados para que se aproximen lo más posible a cuadrados; un círculo inscrito debería ser tangente a los cuatro lados).

Aunque existen programas de ordenador que dibujan las redes de flujo automáticamente, el trazado a mano sin más herramientas que lápiz y goma (y mucha paciencia) aporta una buena comprensión del flujo.



También es frecuente utilizar las redes de flujo para representar el flujo en un entorno artificial, en escenarios relacionados con obras, por ejemplo el flujo bajo una presa:

En este ejemplo observamos que los límites impermeables se comportan como líneas de flujo y las líneas de comienzo y final del flujo (el fondo del agua superficial a ambos lados de la presa) son líneas equipotenciales.

En ocasiones, como en este ejemplo de la presa, una red de flujo permite calcular cuantitativamente el caudal circulante, simplemente aplicando la Ley de Darcy [2].

Flujo regional

El flujo natural del agua subterránea en una región también se esquematiza mediante redes de flujo. En la figura 8 esquematizamos el flujo subterráneo suponiendo el subsuelo homogéneo e isótropo. La forma de la superficie freática es la que gobierna toda la red.

Si la geología es compleja, nuestra representación será solamente una simplificación de la realidad. En el apartado siguiente veremos como afectan al flujo los cambios de conductividad hidráulica.

En esta figura observamos algunos aspectos fundamentales:

Áreas de recarga y de descarga: Las áreas de recarga son aquellas en que el flujo subterráneo presenta una componente vertical descendente, y las áreas de descarga, ascendente. Aunque en este esquema tienen escasa entidad, también existen áreas intermedias en las que el flujo es prácticamente horizontal.

[2] Práctica P123

Flujos locales y regionales. La diferenciación es relativa, depende de la escala que consideremos. Los flujos locales normalmente están asociados a valles de menor entidad y los flujos regionales a los valles principales de una región.

En la misma vertical dos sondeos pueden encontrar aguas de calidad química muy distinta, como en los puntos marcados como **A** y **B** en la figura. El agua en B procede de un flujo regional (mayor recorrido, tiempo de permanencia mucho mayor), por lo que será más salina y su composición química puede ser muy diferente.

Puntos de estancamiento: Zonas de la red de flujo que no están sometidas a ningún gradiente, por lo que el agua no se moverá, como el marcado en la figura con **E**.

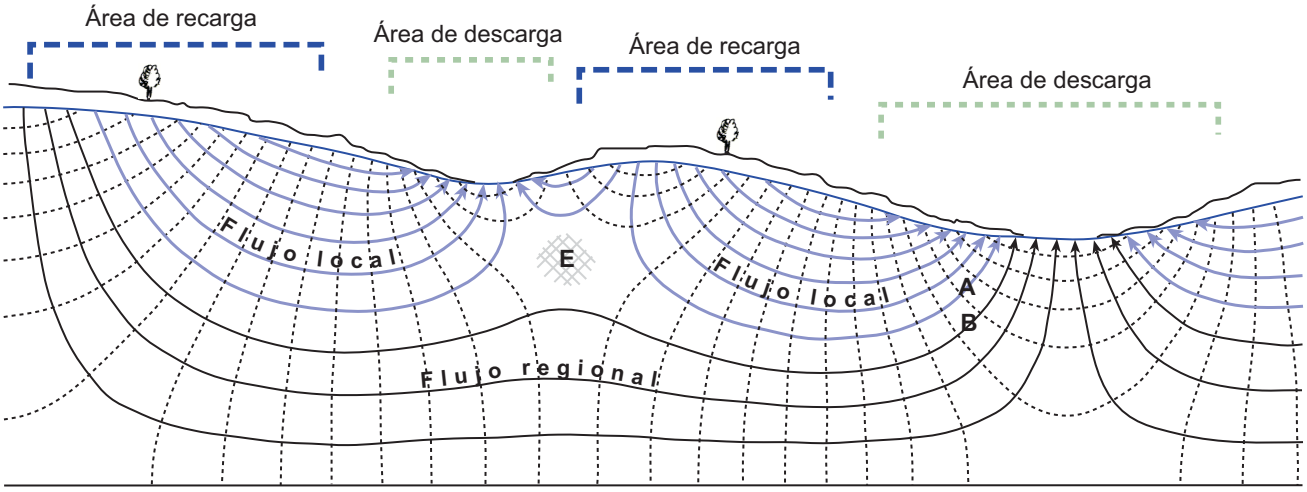
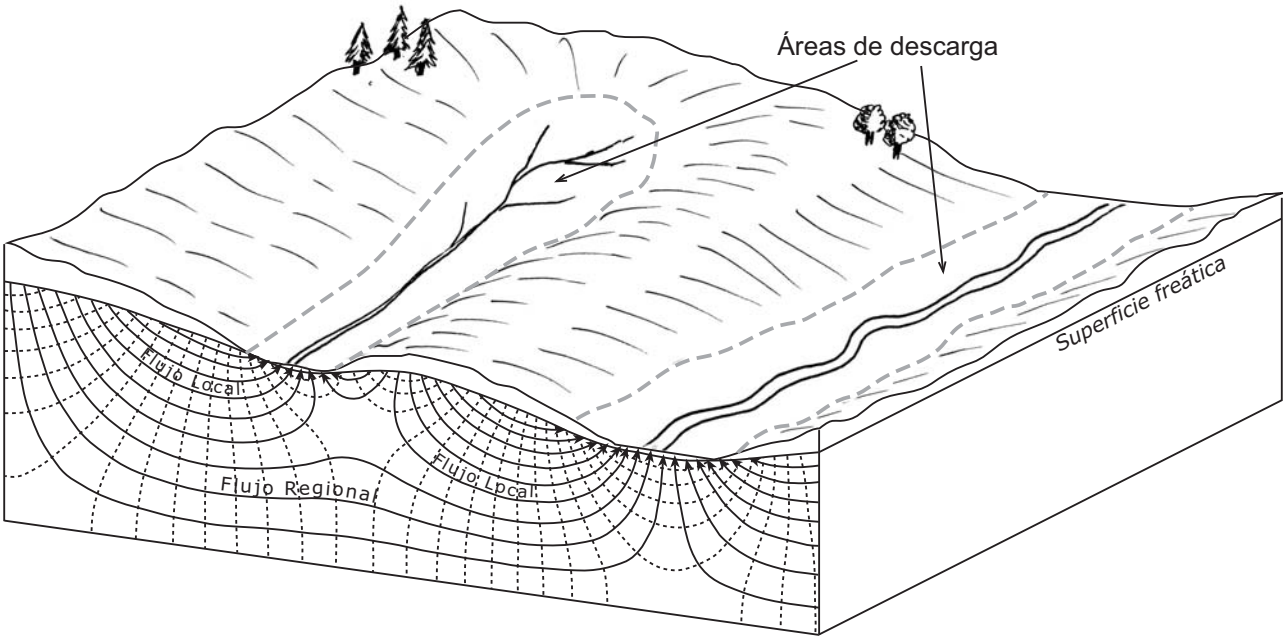


Figura 8. Red de flujo que esquematiza el flujo subterráneo natural en una región de conductividad hidráulica homogénea

No olvidamos que una sección vertical pertenece a una realidad tridimensional. La red de flujo de la figura anterior podría corresponder a este entorno:



Como indicábamos, el cauce menor genera un área de descarga con el correspondiente flujo local, mientras que el cauce principal recibe flujos locales y regionales. Puede observarse que la divisoria subterránea entre ambos cauces no coincide con la divisoria topográfica, ni tampoco con el punto más alto de la superficie freática.

Flujo descendente y ascendente en áreas de recarga y descarga

Volvamos a considerar una red similar al caso presentado en la Figura 6 o una de las laderas de la figura 8. En la figura 10 se representan tres sondeos abiertos en la misma equipotencial. El punto C representa un pozo abierto en la misma superficie freática y nos sirve de referencia para marcar la altura del agua en los sondeos abiertos en sus extremos A y B: en ellos el agua sube hasta la altura de C, ya que los tres puntos tienen el mismo potencial hidráulico.

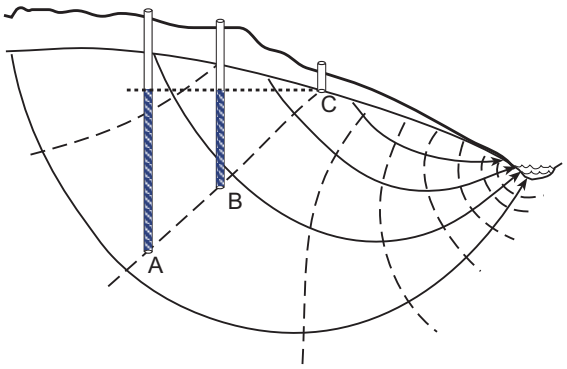


Figura 10.- Sondeos abiertos en la misma línea equipotencial tienen el mismo nivel

Supongamos ahora dos piezómetros abiertos en dos puntos en la misma vertical, pero en líneas equipotenciales distintas (figura 11). El nivel del tubo A sube más arriba que el nivel de B: A está abierto en una superficie de mayor potencial que el tubo B. La altura a la que subiría en cada uno de ellos puede deducirse gráficamente (ver líneas de puntos) como hicimos en la figura 10.

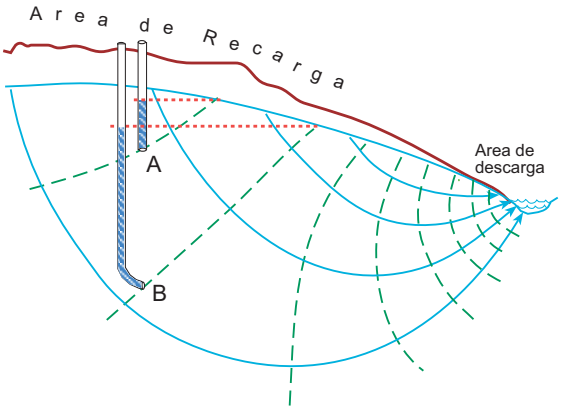


Figura 11.- Sondeos abiertos en dos puntos situados en la misma vertical pero en equipotenciales distintas

Finalmente, consideramos tres parejas de sondeos muy próximos abiertos respectivamente en un área de recarga, en un área de descarga y en una zona intermedia. En cada pareja, uno es más profundo que el otro, pero ambos están muy próximos, casi en la misma vertical (figura 12).

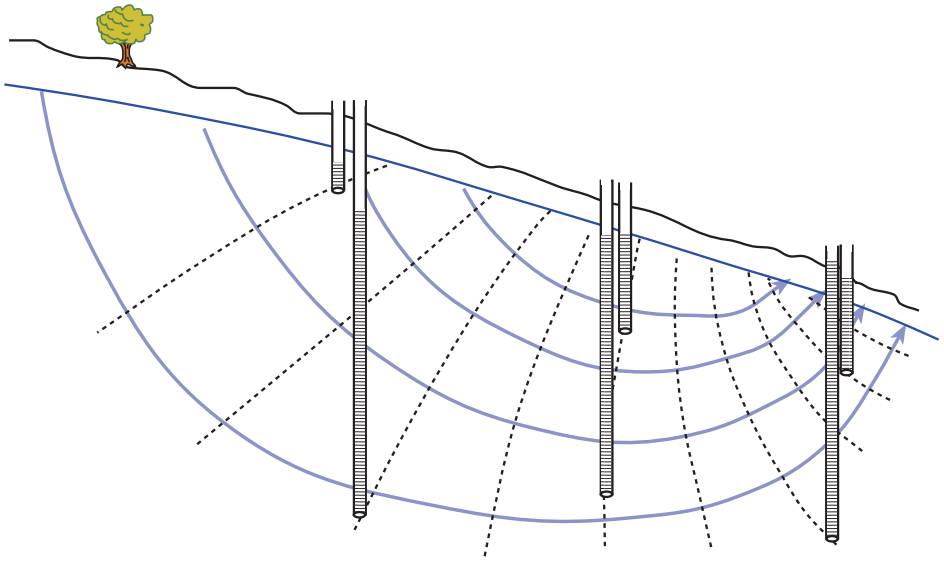


Figura 12.- La comparación de los niveles de dos sondeos próximos nos indica si estamos en área de recarga, descarga o intermedia

En la pareja de sondeos a la izquierda apreciamos que el nivel es más alto en el pozo poco profundo, ya que está abierto en una equipotencial de mayor energía. (Los dos piezómetros de la Figura 11 serían un caso equivalente a éste)

En pareja de sondeos de la derecha sucede lo contrario: el pozo menos profundo presenta un nivel más bajo que el profundo, debido a que este pozo más somero está abierto en una equipotencial de menor energía.

Finalmente, en la pareja del centro, los niveles del pozo somero y en el profundo son similares, ya que están abiertos en la misma equipotencial (flujo horizontal equivale a equipotenciales verticales.

En la figura 12, a la vista de la red de flujo deducimos la altura del agua en cada pareja de sondeos. Pero en un caso real, lo normal es que no dispongamos del esquema de la red de flujo que existe bajo nuestros pies. Para saber si nos encontramos en una zona de recarga (flujo con componente vertical descendente), de descarga (flujo ascendente) o bien si el flujo subterráneo es horizontal, hay que medir el nivel en dos sondeos próximos abiertos a diferente profundidad (Figura 13).

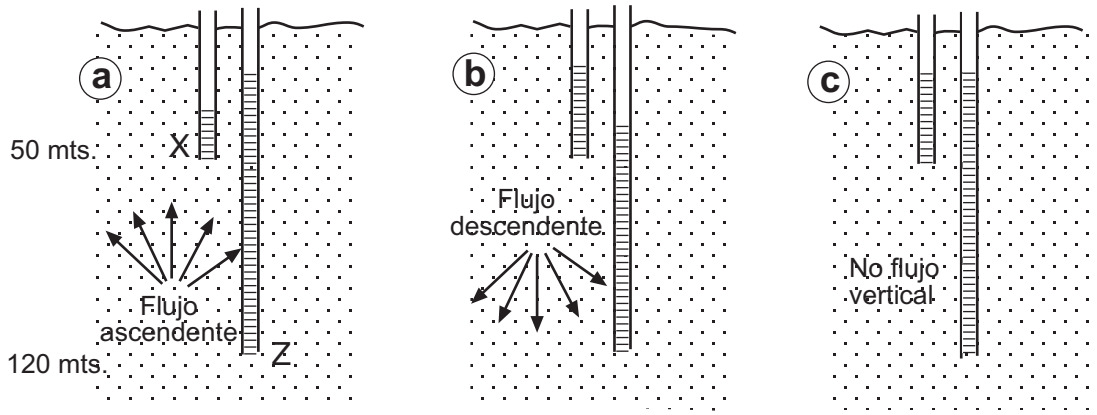


Figura 13.- Observación de la componente vertical del flujo mediante dos sondeos próximos

En la figura 13-a apreciamos que el potencial hidráulico en Z es mayor que en X, por lo que el flujo será ascendente, en alguna de las direcciones indicadas en las flechas.

En la figura 13-b sucede lo contrario: el pozo menos profundo tiene más potencial que el profundo, el flujo tendrá una componente vertical descendente. (Los dos piezómetros de la Figura 11 serían un caso equivalente a éste).

Finalmente, en la figura 13-c, no existiría flujo vertical, ya que los potenciales en el pozo somero y en el profundo son similares.

Estas parejas de piezómetros nos indican la componente **vertical** del flujo. Para conocer la componente **horizontal** lógicamente hay que comparar varios niveles en sondeos de profundidad similar y distantes. Esto lo haremos con los mapas de isopiezas.

Medios heterogéneos

Cuando el medio no es homogéneo, el flujo cambia de dirección al pasar de un medio a otro de distinta permeabilidad, siguiendo un comportamiento similar a la refracción de la luz u otras ondas: se aleja de la normal si pasa a un medio de mayor permeabilidad, y viceversa[3] (fig. 14).

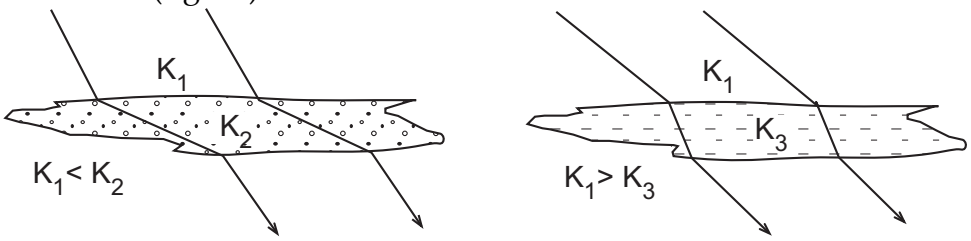
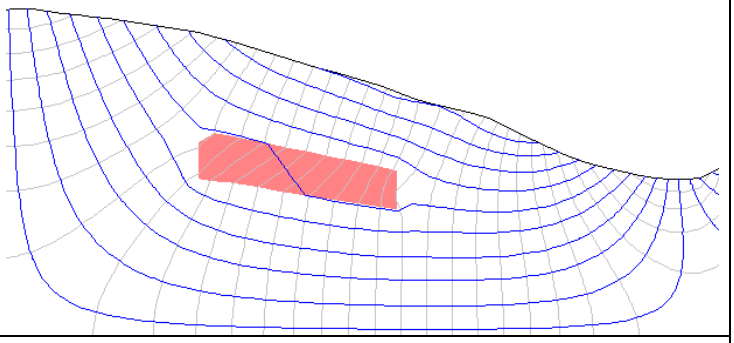
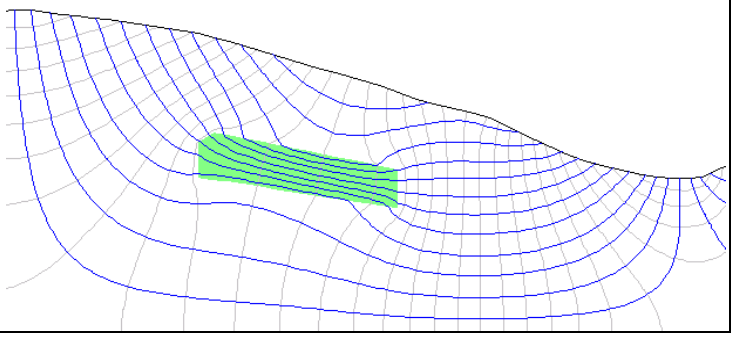


Fig. 14. Refracción de las líneas de flujo al pasar de un medio a otro de diferente conductividad hidráulica

El trazado de redes de flujo con distintas permeabilidades debe hacerse con ordenador[4] :

K = 1 m/dia K = 0,05 m/dia Si una línea de flujo tiene que atravesar el material de baja conductividad hidráulica, la refracción busca un recorrido lo más corto posible a través de él	
K = 1 m/dia K = 10 m/dia La red se deforma: las líneas de flujo buscan el material de mayor conductividad hidráulica y al alcanzarlo se refractan para conseguir el recorrido más largo a través de él.	

[3] En la refracción de ondas la relación es con los *senos* de los ángulos. En este caso es con las *tangentes*: tg (ángulo incidencia) / tg (ángulo refracción) = K_1 / K_2

[4] Estas redes de flujo han sido realizadas con **Topodrive**. (Ver sección *Complementos*)

Flujo horizontal : Mapas de isopiezas

Un mapa de isopiezas refleja la forma de la superficie freática o de la superficie piezométrica, según se trate de un acuífero libre o confinado, igual que un mapa topográfico refleja la forma de la superficie del terreno.

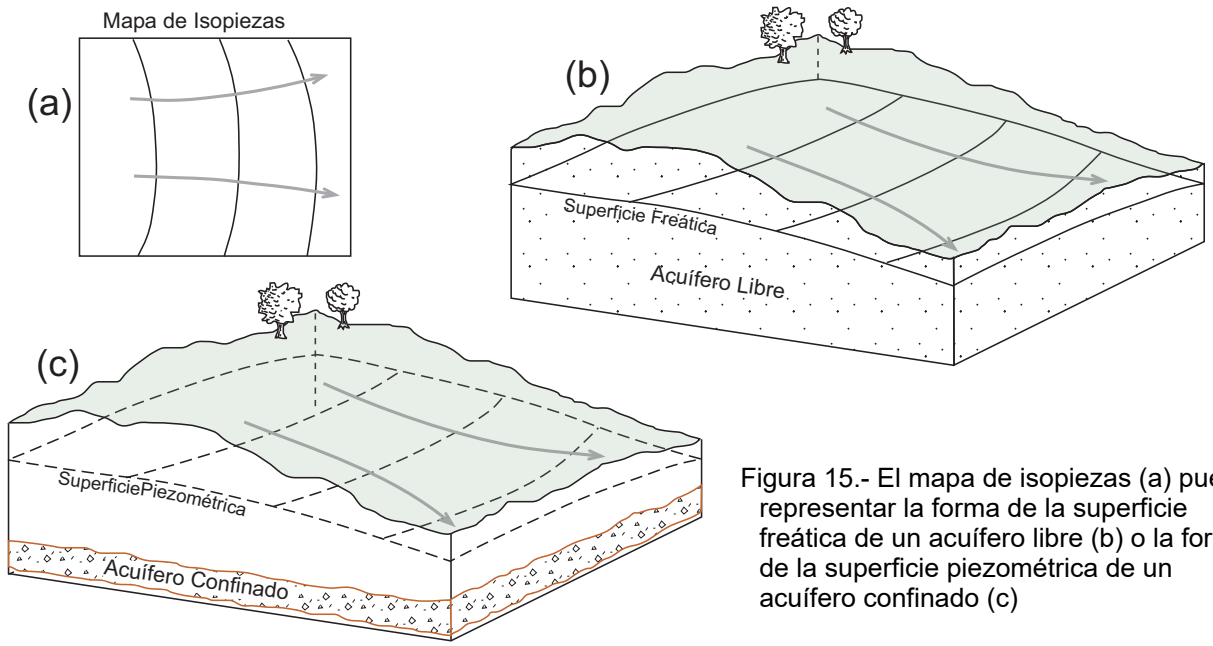


Figura 15.- El mapa de isopiezas (a) puede representar la forma de la superficie freática de un acuífero libre (b) o la forma de la superficie piezométrica de un acuífero confinado (c)

Como ya sabemos, la superficie freática es una superficie real, que constituye el límite superior de la parte saturada del acuífero libre (fig. 15 b), mientras que en el acuífero confinado o semiconfinado (fig. 15 c), la superficie piezométrica es una superficie virtual, definida por la altura a la que llegaría la columna de agua si existiera un piezómetro en cada punto.

En el acuífero libre, las líneas isopiezas son las intersecciones de las superficies equipotenciales con la superficie freática (fig. 16, izda.), mientras que en el confinado las superficies equipotenciales están, lógicamente, **dentro** del acuífero, mientras que la superficie piezométrica con sus curvas isopiezas se encuentra varios metros por encima (fig. 16, dcha.).

En ambos casos de este ejemplo esquemático se generan idénticos mapas de isopiezas. El mapa es la representación del flujo tridimensional sobre un plano horizontal. En el acuífero confinado, las superficies equipotenciales son verticales, por lo que el flujo es horizontal; la representación de la realidad tridimensional sobre dos dimensiones (el mapa de isopiezas) **no** implica pérdida de información acerca del flujo en el acuífero.

En cambio, en el acuífero libre de este ejemplo, a la izquierda, las superficies equipotenciales no son verticales, por lo que el flujo no es horizontal. **El mapa de isopiezas refleja solamente una parte de la información: la componente horizontal del flujo**. Sería necesario complementarlo con una red de de flujo en un corte vertical.

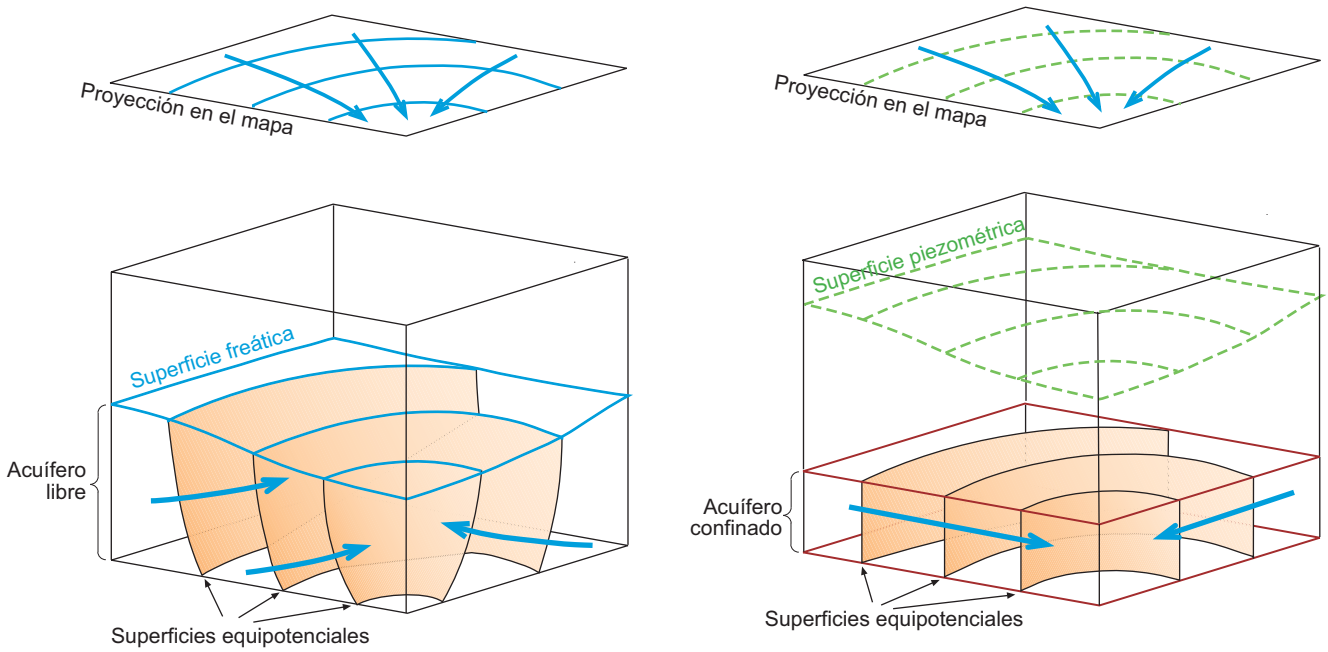


Figura 16.- Superficies equipotenciales en un **acuífero libre** con componente vertical de flujo y en un **acuífero confinado** con flujo horizontal

Si existe un río efluente (ganador) o influente (perdedor), las curvas isopiezas deberían adaptarse como se indica en la figura 17.

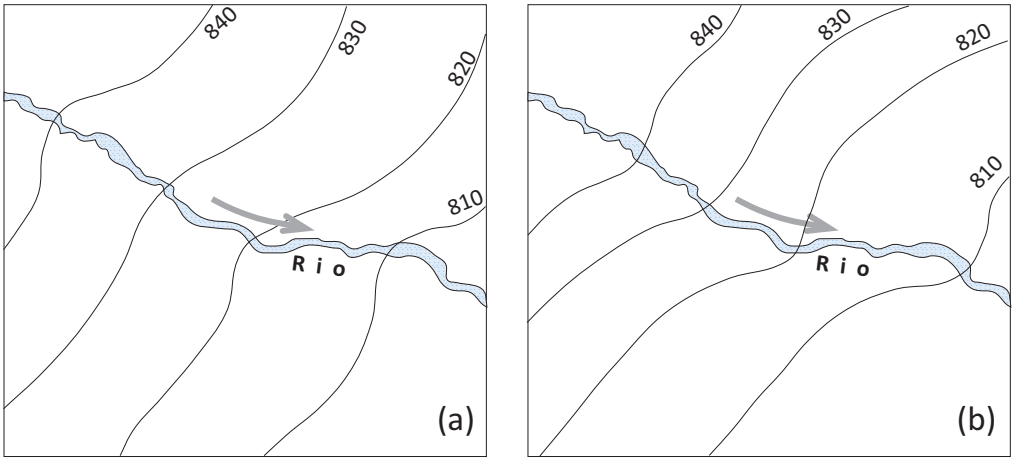


Figura 17- La superficie piezométrica de un acuífero superficial tendrá forma de valle bajo un **río ganador (figura a)** y adquirirá forma elevada al recibir recarga de un **río perdedor (figura b)**

Las **fases para la realización de un mapa de isopiezas** serían:

- Medida del nivel piezométrico en diversos puntos (los más posibles). Hay que obtener la cota del nivel del agua, que es igual a la cota del terreno menos la profundidad del agua. Esta última se mide con un **hidronivel**, con precisión de 1 cm. La cota del terreno con mapas o altímetros, que generalmente tendrán un error mínimo de 1 metro. En estudios de detalle, un topógrafo marca la cota del terreno en cada pozo con precisión de milímetros.
- Situación sobre el mapa de todas las medidas y trazado de las isolíneas con una equidistancia determinada (la equidistancia entre isolíneas se elegirá dependiendo de la escala del mapa, la cantidad de datos disponibles y la variabilidad de éstos).

- Dibujo de las líneas de flujo perpendiculares a las líneas isopiezométricas. En un mapa de isopiezas a veces no se dibujan líneas de flujo. Lo habitual es trazar algunas para indicar las direcciones del flujo, pero no tantas para que formen una malla de cuadrados.

Precauciones:

→ Todos los pozos o piezómetros deben estar abiertos en el mismo acuífero

→ Si se trata de un acuífero con una componente vertical apreciable (figura 15, izquierda), las medidas deberían ser próximas a la superficie freática, o al menos de profundidades similares, si el acuífero es de gran espesor, ya que el potencial hidráulico (y por tanto el nivel del agua) varía a lo largo de una misma vertical.

→ Las medidas deben tomarse en un lapso de tiempo breve, para que las variaciones temporales de los niveles no afecten a la distribución espacial de los mismos.

Expresión analítica de la superficie freática, cálculo del caudal

Una superficie freática real (por ejemplo, figura 14-b) no responde a una ecuación, pero en unas condiciones idealmente simplificadas sí podemos hallarla, lo que puede resultar aplicable en situaciones reales.

Consideremos un bloque de material poroso, isótropo y homogéneo, representado en la figura 18. Vamos a considerar una lámina de 1 m de espesor , según se indica en la figura.

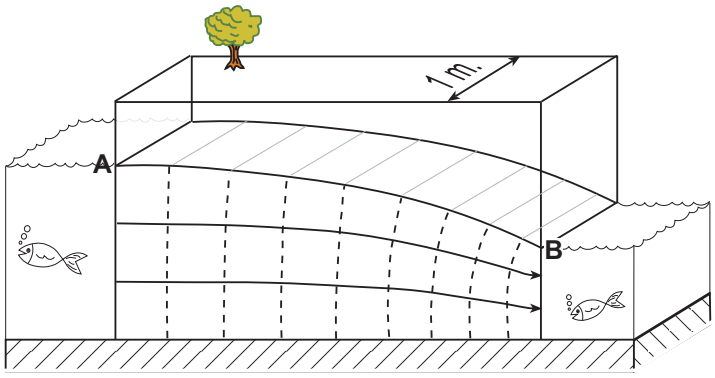


Figura 18.- Flujo entre dos masas de agua de nivel constante (AB: superficie freática)

La pendiente de la superficie freática (AB) se va incrementando hacia la derecha debido a la ley de Darcy. Efectivamente, si suponemos un régimen permanente, el mismo caudal que entra por la izquierda sale por la derecha. De los tres factores de la ley de Darcy ($Q = K \cdot$ *sección* $\cdot$ *gradiente*) K es constante, y como la *sección* va disminuyendo de izquierda a derecha, el *gradiente* debe ir aumentando en la misma proporción para que el producto sea constante.

Inicialmente hemos de hacer la simplificación de que el flujo es horizontal[5] (Fig. 19). A la escala de este dibujo conllevaría un error notable, pero a escala real generalmente es despreciable (por ej.: distancia AB horizontal= 500 m., diferencia en vertical= 20 m.).

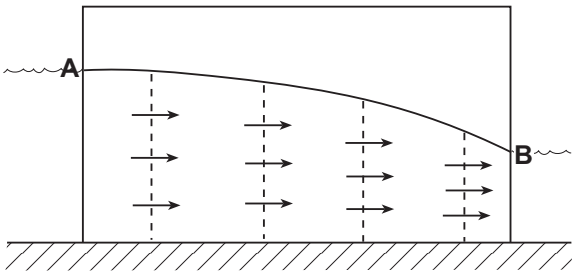


Figura 19.- Asunción de Dupuit: Consideramos el flujo horizontal

El caudal que atraviesa la sección vertical

[5] Se conocen como "asunciones (o supuestos) de Dupuit" (Dupuit, 1863, en Davis, y de Wiest, 1966 o en Hiscock, 2005).

indicada en la figura 20, según la ley de Darcy será:

Q = [sección] · K · gradiente

$$Q = -[h \cdot 1] \cdot K \cdot \frac{dh}{dx} \qquad (1)$$

$$Q \cdot dx = -h \cdot K \cdot dh \qquad (2)$$

Integrando, resulta:

$$Q \cdot x = -K \cdot \frac{h^2}{2} + C \qquad (3)$$

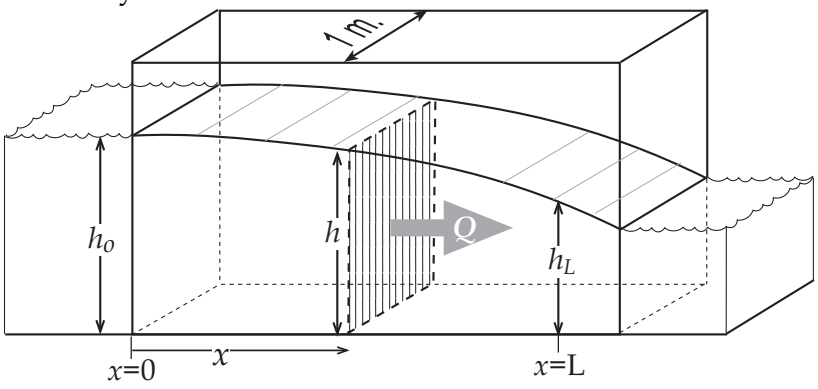


Figura 20.- Cálculo del caudal

C es la constante de integración, y podemos obtener su valor aplicando unos valores concretos en (3): x =0 y $h = h_0$ (ver en fig. 18), resultando:

$$0 = -K \cdot \frac{h_0^2}{2} + C \quad ; \quad C = K \cdot \frac{h_0^2}{2} \qquad (4)$$

Introduciendo este valor de C en la ecuación (3) resulta:

$$Q \cdot x = -K \cdot \frac{h^2}{2} + K \cdot \frac{h_0^2}{2} = \frac{K}{2} (h_0^2 - h^2) \qquad (5)$$

Finalmente, despejando el caudal:

$$Q = \frac{K}{2x} (h_0^2 - h^2) \qquad (6)$$

Cálculo del caudal

Para calcular el caudal basta aplicar en (6) una altura conocida h a cualquier distancia x; por ejemplo, en la figura 20 conocemos la pareja de valores: x = L ; $h = h_L$:

$$Q = \frac{K}{2L} (h_0^2 - h_L^2) \qquad (7)$$

Ejemplo: En un caso como el indicado en las figuras 18 y 20 queremos calcular el caudal circulante por metro de espesor (perpendicular al dibujo). K = 4,7 m/día, h_0= 14 metros, h_L=9 metros; L= 350 metros.

Solución: Aplicando la fórmula (7) obtenemos el caudal por metro:

$$Q = \frac{4,7}{2 \cdot 350} (14^2 - 9^2) = 0,77 \text{ m}^3/\text{día}$$

[Todas las alturas h están medidas desde la base del acuífero (espesores saturados)]

Cálculo de la altura del agua, trazado de la superficie freática

Para calcular la altura del agua (h) existente a una distancia x, igualamos las dos expresiones de Q (6) y (7), y despejamos h (ver la figura 20):

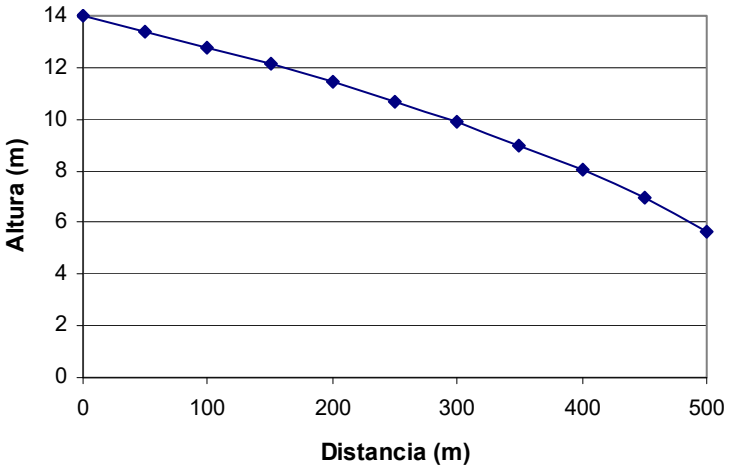
$$h = \sqrt{h_0^2 - \frac{(h_0^2 - h_L^2)}{L} x} \qquad (8)$$

Ejemplo: Calcular con los datos del ejemplo anterior la forma de la superficie freática.

Solución: Por ejemplo para $x = 50$ metros, aplicando (8):

$$h = \sqrt{14^2 - \frac{(14^2 - 9^2)}{350} 50} = 13{,}4 \text{ metros}$$

Para dibujar la superficie freática, se ha calculado la fórmula (8) en Excel para valores sucesivos de x, y los resultados se representan en la figura adjunta:



Superficie freática con recarga

Otro caso simplificado se presenta en la figura 22: el acuífero comprendido entre dos valles en los que el agua se encuentra a la misma altura. La superficie freática tiene la forma mostrada a causa de la recarga uniforme.

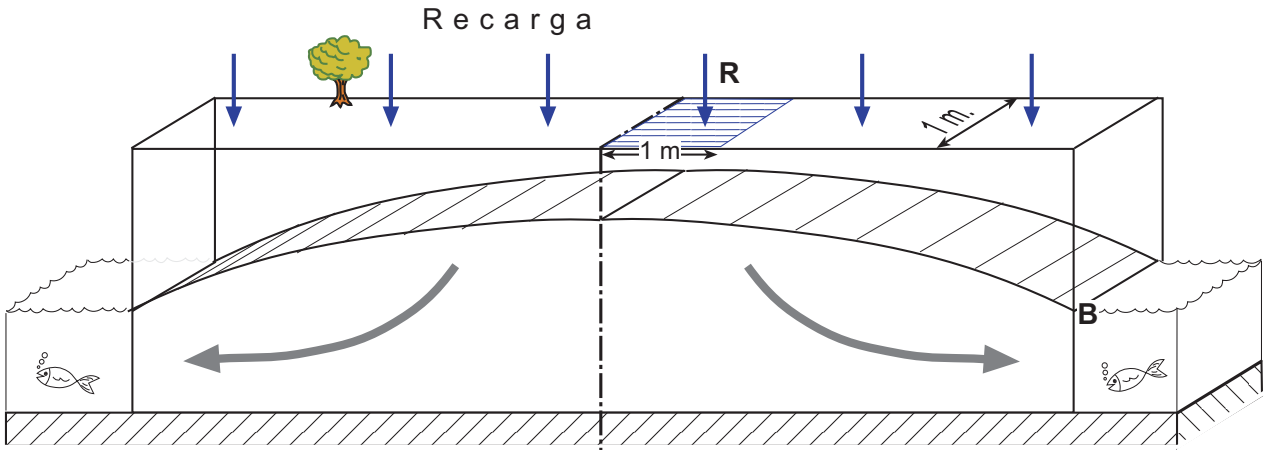


Figura 22.- Superficie freática generada por una recarga uniforme

Para los cálculos, consideraremos la recarga **R** por unidad de superficie (área rayada en la figura 22) con unidades de caudal (m^3/día).

Es un **área unidad** porque, igual que en el caso anterior, consideramos una lámina vertical de terreno de 1 metro de espesor y ahora (fig. 22) hemos señalado 1 metro en sentido horizontal (eje x).

Vamos a estudiar la mitad derecha de la figura 22, ya que el fenómeno es simétrico: figura 23.

Se aprecia en la figura que el caudal Q que atraviesa la sección vertical a una distancia x de la divisoria debe ser igual a la recarga recibida verticalmente en el área rayada en el plano superior, es decir:

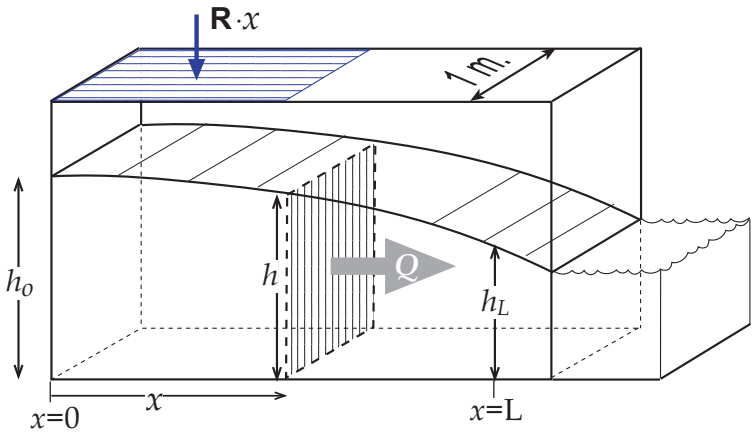


Figura 23.- Cálculo sobre el modelo de la figura 20

$$Q = R \cdot x \qquad (9)$$

Aplicando el valor de Q que obtuvimos en (1):

$$-K \cdot h \cdot \frac{dh}{dx} = R \cdot x \qquad ; \qquad -K \cdot h \cdot \mathrm{d}h = R \cdot x \cdot \mathrm{d}x \tag{10}$$

Integrando:

$$-K \cdot \frac{h^2}{2} + C = R \cdot \frac{x^2}{2} + C' \tag{11}$$

Aplicando esta expresión para los valores: $x = L$; $h = h_L$:

$$-K \cdot \frac{h_L^2}{2} + C = R \cdot \frac{L^2}{2} + C' \tag{12}$$

Restando las ecuaciones (12) – (11) :

$$\frac{K}{2} \cdot (h^2 - h_L^2) = \frac{R}{2} \cdot (L^2 - x^2) \qquad ; \qquad h^2 - h_L^2 = \frac{R}{K} \cdot (L^2 - x^2) \tag{13}$$

Despejando h:

$$h = \sqrt{\frac{R}{K}(L^2 - x^2) + h_L^2} \tag{14}$$

donde: R = Recarga por m² (m³/día)
K = Conductividad hidráulica (m/día)
h_L = Espesor saturado a una distancia L (metros)
h = Espesor saturado a una distancia x (metros)

Ejemplo: Entre dos ríos paralelos se recoge una infiltración de 2 mm./día. La conductividad hidráulica de los materiales es de 17 m/día. A una distancia de 235 metros de la divisoria, la altura de la superficie freática (espesor saturado del acuífero) es de h_L = 6,2 metros. (a) Calcular la altura del agua a 100 m. de la divisoria. (b) Dibujar la forma de la superficie freática.

Solución:

L = 235 m. ; h_L = 6,2 m.

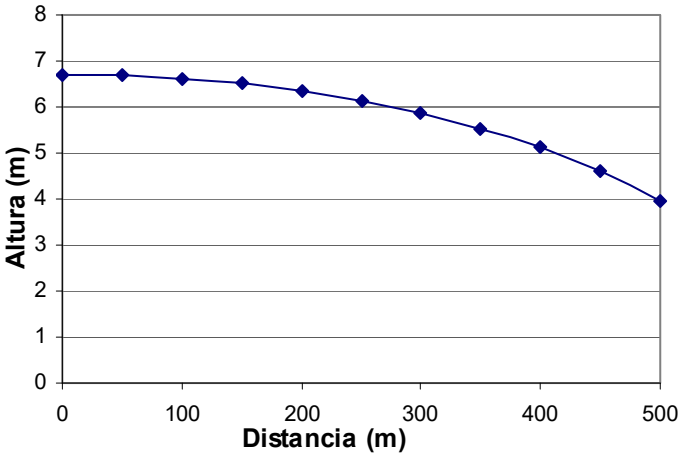
R = 2 mm/dia = 2 dm³/dia = 2 ·10⁻³ m³/dia

(Una lámina de 1 mm. sobre una superficie de 1 m² equivale a un volumen de 1 dm³)

Aplicando la fórmula (14) para x = 50 metros:

$$h = \sqrt{\frac{0{,}002}{17}(235^2 - 100^2) + 6{,}2^2} = 6{,}62 \text{ m.}$$

Realizando el mismo cálculo para varios valores de x en Excel, se consigue la superficie completa (la mitad derecha):



Inversamente, conociendo los espesores saturados (h_L y h) a dos distancias (L y x), de la expresión (13) se puede calcular la recarga R.

Fundamentos de los modelos de flujo de agua subterránea

Planteamiento del problema

Pretendemos solamente exponer de modo muy elemental el fundamento de los modelos de flujo subterráneo, para comprender cómo un ordenador puede prededir el comportamiento de del agua en el subsuelo sin más herramientas que la Ley de Darcy.

Cuando nos enfrentamos al problema de **predecir el comportamiento de los niveles de un acuífero como respuesta a bombeos u otros estímulos**, las soluciones analíticas (fórmulas: Theis, Jacob, etc.) tienen un límite cuando el medio hidrogeológico u otras circunstancias son muy complejos: varias capas con cambios laterales, caudales de bombeo variables, etc. El problema se complica si queremos calcular cual será el comportamiento del acuífero a lo largo de varios años, interviniendo en este caso las precipitaciones, caudales drenados por los ríos, etc.

En los años 60 y 70 se realizaron **simulaciones electrónicas**: se realizaba una maqueta del acuífero en la que una maraña de resistencias y condensadores simulaban respectivamente las distintas permeabilidades y los coeficientes de almacenamiento. Evidentemente, el flujo eléctrico hacía el papel del agua y el potencial eléctrico equivalía al potencial hidráulico. La solución era muy laboriosa y bastante limitada.

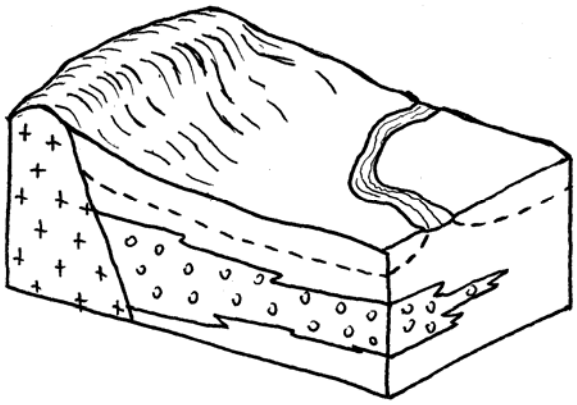
Un modelo *numérico* (o *modelo matemático*, o *digital*) consiste en la creación en un ordenador de un mundo virtual que sea equivalente al medio físico, y que, mediante las operaciones adecuadas, calculará la evolución de los niveles y el flujo hídrico producido, todo ello en los incrementos de tiempo que se le soliciten. Más concretamente el trabajo del modelo consistirá en lo siguiente:

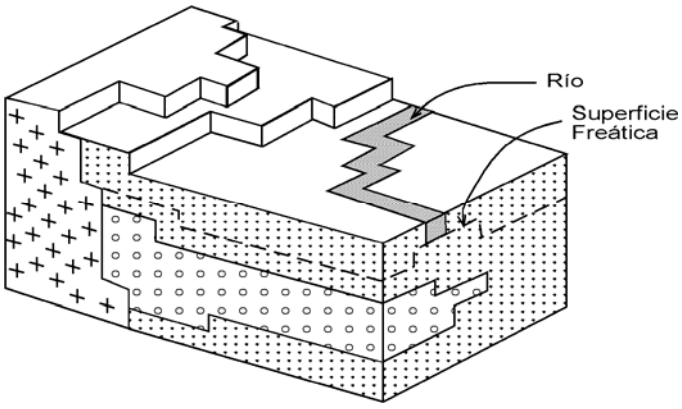
Datos que le proporcionamos:

- Geometría de las formaciones: forma de las capas, espesores
- Forma de la superficie piezométrica en el instante inicial
- Transmisividades, coeficientes de almacenamiento y porosidades
- Opcionalmente: caudales de bombeo o inyección, infiltración a partir de las precipitaciones o desde ríos, zanjas de drenaje, etc.

Problema que debe resolver:

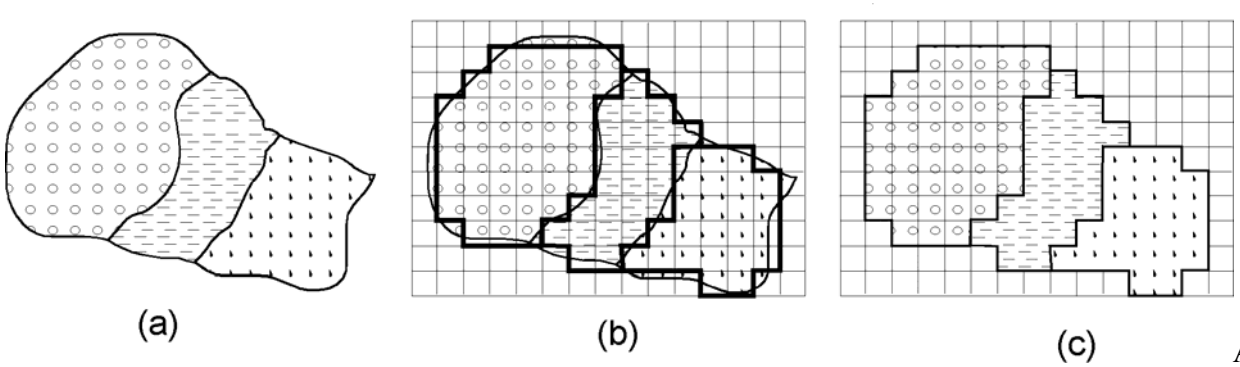
Cual será la evolución de la superficie piezométrica a partir de un instante inicial, sin estímulos externos o bien teniendo en cuenta: determinados bombeos, la infiltración de las precipitaciones, la salida de flujo subterráneo hacia los cauces, etc.





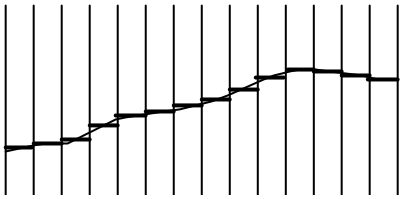
Discretización del medio

El mundo real es continuo, y discretizarlo es dividirlo en elementos o celdas. Para ello, el ordenador superpone una rejilla sobre la cartografía real y asimila las líneas reales, que son irregulares, a líneas poligonales que se ajusten a la rejilla superpuesta.



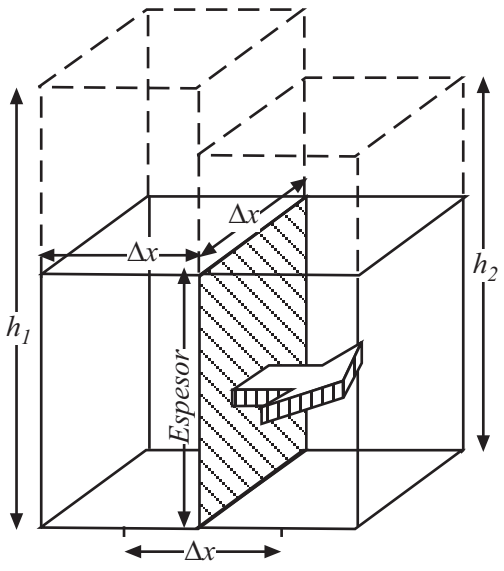
Además de discretizar los contactos geológicos, también quedan discretizadas todas las líneas y superficies: superficie piezométrica o freática, la topografía, los contactos entre capas... (ver figura de la página anterior).

Consideraremos que **dentro de cada una de las celdas el medio es absolutamente homogéneo** (permeabilidad, nivel del agua,...) y que, si en una celdilla el nivel piezométrico es más elevado que en alguna de las adyacentes, el flujo se producirá perpendicularmente a las superficies laterales de las celdillas.



Perfil transversal de la topografía (podría ser la superficie piezométrica o el contacto entre dos capas).
La superficie original, continua, queda en forma de escalones.

El tamaño de las celdillas determinará que esas líneas y superficies escalonadas se ajusten lo más posible a la realidad. Esto afectará a la precisión del modelo en general : por ejemplo, si las celdas son de 100x100 metros no podremos esperar que el modelo nos proporcione el descenso producido a 120, 140 y 165 metros del pozo que bombea, puesto que la superficie piezométrica estaría formada por cuadros de 100x100 metros. Pero, por otra parte, tampoco se puede trabajar con un número excesivo de celdas, pues, como veremos más adelante, el ordenador deberá resolver un sistema de ecuaciones con tantas ecuaciones como celdas tenga el modelo. Para solventar en parte este compromiso, en lugar de utilizar una rejilla cuadrada homogénea, se disponen celdas mas pequeñas en las proximidades de captaciones u otros puntos singulares.



Realización de los cálculos

Cada modelo realizará los cálculos de un modo distinto, pero para simplificar, vamos a suponer un modelo de una sola capa horizontal, que hemos discretizado con una retícula de celdas cuadradas de tamaño Δx.

Entre dos celdas adyacentes, aplicando la **Ley de Darcy** , circulará el siguiente caudal:

$$Caudal = Sección \times K \times \frac{\Delta h}{\Delta l} \qquad (1)$$

donde K= conductividad hidráulica y Δh es la diferencia de altura de agua entre dos puntos separados por una distancia Δl

Como hemos supuesto que las celdas son de base cuadrada, $\Delta l = \Delta x$. La sección de paso del agua de una celda a la otra sería Δx por el espesor del acuífero (ver la Figura 1):

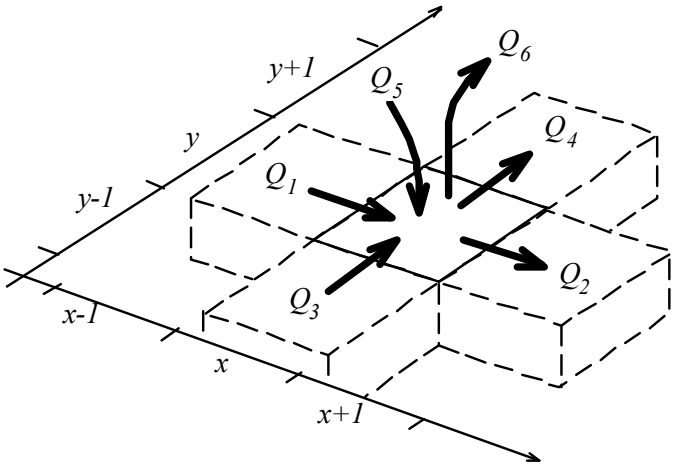
$$Q = \Delta x \times espesor \times K \times \frac{h_1 - h_2}{\Delta x} \qquad (2)$$

Y, como el espesor por la conductividad hidráulica es igual a la Transmisividad, y (al haber determinado celdas cuadradas) la distancia entre las dos celdas (Δx) es la misma que la anchura de la celda, resulta:

$$Q = T \times (h_1 - h_2) \qquad (3)$$

Ahora consideraremos el **balance de entradas y salidas de agua en una celda** de coordenadas (x,y) en un incremento de tiempo determinado Δt :

$$\Sigma\, entradas = \Sigma\, salidas \pm \Delta\, almacenamiento \qquad (4)$$



En la figura adjunta hemos llamado Q_1, Q_2, Q_3 y Q_4 a los caudales que circulan a través de las cuatro caras de la celdilla considerada. La dirección indicada en la figura es arbitraria, y hace que consideremos a Q_1 y Q_3 como entradas y Q_2 y Q_4 como salidas, pero si en la realidad alguna de ellas fuera en sentido contrario, bastaría con asignarle un valor negativo. En la misma Figura 2 representamos los caudales Q_5 y Q_6 respectivamente para otras entradas (por ejemplo, recarga procedente de infiltración o de otro acuífero) y otras salidas (por ejemplo, hacia otro acuífero o extracciones por bombeo). Por tanto, la ecuación (4) resulta:

$$Q_1 + Q_3 + Q_5 = Q_2 + Q_4 + Q_6 \pm \Delta\, almacenamiento \qquad (5)$$

El Δ*almacenamiento* aparece como una variación de volumen, pero en la ecuación (5) no podemos sumar volúmenes con caudales, así que debemos expresarlo como un caudal. Dijimos que calculábamos el balance de esa celda para un Δt, por tanto si ha salido (o entrado) un volumen Δ*volumen* en un tiempo Δt, el Δ*almacenamiento* expresado como caudal, será igua a:

$$\Delta almacenamiento = \frac{\Delta volumen}{\Delta t} \qquad (6)$$

El Δ*volumen* podremos calcularlo multiplicando la variación del nivel piezométrico en esa celda (=nivel tras el Δt – nivel antes del Δt) por la base de la celda (Δx^2) y por el coeficiente de almacenamiento (*S*), con lo que la fórmula (6) resulta:

$$\Delta almacenamiento = \frac{\left(h^{TRAS\ EL\ \Delta t} - h^{ANTERIOR}\right) \times \Delta x^2 \times S}{\Delta t} \qquad (7)$$

Ya podemos excribir el balance para la celda (x,y). Sustituyendo (3) y (7) en (5), resulta:

$$T_1(h_{x-1,y} - h_{x,y}) + T_3(h_{x,y-1} - h_{x,y}) + Recarga_{x,y} =$$

$$= T_2(h_{x,y} - h_{x+1,y}) + T_4(h_{x,y} - h_{x,y+1}) + Bombeo_{x,y} \pm \frac{\left(h_{x,y} - h_{x,y}^{ANTERIOR}\right) \times \Delta x^2 \times S_{x,y}}{\Delta t} \qquad (8)$$

(En los sumandos *Recarga* y *Bombeo* se incluirían además, respectivamente, otras entradas y salidas de la celda *x,y*).

Esta ecuación no puede resolverse sola ya que tiene 5 incógnitas: $h_{x,y}$, $h_{x-1,y}$, etc. es decir: los niveles en las 5 celdas (la *x,y* y las cuatro adyacentes), las demás variables son datos conocidos:

$S_{x,y}$ = Coeficiente de almacenamiento de esa celda
$Recarga_{x,y}$ = Otras entradas en esa celda, como la infiltración
$Bombeo_{x,y}$ = Otras salidas, como el bombeo, si hay un pozo en esa celda
$h_{x,y}^{ANTERIOR}$ = nivel del agua en esa celda al comienzo del Δt considerado
Δx^2 = tamaño de la celda
Δt = tiempo para el cálculo

Pero si escribimos la ecuación (8) para todas las celdas del modelo, supongamos que tiene 1200 celdas, ya tendremos un sistema con 1200 ecuaciones y 1200 incógnitas (los niveles de la 1200 celdas tras el Δt). Resuelto el sistema de ecuaciones, conocemos los niveles $h_{x,y}$ de las 1200 celdas, los cuales se utilizan inmedatamente como dato de entrada ($h_{x,y}^{ANTERIOR}$) para resolver el mismo sistema de ecuaciones otra vez para el siguiente incremento de tiempo.

Calibración o validación del modelo

Si hacemos trabajar a nuestro modelo para que pronostique la evolución de los niveles en el futuro, habrá que esperar a que el futuro llegue y comprobar si acertó (Esto no parece práctico). En cambio, si tenemos datos suficientes, podemos hacer funcionar el modelo desde una fecha anterior, por ejemplo a partir de 1980. Si disponemos de datos de la evolución de los niveles piezométricos en uno o varios pozos desde 1980 hasta la actualidad, podremos comprobar si las predicciones del modelo son fiables. Como los datos de permeabilidades y coeficientes de almacenamiento que introdujimos en el modelo probablemente eran extrapolaciones de unos pocos datos disponibles, éste será el momento de introducir cambios en estos parámetros y correr el modelo de nuevo a partir de 1980, hasta lograr que la evolución de niveles facilitada por el modelo se parezca lo más posible a la que sucedió realmente.

Precaución: Podría suceder que, disponiendo de muy pocos datos sobre la estructura y parámetros del medio, y después de muchos intentos ensayo/error, consiguiéramos reproducir la evolución de niveles que se produjo en el periodo histórico considerado. Esto no significaría necesariamente que todos los parámetros y magnitudes introducidos coincidan con las reales, ya que diversas combinaciones de esos valores pueden dar el mismo resultado

La fase en la que cambiamos los parámetros del modelo es la **calibración**. La **validación** es la fase siguiente en que comprobamos (con los parámetros adoptados en la calibración) que los resultados producidos por el modelo coinciden con la realidad (para otro periodo distinto).

Las cosas no son tan simples

La descripción simplificada de los cálculos que se ha expuesto se basa en el antiguo modelo de Prickett y Lonquist (1971). Si se desea considerar conjuntamente varias capas superpuestas, a los cálculos que hemos estudiado habría que añadir el flujo de cada celdilla con la de arrriba y con la de abajo.

El modelo MODFLOW (McDonald et al., 1988), que es actualmente el estándar mundial, comienza considerando un conjunto tridimensional de celdas y puede verse una descripción de su fundamento en Domenico & Schwartz (1998, p.145).

Bibliografía

Domenico, P. A. & Schwartz, F. W. (1998).- *Physical and chemical hydrogeology*. Wiley, 502 pp.

McDonald, M.G., Harbaugh, A.W. (1988).- A modular three-dimensional finite-difference ground-water flow model: U.S. Geological Survey, *Techniques of Water-Resources Investigations*, **6**.

Prickett, T.A., Lonnquist, C.G. (1971).- Selected digital computer techniques for groundwater resource evaluation: Illinois State Water simulation Survey, *Report of Investigation,* **55**, 62 p.

Exploración hidrogeológica para la captación de agua subterránea

Objetivo de un estudio hidrogeológico

Las actuaciones prácticas del hidrogeólogo[1] pueden ser muy variadas, en muchos casos utilizando conjuntamente conceptos y técnicas de hidrología superficial y subterránea. Si nos centramos en trabajos relacionados exclusivamente con las **aguas subterráneas**, la mayoría de las actuaciones pueden encuadrarse en uno de estos campos:

- **Aprovechamiento del agua como un recurso**, por ejemplo:
  - Elegir el punto idóneo para realizar una obra de captación.
  - Decidir características óptimas de la captación: tipo, profundidad, situación de las rejillas (si se trata de un sondeo), colocación de la bomba, caudal de bombeo, etc.
  - Gestión de los recursos de una zona: diseñar la explotación (o la recarga) para maximizar los recursos disponibles y minimizar los efectos negativos en los acuíferos (sobreexplotación, salinización, limitaciones legales...) o en la superficie (desecación de zonas húmedas, de los cauces superficiales,...).
- **Calidad del agua subterránea, contaminación**. En este campo las actuaciones son muy diversas, pero pueden englobarse en dos tipos:
  - **Previsión y control**: Estudio del impacto ambiental que se produciría si se construyera una industria o explotación agropecuaria, diseño de redes de control para detectar inmediatamente una contaminación si llegara a producirse, delineación del área de influencia de una captación, etc.
  - **Actuación sobre un caso de contaminación** ya producido: trabajos de restauración de suelos y acuíferos, o investigación del origen de una contaminación observada.
- **Intervención del agua subterránea en diversos procesos**, como cimentaciones; inundación de sótanos, túneles, minas; estabilidad de taludes; yacimientos minerales; explotación geotérmica; etc. En estos casos, el hidrogeólogo será consultado por el geotécnico, arquitecto, ingeniero o especialista correspondiente.

Los objetivos buscados en los dos primeros campos muchas veces son opuestos: En las actuaciones del primer grupo (aprovechamiento del recurso) buscaremos materiales de la mayor permeabilidad y porosidad posibles (buenos acuíferos). En el segundo grupo, el objetivo es el contrario: donde se vaya a establecer un potencial foco de contaminación o donde ésta ya se haya producido, preferiremos la existencia de formaciones impermeables.

Todo lo anterior se refiere a aplicaciones prácticas de la Hidrogeología. Una ciencia no necesita tener una aplicación inmediata; los **estudios científicos** de las aguas subterráneas persiguen conocer el medio y los procesos hidrogeológicos. En este campo se realizan actuaciones muy variadas: estudios hidrogeológicos regionales, investigación de aspectos concretos del flujo subterráneo, de procesos hidroquímicos, etc.

[1] La palabra *hidrogeólogo* se refiere aquí a cualquier profesional cuyo trabajo está aplicado a las aguas subterráneas y el medio natural en que se encuentran, independientemente de su titulación académica.

Conocimientos necesarios

El agua subterránea está contenida en y se mueve a través de las **formaciones geológicas**. Por tanto, para realizar cualquier estudio relacionado con el agua subterránea, el hidrogeólogo básicamente debe disponer de dos tipos de conocimientos:

- **Hidrología Subterránea**: comprensión de los **parámetros** característicos y las **leyes** que rigen el almacenamiento y movimiento del agua en medios porosos y fracturados.
- **Geología**: un conocimiento lo más completo posible de las características geológicas de la zona: tipo de roca (arenisca, caliza, esquistos,...), sus propiedades (granulometría, cementación,...) y la estructura o disposición de los materiales (plegamiento, fracturación,...).

Otras disciplinas utilizadas en los estudios hidrogeológicos son, entre otras:

- **Prospección geofísica**. Técnicas para conocer la naturaleza de los materiales existentes en profundidad o sus espesores.
- **Hidroquímica**. El hidrogeólogo necesita conocimientos de química para comprobar si la calidad del agua subterránea se ajusta a las normas de su utilización (abastecimiento urbano, agricultura, industria) o para comprender los procesos químicos entre el agua subterránea y los materiales geológicos que la contienen.
- **Tecnología de perforaciones.** En un lugar determinado la diferencia entre el éxito y el fracaso (lograr el caudal deseado o no) puede estar en el tipo de captación elegida y en la adecuada realización de ésta, sobre todo si se trata de un sondeo. Imprescindible: Misstear et al. (2006); también tratan este tema Driscoll (1986), Martínez (1998) y López (2001).

Posibilidades hidrogeológicas: Una primera aproximación

Supongamos que necesitamos obtener un cierto caudal de agua subterránea, si no existe posibilidad (real o legal) de utilizar aguas superficiales.

Situamos el área estudiada sobre un mapa geológico. Como una primera generalización consideraremos las formaciones geológicas en el siguiente orden de prelación:

- **Formaciones no consolidadas.** Aluviales, coberteras de alteración de rocas plutónicas,... suelen constituir buenos acuíferos por su escasa compactación, aunque su espesor generalmente escaso es un factor limitante. Los caudales dependen de la granulometría, ver lo indicado en el apartado siguiente.
- **Rocas sedimentarias químicas**. Las más frecuentes son las calizas, que en principio constituyen un objetivo primordial. Dependerá del tipo de caliza y de su grado de karstificación, pero en algunas regiones no son raros los caudales de 100 litros/seg.
- **Rocas sedimentarias detríticas** (conglomerados, areniscas,...). Presentan una enorme variabilidad. Si la granulometría es gruesa y la compactación y cementación no son importantes, constituyen acuíferos excelentes; un sondeo de unas decenas de metros puede proporcionar más de 20 litros/seg. En cambio, los detríticos más finos (limos, arcillas) son prácticamente impermeables; sondeos de centenares de metros de profundidad en estas litologías no proporcionan ningún caudal.
- **Rocas ígneas y metamórficas** generalmente presentan pobres posibilidades acuíferas. Las consideraremos en último lugar. Es excepcional que una captación en estas rocas proporcione un caudal superior a 2 litros/seg.

En todos estos medios geológicos, debemos considerar si el agua se encuentra en poros o en fisuras:

- **Porosidad y permeabilidad intergranulares**. El agua está contenida y circula a través de los poros o espacios existentes entre los granos o partículas de la formación. Habrá que tener en cuenta la granulometría, la compactación y cementación de los granos.
- **Porosidad y permeabilidad intergrranulares y por fisuración.** En materiales geológicos sin porosidad intergranular, las únicas aberturas donde puede contenerse agua y por las que puede circular son fracturas o fisuras producidos después de la formación de la roca. Por esto a ésta se la denomina *porosidad secundaria* en contraposición con la *porosidad primaria*, que se refiere a la que ya existía en la roca desde su formación (los poros entre los granos).

En rocas sedimentarias pueden presentarse una **doble porosidad** y **permeabilidad**: a través de los poros y a través de las fisuras y planos de sedimentación. Por ejemplo, una arenisca puede presentar una permeabilidad intergranular y otra permeabilidad a través de fracturas y de planos de interestratificación; funcionarán simultáneamente los dos tipos, si realizáramos un bombeo de ensayo, el valor obtenido sería una combinación de ambas permeabilidades.

Las **rocas volcánicas** que pueden presentar una porosidad y permeabilidad excelentes, *primaria*, ya que existe desde el momento en que se formó la roca, pero no intergranular, sino en las escorias de la colada volcánica y por las fisuras verticales producidas al enfriarse la lava.

Materiales no consolidados

Son materiales que no están cementados ni fuertemente cohesionados.

Puede tratarse de **sedimentos,** materiales que han sufrido transporte hasta depositarse donde ahora los encontramos; por ejemplo los aluviales, coluviones, abanicos aluviales. También existen **otros materiales no consolidados** que no han sufrido ningún desplazamiento, se encuentran donde se han formado, como el caso de la cobertera de alteración de una roca granítica.

Este tipo de depósitos son superficiales y como máximo de unas decenas de metros de espesor.

En general, los materiales no consolidados pueden constituir buenos acuíferos precisamente por su escasa compactación, aunque su potencial como acuífero depende de dos factores:

- Granulometría: más grueso y más homométrico, mejor. Las gravas o arenas gruesas constituyen acuíferos excelentes y en cambio los limos y arcillas presentan valores muy bajos de permeabilidad y porosidad eficaz.
- Espesor. Si el espesor saturado es pequeño, eso va a limitar la transmisividad y por tanto los caudales obtenidos. También se afectan fácilmente por los años secos o épocas de sequía (descenso de la superficie freática).

Relación de la permeabilidad con la granulometría

Para el caso de los materiales granulares se han establecido diversas fórmulas y gráficos que facilitan aproximadamente la conductividad hidráulica a partir de la granulometría y en algún caso en función de la porosidad. Todas estas expresiones son estimaciones, pero a veces cualquier aproximación es mejor que nada. No hay que olvidar que todas estas fórmulas se refieren a sedimentos granulares, no a rocas consolidadas, aunque se ha aplicado a areniscas (Ishaku et al., 2011).

La expresión de **Hazen**[2], 1911, en Weight, 2008, p.108) es la más utilizada por su sencillez:

$$K\ (\text{m/día}) = 8{,}64 \cdot C \cdot d_{10}^2$$

[2] En la expresión original de Hazen no aparece el coeficiente 8,64 que se muestra aquí, porque el d_{10} se introduce en cm y la K se obtiene en cm/s. y. Ese factor 8,64 es nos permite introducir d_{10} en mm y nos devuelve el resultado (K) en metros/dia.

donde: d_{10} = diámetro (mm) que deja pasar el 10% de los granos (10% menor, 90% mayor)
C = coeficiente que depende del tamaño de grano y de la uniformidad.

En la figura 1 pueden leerse (muy aproximadamente) los valores de la constante C :

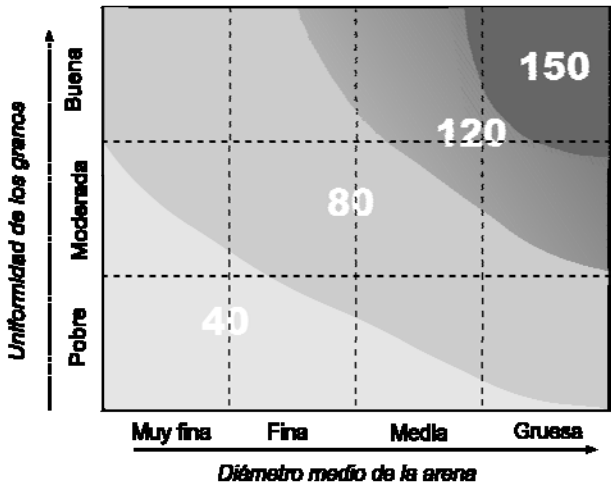


Fig. 1.-Estimación del coeficiente C de Hazen [gráfico elaborado a partir de valores numéricos de Weight (2008)]

Para evaluar la uniformidad (homometría) se utiliza el **coeficiente de uniformidad *U***:

$$U = d_{60} / d_{10}$$

donde:
d_{60} = diámetro que deja pasar el 60% de los granos (60% menor, 40% mayor)
d_{10} = diámetro que deja pasar el 10% de los granos (10% menor, 90% mayor)

El sedimento se considera mal clasificado (poco uniforme, heterométrico) si $U>6$. Está bien clasificado (uniforme, homométrico) si $U < 3$ y moderadamente clasificado para valores de U entre 3 y 6. [3]

Aún más simple es la expresión del **U.S.Bureau of Reclamation** (en Kasenow, 2002, p.83):

$$K = 311 \cdot d_{20}$$

donde: d_{20} = diámetro (mm) que deja pasar el 20% de los granos (20% menor, 80% mayor)
K = conductividad hidraúlica (m/día)

Las **expresiones más complejas** tienen esta estructura común (Vukovic y Soro, 1992, citado en Odong, 2007):

$$K = \frac{g}{\nu} \cdot [Coef.uniformidad] \cdot [Función\_de\_la\_porosidad] \cdot d_e^2 \qquad (3)$$

donde: d_e = diámetro efectivo, que en algunas fórmulas es d_{10}, en otras debe calcularse
g = aceleración de la gravedad
ν = viscosidad cinemática

En el tema *Ley de Darcy* vimos que :

$$K = k \cdot \frac{g}{\nu} \qquad (4)$$

donde: K= permeabilidad intrínseca, propia del medio.

Comparando (4) con (3) observamos que los tres últimos factores de (3) evalúan la k (permeabilidad intrínseca), y al multiplicarla por (g/ ν) se convierte en K (conductividad hidráulica).

La descripción de varias fórmulas se encuentra en Kasenow (2002), Odong (2007), Vienken y Dietrich (2011).

El *Coeficiente de Uniformidad* y la *Función de la porosidad* varían de unas fórmulas a otras. Quizá la más 'prestigiosa' sea la fórmula de **Kozeny-Carman**, que en su versión más simplificada es (Odong, 2007):

$$K = \frac{g}{\nu} \times 8.3 \times 10^{-3} \left[\frac{m^3}{(1-m)^2} \right] d_{10}^2$$

donde: K= conductividad hidráulica (m/s); g= gravedad (m/s²) ;
ν = viscosidad cinemática (m²/s) ; m = porosidad ; d_{10} = diámetro 10% (metros)

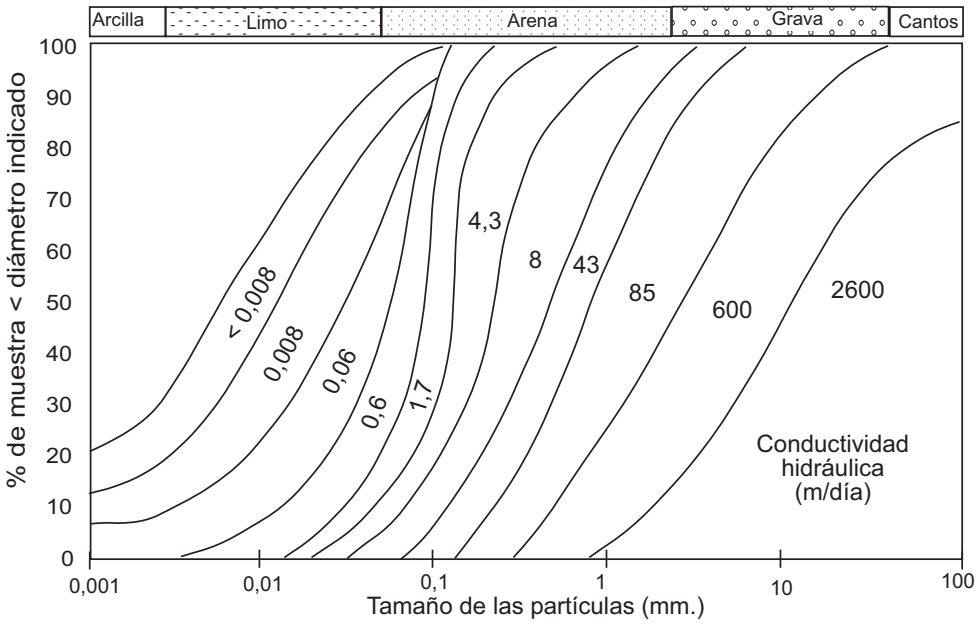
Por ejemplo, a 18 ºC, para m = 0,25 y d_{10} = 0,7 mm:

$$K(m/s) = \frac{9,8}{1,055 \cdot 10^{-6}} \times 8.3 \times 10^{-3} \left[\frac{0,25^3}{(1-0,25)^2} \right] (0,7/1000)^2 = 1,05 \cdot 10^{-3}\, m/s = 90,67 m/dia$$

[3] Estos límites de U (3 y 6) proceden de Weight (2008), según Bear (1972, p.39) es uniforme si U <2

Carrier (2003) ó Chapuis (2003) presentan la misma fórmula (Kozeny-Carman), de modo más elaborado pero con la diferencia de que *m* no es la porosidad sino el **índice de vacíos** [4].

Una aproximación gráfica, sin fórmulas, son las **curvas de Breddin**[5] (1963, en Simoes, 2010): superponiendo una curva granulométrica sobre este gráfico nos indicará aproximadamente la conductividad hidráulica del material. En muchos casos una curva de mayor inclinación que las del gráfico (materiales más heterométricos) cruza varias zonas del gráfico de Breddin, por lo que no resulta aplicable.



Formaciones geológicas con materiales no consolidados

Los **aluviales** constituyen las formaciones detríticas no consolidadas más frecuentes. Los materiales con que el río ha ido rellenando el valle por el que discurre pueden presentar granulometrías variadas distribuidas de acuerdo con una geometría aparentemente anárquica: es el resultado de las divagaciones laterales del cauce y de la alternancia de episodios de gran energía con acarreos de detríticos gruesos con otros momentos con aportes de partículas finas (limos, arcillas).

El primer factor al considerar el potencial hidrogeológico del acuífero aluvial es el tamaño. Las dimensiones de un aluvial son muy variables: la anchura oscila de unas decenas de metros a varios kilómetros, y sus espesores varían en consecuencia.

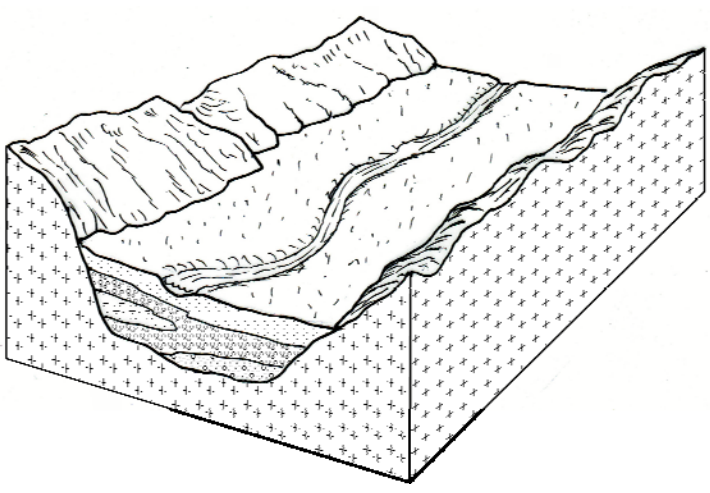


Fig. 3.- Sistema acuífero aluvial encajado en rocas impermeables

El río puede ser continuo o efímero, efluente o influente. También es importante si la roca encajante es impermeable o no. Si el aluvial está encajado en una formación con cierta permeabilidad, puede existir un flujo subterráneo del aluvial a la formación encajante o viceversa.

[4] Porosidad (=vol.huecos / vol.total); Indice de vacíos (=vol.huecos / vol.sólido)
Indice de vacíos = porosidad / (1–porosidad)

[5] Al igual que todas las curvas granulométricas, con frecuencia este gráfico aparece invertido: en el eje horizontal, grueso a la izquierda, fino a la derecha

Los depósitos aluviales no siempre se ciñen al valle por el que discurre el río. En sistemas fluviales trenzados (*braided*) o anastomosados no existe un cauce principal, sino varios cauces que avanzan uniéndose y separándose como una red. Los depósitos generados por los arrastres de tales sistemas fluviales pueden representar importantes acuíferos.

La **cobertera de alteración de una roca compacta** (ígnea, metamórfica) puede generar una cobertera de varios metros de espesor, dependiendo del clima (o del paleoclima). La naturaleza de los materiales resultantes de la alteración pueden ser arenosos (buenos acuíferos) o predominantemente arcillosos. Estos dos factores (espesor y granulometría) determinarán si existe un acuífero interesante. (Ver más adelante el apartado "Rocas duras").

Los **abanicos aluviales** (o conos de deyección) y todo tipo de depósitos de **piedemonte**, **coluviones**, etc. constituyen materiales porosos y permeables, pero normalmente no representan acuíferos importantes.

Captaciones: En general, las captaciones adecuadas son pozos excavados, al tratarse de depósitos incoherentes y de espesor reducido. Si el espesor del acuífero es de unos pocos metros, se obtendrá mejor rendimiento de un pozo excavado que de un sondeo; un pozo con drenes radiales sería la captación óptima.

Caudales: La mayoría de las captaciones en aluviales y otros depósitos superficiales extraen pequeños caudales. Pueden presentar permeabilidades muy altas (detríticos gruesos), por lo que el caudal estará limitado por la disponibilidad de agua: si es un aluvial y el río lleva agua, el caudal puede ser ilimitado, en realidad se está extrayendo agua del río a través de los materiales detríticos del aluvial. Si se trata de una cobertera de alteración, la infiltración procedente de las precipitaciones deberá ser suficiente para compensar las extracciones realizadas.

Prospección: debemos buscar (mediante geología o geofísica) los puntos donde los materiales detríticos presenten mayor espesor y un grano más grueso.

Contaminación: Son zonas sensibles, de alta vulnerabilidad a la contaminación, al estar en superficie y presentar buena permeabilidad.

Rocas sedimentarias

Las rocas sedimentarias de origen marino pueden presentar estratos de extensión kilométrica y relativamente homogéneos. En cambio, las rocas sedimentadas en medios continentales son más frecuentes las capas irregulares y de extensión lateral limitada.

Esta primera diferenciación es fundamental en hidrogeología: en el primer caso (origen marino), las capas atravesadas por un sondeo las encontraremos similares en un entorno próximo; por tanto la herramienta de investigación más fiable será la observación

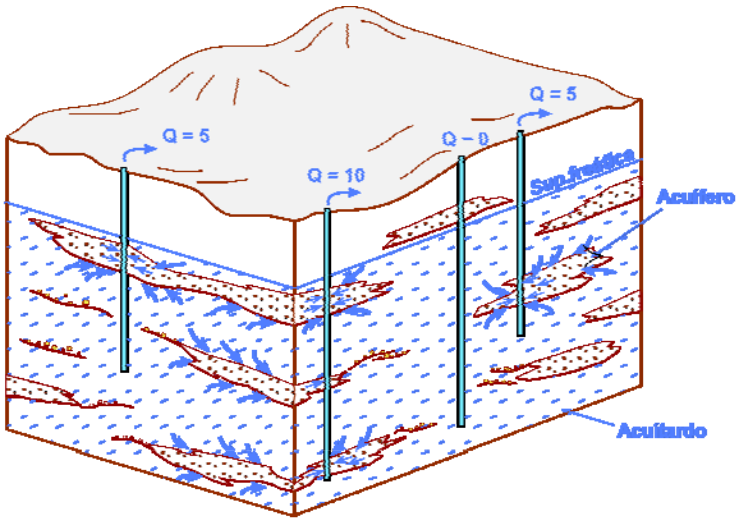


Fig. 4.- Sistema acuífero formado por detríticos en un medio de sedimentación continental: Los detríticos gruesos drenan el agua contenida en los finos (acuitardos). Los caudales supuestos se indican en litros/seg.

de sondeos próximos al área investigada. En cambio, en medios continentales, un sondeo puede atravesar determinados niveles de gravas (acuíferos) y otro sondeo perforado a 100 metros del anterior no encontrar esos niveles y resultar totalmente improductivo.

En la figura 4 se esquematiza la hidrogeología del gran sistema acuífero del Duero, formado por limos y arcillas con intercalaciones de detríticos gruesos que corresponden a paleocauces. La cuenca continental se va rellenando de materiales detríticos, de modo que el antiguo cauce queda cubierto por sedimentos posteriores.

Los finos actúan como acuitardos almacenando grandes volúmenes de agua. Las intercalaciones de arenas o gravas se comportan como acuíferos semiconfinados y drenan el agua contenida en el acuitardo. Si los niveles acuíferos no dispusieran del aporte de agua desde el acuitardo, no podrían mantener un caudal prolongado, debido a su reducida extensión. Si un sondeo no atraviesa ningún nivel de detríticos gruesos, el caudal será muy bajo o nulo.

Observamos en el esquema de a figura 6 que el caudal obtenido por un sondeo depende de las intercalaciones detríticas gruesas atravesadas, y de la extensión lateral de dichas intercalaciones.

Rocas sedimentarias solubles: Calizas, dolomías, yesos

La roca *caliza* está formada por el mineral *calcita* (carbonato cálcico) y las *dolomías* por el mineral *dolomita* (carbonato cálcico magnésico). Existen todos los grados intermedios posibles: *calizas dolomíticas*. En este apartado nos referimos a todas estas litologías con el término "calizas" o "formación calcárea".

Existen formaciones calizas de todas las eras geológicas con todos los grados de compactación o de fisuración imaginables, por lo que sigue es necesariamente una generalización.

El factor fundamental que incide en el comportamiento hidrogeológico de una formación calcárea es la *karstificación*. Las calizas son solubles y las pequeñas fisuras pueden llegar a constituir amplios conductos o incluso enormes cavidades, con hundimientos que acaban reflejándose en la superficie. En la figura 5[6] se representa la intrincada red de canales que pueden ser generados por la disolución de la roca. En este dibujo la superficie freática está por debajo de los conductos mostrados, de modo que estos están secos, sólo canalizan la infiltración de agua superficial; pero si esos amplios conductos se encuentran por debajo de la superficie freática, su facilidad para la circulación del agua excede cualquier valor de permeabilidad asignado a un medio poroso.

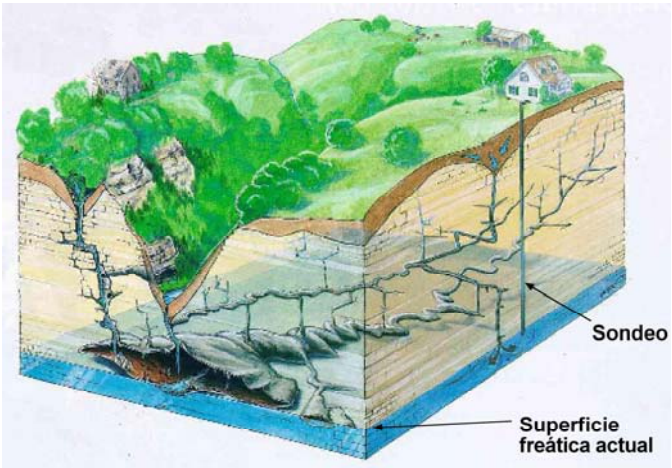


Fig. 5.- Formaciones calcáreas karstificadas

Los yesos (sulfato cálcico hidratado) pueden presentar procesos de karstificación similares a los de las formaciones calcáreas, aunque su solubilidad es menor que la de las calizas.

Captaciones: En general, la captación se realiza mediante sondeos. La profundidad debe ser suficiente para atravesar la formación acuífera. Las profundidades más frecuentes oscilan entre 100 y 200 metros. Para un óptimo rendimiento de la captación en detríticos es necesario situar la parte ranurada de la entubación frente a los niveles acuíferos. Situar rejillas frente a niveles detríticos finos sólo provocará la entrada de estos en la captación con el consiguiente deterioro del motor y de los sistemas de riego, y posiblemente el aterramiento de la perforación.

[6] Figura ligeramente modificada de http://www.iowadnr.gov (Iowa, Department of Natural Resources)

El diámetro viene determinado por el caudal requerido (caudal → diámetro de la bomba → diámetro de la entubación → diámetro de la perforación). Valores típicos: perforación de 40 ó 50 cm., entubación de 30 a 40 cm.

Caudales: De 0 a infinito. Un sondeo que atraviesa 200 metros de materiales arcillosos puede no proporcionar ningún caudal. Una captación en gravas o en una formación caliza puede proporcionar un caudal tan grande como la bomba sea capaz de extraer. Los caudales más frecuentes oscilan entre 5 y 20 litros/segundo. En calizas se extraen caudales superiores a 100 litros/segundo

Prospección: Las tareas de prospección (mediante geología o geofísica) estarán encaminadas a ubicar las áreas con granulometría más gruesa y depósitos libres de matriz arcillosa; eso se detecta mediante geofísica eléctrica buscando las resistividades más elevadas. Las formaciones arcillosas presentan resistividades del orden de 10 Ω·m, las arenosas de 100 Ω·m o mayores

En calizas karstificadas la prospección puede constituir la mayor pesadilla del hidrogeólogo: una captación puede ser nula a decenas de metros de un sondeo que proporciona 100 litros/s.

Contaminación: Los acuíferos a gran profundidad están relativamente protegidos. Pelígro máximo en zonas karstificadas: los contaminantes líquidos penetran directamente en el acuífero.

Rocas duras[7]

Reciben esta denominación, *rocas duras,* todas las rocas sin porosidad intergranular, de modo que las únicas aberturas donde puede contenerse agua y por las que puede circular son fracturas o planos de discontinuidad producidos después de la formación de la roca.

En general, estas denominadas *rocas duras* son rocas ígneas y metamórficas, aunque podemos encontrar rocas sedimentarias tan compactas que presentan un comportamiento hidrogeológico como el que se describe en este apartado.

La *roca dura* inalterada es impermeable a efectos prácticos, por lo que la investigación debe ir encaminada a las **zonas fisuradas** o **alteradas**.

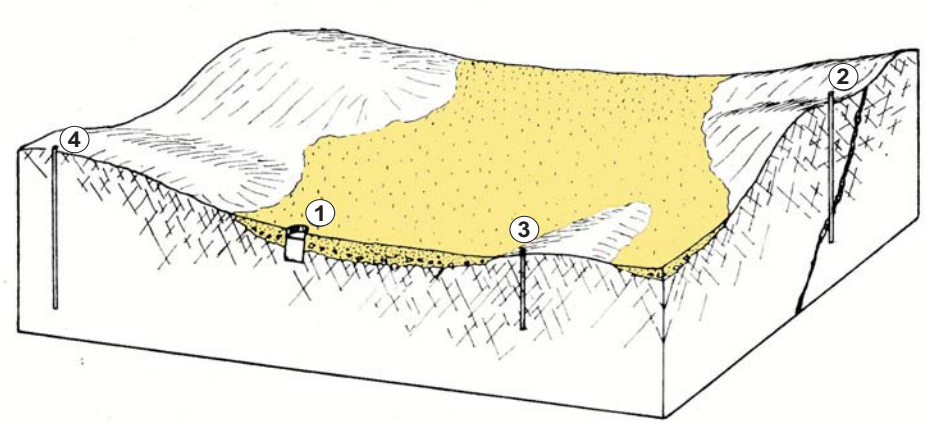


Fig.6.- Posibilidades en la prospección hidrogeológica de rocas duras

Las *rocas duras* muchas veces afloran, pero generalmente están recubiertas de materiales producto de su propia alteración.

En la figura 6 suponemos una roca metamórfica en la que los materiales no consolidados presentan un espesor apreciable en las partes topográficamente bajas. Si el objetivo es conseguir una captación productiva, el orden de investigación sería el siguiente:

[7] La denominación parece absurda (todas las rocas son duras), pero es una traducción literal del inglés *hard rocks* que ha conseguido una amplia difusión en la bibliografía.

1. Explotación de la zona alterada (Pozo 1 en la figura 6) : aluviales, cobertera de alteración, etc.. Para la consideración de estos materiales, ver el apartado de *Rocas no consolidadas*. Las propiedades hidrogeológicas dependen de la litología de la *roca dura* subyacente: La alteración de rocas graníticas proporcionará materiales arenosos, en cambio, la alteración de pizarras y esquistos dará lugar a materiales arcillosos. En todo caso, un factor fundamental para su productividad es el espesor: normalmente será de unos pocos metros, por lo que los volúmenes extraídos serán pequeños y los años secos provocarán descensos de la superficie freática que inutilizarán la captación.

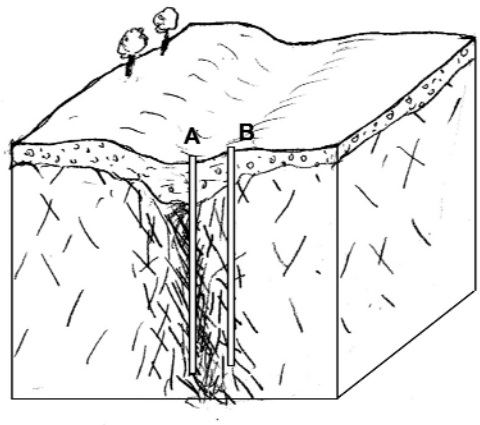


Fig.7.- El centro de la fractura puede ser menos productivo (menor caudal en A que en B).

Captaciones: Serán preferibles pozos excavados, zanjas de drenaje, pozos con drenes radiales.

Prospección: Buscar las áreas de mayor espesor de materiales no compactos y también la situación de materiales de granulometrías más gruesas: La geofísica sísmica de refracción es lo más indicado para los espesores. La geofísica eléctrica puede ser útil para evaluar la granulometría.

2. Fallas, grandes fracturas. (Sondeo 2 en la figura 6). Las fracturas de grandes dimensiones pueden actuar como un plano de drenaje de la red de diaclasas y pequeñas fracturas existentes en un radio de muchos kilómetros. Estas grandes fracturas pueden estar ya cartografiadas en los mapas geológicos disponibles o ser fácilmente detectables en foto aérea.

En ocasiones desafortunadas, cuando una perforación alcanza la fractura se obtiene un caudal sorprendente... que se agota en horas o días. En esos casos, la fractura no tiene una buena conexión con una posible red de fracturación regional que sería necesaria para disponer de un caudal continuo.

En otros casos, también indeseables, la falla o plano tectonizado es impermeable porque se ha producido una alteración de los minerales (por ejemplo, feldespatos y micas de un granito) a arcillas, y el caudal obtenido es nulo. En estos casos Sander (1997) alerta de que puede ser conveniente separarse del centro del plano tectonizado (figura 9, modificada de Sander, op.cit.). Según esta idea, el sondeo A puede proporcionar un caudal inferior al B si la formación de minerales arcillosos en el plano más tectonizado ha sido importante .

Captaciones: Sondeos

Prospección: La geofísica eléctrica puede detectar las fracturas (claramente, por su menor conductividad eléctrica), aunque las bajas resistividades pueden proporcionar falsas esperanzas si la fractura está colmatada por materiales arcillosos. La prospección electromagnética es más rápida para una exploración poco profunda.

3. Áreas con mayor fisuración. (Pozo o sondeo 3 en la figura 6). Si no existe un volumen importante de roca alterada ni tampoco grandes fracturas, el siguiente paso será buscar las áreas con una fisuración más intensa: densidad de diaclasas, familias de diaclasas (dos familias de diaclasas que se cruzan generan una red bien interconectada). A una profundidad mayor de 20 ó 30 metros, las diaclasas no presentan una abertura suficiente para generar una permeablilidad apreciable.

Captaciones: Puede ser más productivo un pozo excavado de gran diámetro que un sondeo, el pozo excavado va a cortar mayor número de fisuras. Si en la región la red principal de diaclasas

presenta una dirección clara, puede ser conveniente excavar un pozo rectangular (alargado) perpendicular a la dirección de las diaclasas.

4. Areas de escasa fisuración. (Pozo 4 de la figura 6). Caudal nulo.

* * *

Considerando la *roca dura* propiamente dicha, según Davis y De Wiest (1966), la permeabilidad disminuye con la profundidad debido principalmente a que la presión litostática cierra las fisuras. Más abajo de unas pocas decenas de metros, las posibilidades se reducen a las grandes fracturas.

Los caudales son muy variables, puesto que estamos generalizando formaciones geológicas dispares. En general, caudales superiores a 1 litro/seg. se consideran un éxito. Aparte de los numerosos caudales nulos, serán frecuentes caudales de 0,1-0,5 litros/seg., válidos para abastecimiento de viviendas aisladas o pequeñas granjas.

El tipo de captación y su realización es fundamental para el caudal obtenido. En un punto como el 3 (figura 6) un sondeo de 150 metros de profundidad y 30 cm. de diámetro podría obtener 0,1 litros/seg., mientras que un pozo excavado de varios metros de diámetro y 10 metros de profundidad quizá proporcionara un caudal diez veces superior.

* * * *

Un modelo más elaborado del sistema acuífero desarrollado sobre rocas de tipo granítico distingue **tres niveles** (Marechal et al., 2007; Lachassagne et al., 2009) (figura 8):

- La capa superior: la **roca alterada** ha dado lugar a **materiales no consolidados**. Puede no existir o alcanzar varias decenas de metros de espesor; este espesor depende del clima (más húmedo, mayor alteración) y de la erosión posterior que puede haberse llevado los materiales alterados.
  La permeabilidad de este nivel depende de la roca que fue alterada (granito: más arenoso, esquistos: más arcilloso), pero en todos los casos serán materiales con una fracción limo-arcilla importante.
- Un **nivel fisurado**, en el que la densidad de fisuras va disminuyendo con la profundidad. Lachassagne et al. (2009) distinguen la parte superior como *capa laminada*, por la predominancia de fisuras horizontales. En la figura puede apreciarse que este nivel laminado-fisurado no es paralelo a la topografía actual, sino al paleorelieve.
  Las fisuras pueden haber sido causadas por el enfriamiento del magma al cristalizar, por esfuerzos tectónicos o por la descompresión (fisuras horizontales, al desaparecer los materiales suprayacentes por erosión). A través de las fisuras ha avanzado la alteración de la roca.
- El basamento de **roca inalterada**, con fisuras escasas.

Los dos primeros niveles constituyen el sistema acuífero. Según estos autores el funcionamiento hidrogeológico sería tal que el nivel superior alterado funciona como almacén y el nivel fisurado como capa transmisiva.

En la parte fisurada Marechal et al. (op.cit.) en una zona granítica han medido conductividades hidráulicas de 10^{-5} m/s en horizontal y 10^{-6} m/s en vertical (aprox. 1 m/día y 0,1 m/día), refiriéndose a un volumen grande y representativo de la red de fisuras. Son permeabilidades modestas, pero que pueden proporcionar caudales de unos pocos litros/seg. El problema es que el volumen almacenado en la zona fisurada es pequeño, y para que el caudal se mantenga se necesitan las filtraciones procedentes del nivel superior alterado.

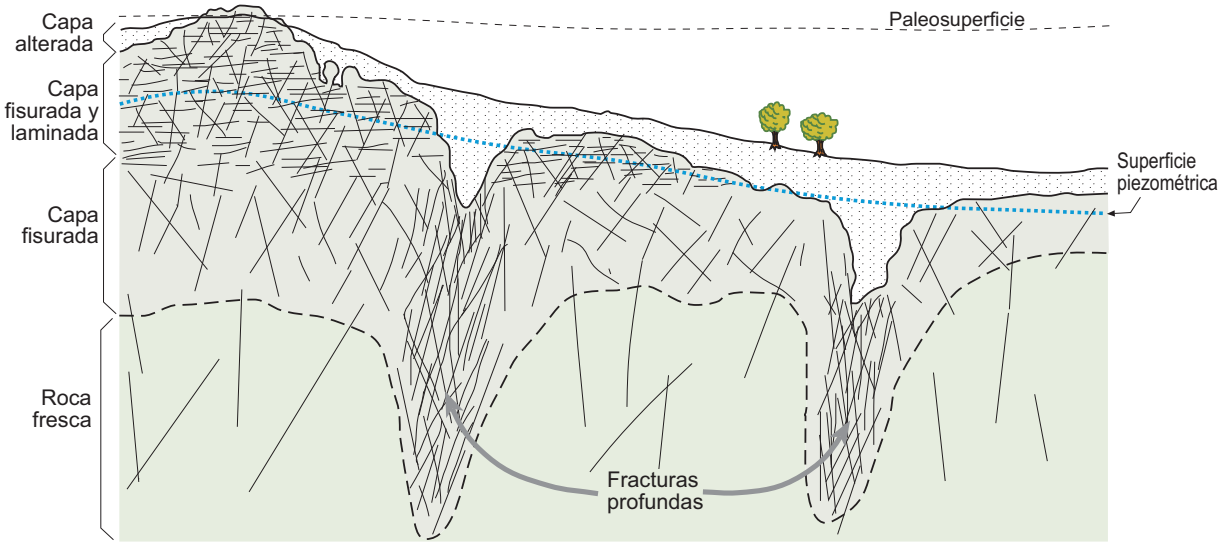


Fig. 8.- Modelo conceptual de un sistema acuífero sobre rocas graníticas alteradas (Marechal et al., 2007; Lachassagne et al., 2009)

Rocas volcánicas

De nuevo es difícil hacer una generalización entre rocas volcánicas de diversa composición y de edades diferentes. Como caso frecuente, vamos a resumir el comportamiento de basaltos recientes.

Cuando una colada se derrama por la ladera del volcán, cristaliza con relativa rapidez dando lugar a una roca microcristalina y compacta, pero en el enfriamiento posterior aparecen numerosas fisuras verticales que cuando quedan al descubierto dan lugar a las conocidas y espectaculares columnas (foto).



No toda la masa de lava cristaliza de ese modo: la parte que entra en contacto con el suelo da lugar a la *escoria de base*, y la parte superior, en contacto con la atmósfera se solidifica produciendo a una *escoria de techo*. Ambas presentan una textura rugosa, irregular pero con huecos bien comunicados (no vacuolas) de centímetros de anchura. La siguiente colada se deposita sobre la anterior, de modo que su escoria de base queda sobre la escoria de techo de la anterior colada, a veces separadas por el suelo calcinado por el calor[8]. La capa de **escorias** basálticas puede presentar una conductividad hidráulica elevadísima, puede tener huecos de centímetros de diámetro. Cada nivel de escorias se comunica verticalmente con el siguiente a través de las fisuras de enfriamiento que hemos comentado (Figura 9).

La conductividad hidráulica de los niveles de escorias no siempre es elevada, varía enormemente con la litología de la lava. Las lavas ácidas no son tan fluidas y cuando generan una colada, las escorias pueden tener aspecto terroso, con permeabilidades bajas o muy bajas. Por otra parte, también influye la edad: en series basálticas antiguas, la permeabilidad puede ser mucho menor debido a la compactación y cementación.

[8] Este suelo cocido es rojo como un ladrillo, en Canarias se denomina "almagre".

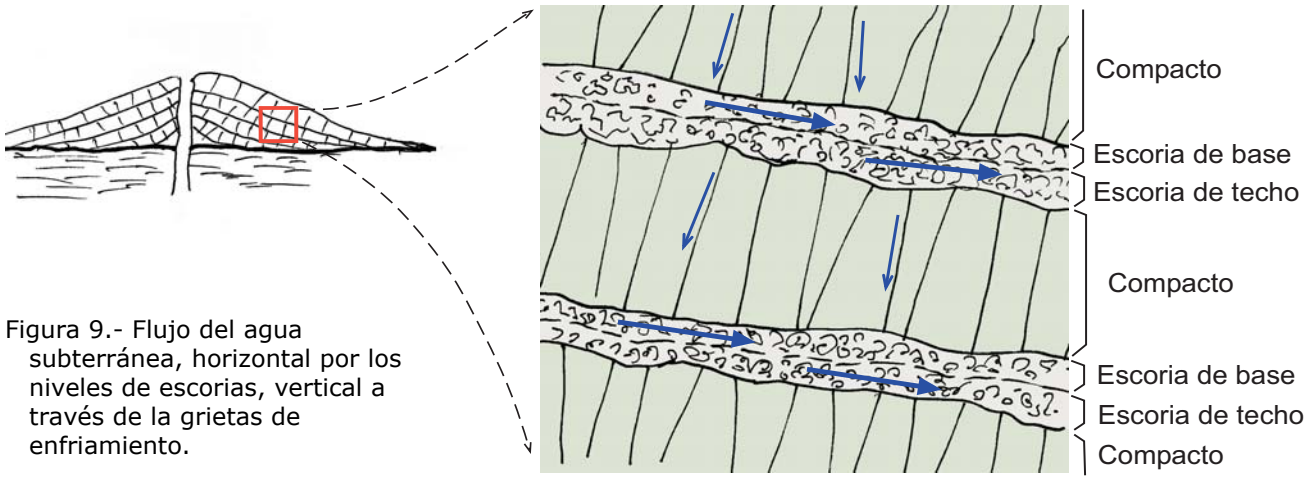


Figura 9.- Flujo del agua subterránea, horizontal por los niveles de escorias, vertical a través de la grietas de enfriamiento.

La estructura subhorizontal mostrada en la figura 9 puede estar compartimentada por diques (figura 10). Los **diques** son intrusiones verticales o subverticales, de centímetros o pocos metros de espesor y gran extensión lateral, que funcionan como los embalses superficiales: como una pared que retiene el agua.

En la figura 10 se esquematizan tres fases sucesivas de la explotación mediante una captación horizontal (galería). Inicialmente (figura 10-1), la superficie piezométrica está compartimentada por los diques . Cuando se perfora una galería, ésta drena el agua almacenada a la derecha del dique (figura 10-2) hasta que el caudal obtenido se reduce; entonces se avanza la perforación de la galería y al atravesar el dique, en los primeros momentos el agua penetra en la galería a presión (figura 10-3). A medida que el caudal vaya disminuyendo, se avanzará la perforación.

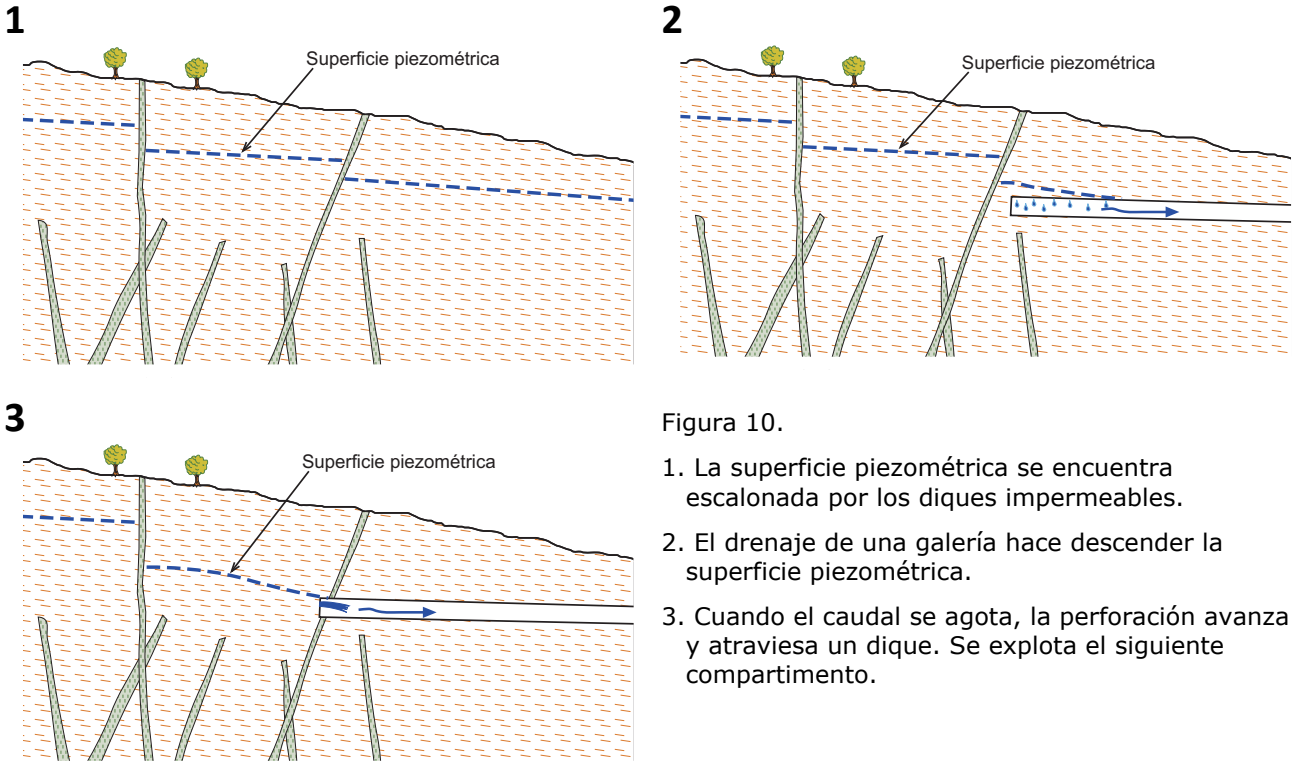


Figura 10.

1. La superficie piezométrica se encuentra escalonada por los diques impermeables.
2. El drenaje de una galería hace descender la superficie piezométrica.
3. Cuando el caudal se agota, la perforación avanza y atraviesa un dique. Se explota el siguiente compartimento.

Valores estimados de la porosidad (%), según Sanders (1998)

	total	eficaz
Arcillas	40 a 60	0 a 5
Limos	35 a 50	3 a 19
Arenas finas, arenas limosas	20 a 50	10 a 28
Arena gruesa o bien clasificada	21 a 50	22 a 35
Grava	25 a 40	13 a 26
Shale intacta	1 a 10	0,5 a 5
Shale fraturada/alterada	30 a 50	
Arenisca	5 a 35	0,5 a 10
Calizas, dolomías NO carstificadas	0,1 a 25	0,1 a 5
Calizas, dolomías carstificadas	5 a 50	5 a 40
Rocas ígneas y metamórficas sin fracturar	0,01 a 1	0,0005
Rocas ígneas y metamórficas fracturadas	1 a 10	0,00005 a 0,01

Valores estimados de la conductividad hidráulica (metros /día)

Materiales no consolidados	Schwartz	Domenico	Smith & W	Freeze	Fetter	Sanders
Grava	49 a 183	25 a 2500	100 a 10^5	100 a 10^6	10 a 1000	
Grava con arena						
Arena gruesa	24 a 41	0,1 a 500	0,01 a 1000	1 a 1000	1 a 100	1 a 100
Arena media	20 a 29	0,1a 50				
Arena fina	8 a 16	0,02a 20			0,01 a 1	0,01 a 1
Arena arcillosa	6 a 29			0,01 a 100	0,001 a 0,1	
Silt, loess	0,3 a 1,2	10^{-4} a 2	10^{-4} a 1	10^{-4} a 1	0,001 a 0,1	10^{-4} a 1
Arcilla	3 *10^{-4}	10^{-6} a 4*10^{-4}	10^{-7} a 10^{-3}		10^{-6} a 10^{-3}	10^{-6} a 10^{-3}
Arcilla marina inalterada		10^{-7} a 2*10^{-4}		10^{-11} a 10^{-7}		
Rocas sedimentarias						
Calizas carstificadas		0,1 a 2000	0,05 a 0,5	0,1 a 1000		0,1 a 10^7
Calizas, dolomías		10^{-4} a 0,5	0,001 a 0,5	10^{-4} a 1		10^{-4} a 1
Areniscas		3*10^{-5} a 0,5	10^{-5} a 1	10^{-5} a 1		
Argilitas (siltstone)		10^{-6} a 0,001				
Pizarras sedimentarias (Shale) intactas		10^{-8} a 2*10^{-4}	10^{-8} a 10^{-4}	10^{-4} a 10^{-8}		10^{-4} a 10^{-8}
Pizarras sed.(Shale) fracturadas/alteradas			10^{-4} a 1			
Rocas cristalinas						
Basalto inalterado, sin fracturar			10^{-6} a 10^{-3}			10^{-6} a 10^{-3}
Basalto fracturado/ vesicular cuaternario			10 a 1000			0,1 a10^6
Escorias basálticas			0,001 a 1000			
Basalto permeable		0,03 s 2000		0,02 a 1000		
Rocas ígneas y metamórficas sin fracturar		10^{-9} a 10^{-5}	10^{-9} a 10^{-5}	10^{-9} a 10^{-5}		10^{-9} a 10^{-5}
Rocas ígneas y metamórficas fracturadas		0,001 a 25	10^{-5} a 1	0,0005 a 20		10^{-5} a 1
Granito alterado		0,3 a 5				
Gabro alterado		0,05 a 0,3				

Todas las conductividades hidráulicas están expresadas en **metros/día**.
En la bibliografía aparecen en distintas unidades: cm/seg, m/seg o m/día; aquí todos han sido convertidos a m/dia, redondeando el resultado.

Bibliografía

[Se cita solamente lo que **no** aparece en www.hidrologia.usal.es/bibliografía.htm]

Banks and Banks (eds.) (1993).- *Hydrogeology of Hard Rocks*. Geological Survey of Norway, (2 vols.) , 24 Congreso Asoc. Int. Hidrogeólogos

Bear, J. (1972).- *Dynamics of Fluid in Porous Media*. Elsevier, 765 pp.

Carrier, W.D. (2003).- Goodbye, Hazen; Hello, Kozeny-Carman. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **11**: 1055-1056

Chapuis (2003).- Predicting the Coefficient of Permeability of Soils Using the Kozeny-Carman Equation. Ecole Polytechnique de Montréal, 35 pp.

Johnson, A.I. (1967).- Specific Yield. Compilation of Specific Yields for various materials. *Geological Survey Water Supply Paper* 1662-D, v+74 pp. http://goo.gl/SykEU

Ishaku, J. M; E.W. Gadzama y U. Kaigama (2011).- Evaluation of empirical formulae for the determination of hydraulic conductivity based on grain-size analysis. *Journal of Geology and Mining Researc.h*. **3(4)**: 105-113.

Kasenow, M. (2002).- Determination of Hydraulic Conductivity From Grain Size Analysis. Water Resources Pub. 97 pp

Lachassagne, P. , Sh. Ahmed, B. Dewandel, N. Courtois, J. C. Maréchal, J. Perrin & R. Wyns (2009).- Recent improvements in the conceptual model of hard rock aquifers and its application to the survey, management, modelling and protection of groundwater. *Groundwater and Climate in Africa* (Proceedings of the Kampala Conference, June 2008), IAHS Publ. 334, pp 250-256. http://jcmarechal.unblog.fr/files/2009/12/2009kampala.pdf

Maréchal, J.C., B. Dewandel and K. Subrahmanyam (2007).- Characterization of Fracture Properties in Hard Rock Aquifer System. In: *Groundwater* (Ed.: M. Thangarajan), Springer, pp. 156-188.

Odong ,J. (2007).- Evaluation of Empirical Formulae for Determination of Hydraulic Conductivity based on Grain-Size Analysis. *Journal of American Science,* **3(3)**: 54-62.

Sander, P. (1997).- Water-well siting in hard-rocks areas: Identyfing promising targets using a probabilistic approach. *Hydrogeology Journal*, **5**, 3 : 32-43

Sanders, L. (1998).- *A manual of Field Hydrogeology*. Prentice-Hall, 381 pp.

Simoes, M. (2010).- Estimativa da condutividade hidráulica pela curva de distribuição granulométrica do aquífero plio-quaternário da bacia do Baixo Tejo, em Belverde (Portugal) , *Geociências*, **29**, n. 3: 375-387.

Smith, L. & S.J. Weathcraft (1993).- Groundwater Flow. *In*: Maidment, D.R. (Ed.).- *Handbook of Hydrology*. McGraw Hill

Stephens, D.B.; K. Hsu; M.A. Prieksat; M.D. Ankeny; N. Blandford; T.L. Roth; J.A. Kelsey; J.R. Whitworth (1998).- A comparison of estimated and calculated effective porosity. *Hydrogeology Journal*, **6**: 156–165

Vienken, T. y P. Dietrich (2011).- Field evaluation for determining hydraulic conductivity from grain size data. *Journal of Hydrology*, **400**: 58-71

Weight, W. D. (2008).- *Hydrogeology Field Manual*. Mc Graw-Hill, 751 pp.

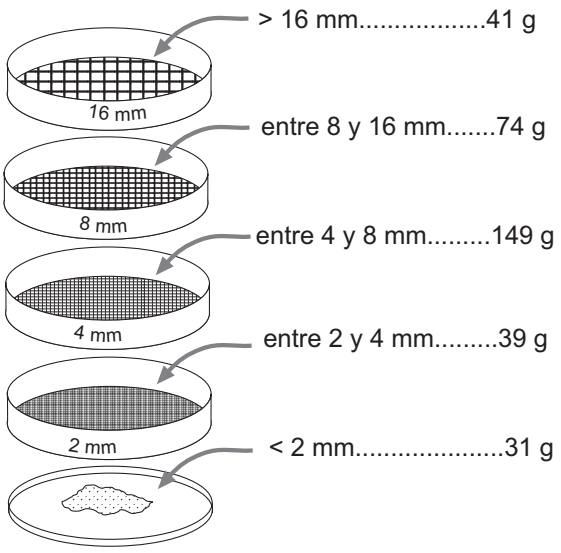
Apéndice. Curvas granulométricas

La descripción completa de la granulometría de un sedimento (tamaño y homogeneidad) queda reflejada en su curva granulométrica.

La obtención de una curva granulométrica se explica muy simplificadamente a continuación:

Vemos en la figura una torre de tamices colocados de manera que sus diámetros de abertura vayan decreciendo, de modo que en cada tamiz queda retenido el que ha pasado por la superior pero no puede pasar por él. (En este ejemplo hemos mostrado un número reducido de tamices para mayor claridad).

Se pesa el material que ha quedado en cada tamiz. Los pesos recogidos en este **ejemplo** se indican en el dibujo. El cálculo para dibujar la curva puede realizarse así:



Diámetro (mm)	Peso retenido en cada tamiz	Peso retenido acumulado	% retenido	% que pasa
16	41	41	12,3 (*)	87,7 (**)
8	74	115	34,4	65,6
4	149	264	79,0	21,0
2	39	303	90,7	9,3
<2	31	334	100	0
Peso total:	**334**			

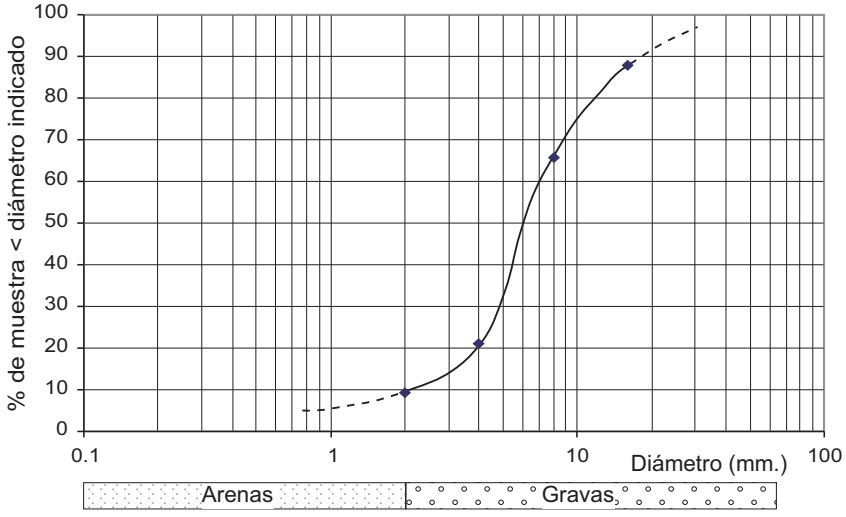
(*) 41 / 334 · 100 = 12,3 (**) 100–12,.3 = 87,7

Finalmente estos porcentajes de la última columna se representan gráficamente en función de los diámetros (abertura de malla de cada tamiz):

En el eje horizontal, los tamaños pueden representarse al revés: de mayor a menor (más gureso a la izquierda).

Un material heterométrico (gruesos y finos mezclados) presentará una curva inclinada. Un material homométrico, bien clasificado, ofrecerá una curva casi vertical, a la derecha o a la izquierda, dependiendo del tamaño.

Con frecuencia se alude a diámetros característicos; por ejemplo: d_{10} quiere decir "diámetro del 10%": un 10% del peso será más fino que ese tamaño, y un 90% será más grueso. Evidentemente, d_{50} es el diámetro medio, por encima del cual está la mitad del peso de la muestra y por debajo la otra mitad.



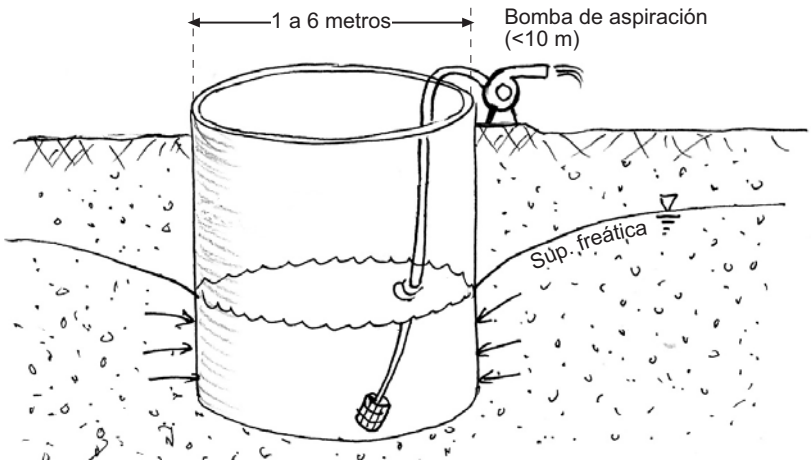
.

Captaciones de agua

Tipos de captaciones

Para extraer agua del terreno se utilizan diversos tipos de captaciones, reseñamos brevemente los más utilizados:

Pozos excavados



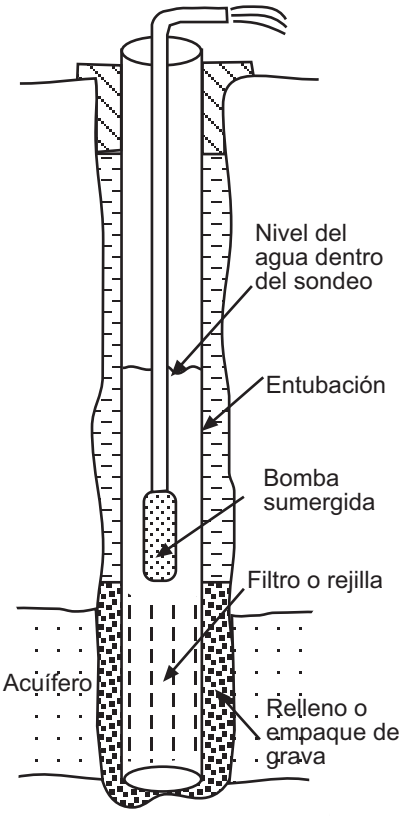
Es el tipo de captación más antiguo y más elemental. En la actualidad se excava con máquinas y en rocas duras con explosivos, aunque .en muchos países continúan realizándose manualmente. Generalmente, el agua entra en el pozo por el fondo y las paredes, a través de los huecos que se dejan entre las piedras o ladrillos.

Sigue siendo la elección más adecuada para explotar acuíferos superficiales, pues su rendimiento es superior al de un sondeo de la misma profundidad. Otra ventaja en los acuíferos pobres es el volumen de agua almacenado en el propio pozo.

Diámetro= 1 a 6 metros o más. Profundidad= generalmente 5 a 20 metros.

Sondeos

Son las captaciones más utilizadas en la actualidad. Los diámetros oscilan entre 20 y 60 cm. y la profundidad en la mayoría de los casos entre 30 m y 300 o más. Se instala tubería ranurada ("rejilla" o "filtro") sólo frente a los niveles acuíferos, el resto, tubería ciega.

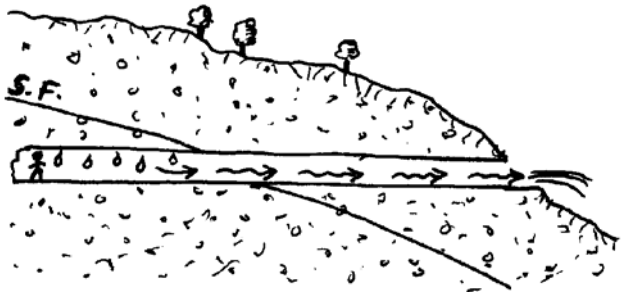


Las **técnicas de perforación** son variadas:



La **percusión** es la más sencilla (cable y trépano que golpea) y es lenta pero efectiva para profundidades moderadas (<150 m) y en ciertas rocas. En la **rotación** un *tricono* (en la imagen) tritura la roca, extrayéndose los detritus mediante la circulación de agua. La adición de lodos a este agua puede taponar los niveles acuíferos atravesados.
La **rotopercusión** puede avanzar en rocas muy duras a gran velocidad.

Se denomina ***desarrollo*** a los trabajos posteriores a la perforación para aumentar el rendimiento de la captación: extrayendo la fracción más fina en materiales detríticos, limpiando restos de lodos de perforación o disolviendo la roca con ácido en calizas.



Galerías

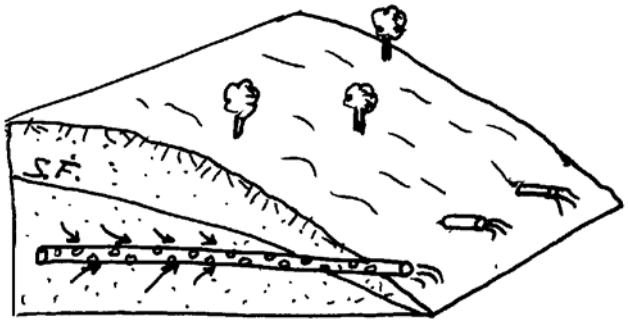
Ya existían galerías para agua en Mesopotamia en el siglo IV a. C. Con una ligera pendiente, el agua sale al exterior por gravedad, sin bombeo.

Se excavan igual que en minería. En Canarias es la captación más frecuente, generalmente con varios km de longitud.

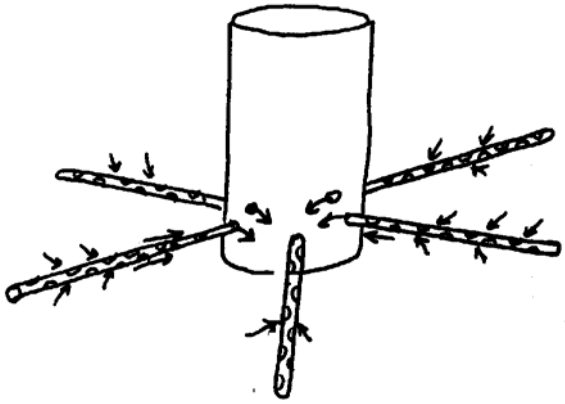
Drenes

Similares a las galerías, pero son tubos de pequeño diámetro, perforados con máquina, normalmente hasta unas decenas de metros.

Son más utilizados para estabilidad de laderas que para la utilización del agua.



Pozos excavados con drenes radiales



Se utilizan en los mismos casos que los excavados pero con mayor rendimiento. Generalmente en buenos acuíferos superficiales cuando se requieren grandes caudales. Su radio equivalente puede evaluarse mediante la siguiente fórmula (CUSTODIO, 1983, p.1823):

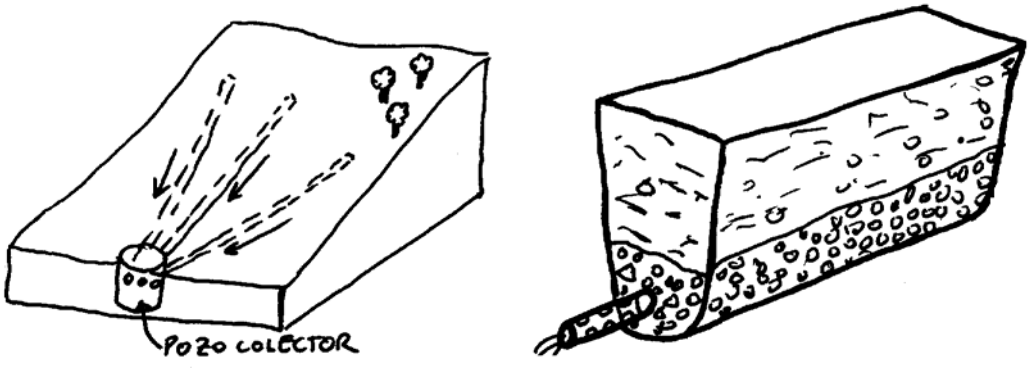
$$r_e = 0{,}8\, L_m (0{,}25)^{1/n} \qquad (1)$$

r_e = Radio equivalente

L_m = Longitud media de los drenes

n = Número de drenes

Zanjas de drenaje



En acuíferos superficiales, para drenar los primeros metros. Profundidad de 2 a 4 metros y longitudes de unas decenas a varios centenares de metros. Se excavan una o varias zanjas, que, siguiendo la pendiente topográfica, vierten a un pozo colector desde el que se bombea.

Se utilizan tanto para explotación del agua subterránea poco profunda como para el drenaje necesario para la estabilidad de obras.

Agua subterránea en regiones costeras

En una región costera el agua subterránea bajo el continente es dulce[1] y el agua subterránea bajo el mar es salada (Figura 1). Parecería lógico que estos dos tipos de agua se mezclaran bajo la línea de costa, pero afortunadamente no es así.

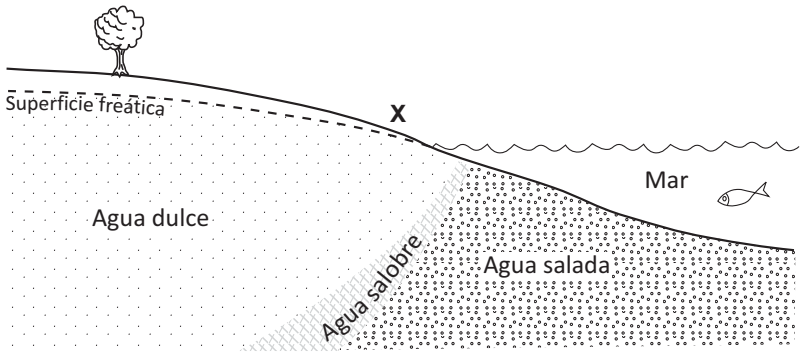


Figura 1.-Agua dulce y agua salada bajo la línea de costa

Lo mostrado en la figura 1 se conoce porque si se realiza un sondeo vertical en el punto X en los primeros metros se encuentra agua dulce, después agua salobre y finalmente agua salada.

Esta situación puede mantenerse indefinidamente porque es un sistema dinámico (figura 2): constantemente el agua dulce y el agua salada se mezclan formando la franja intermedia de agua salobre, llamada *zona de mezcla* o *interfase*, que asciende hacia la línea de costa.

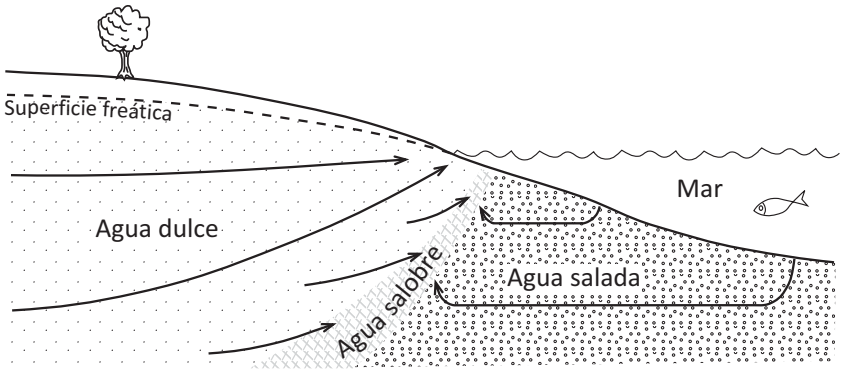


Figura 2.- El agua dulce y el agua salada se mueven para formar la interfase

Dentro de la interfase el agua salobre asciende hacia el mar. Por tanto, constantemente se pierde agua dulce al océano, pero es el tributo que el continente debe pagar para que el agua salada no penetre más adentro. El espesor de la interfase es menor cuanto mayor es el flujo ascendente (Custodio, 1983, p.1322).

Considerando que la superficie freática en el continente está más alta que el nivel del mar, podríamos pensar que el empuje del agua dulce es mayor y que la interfase debería curvarse hacia el mar en lugar de inclinarse hacia el continente. Esto no sucede debido a la mayor densidad del agua salada. Si

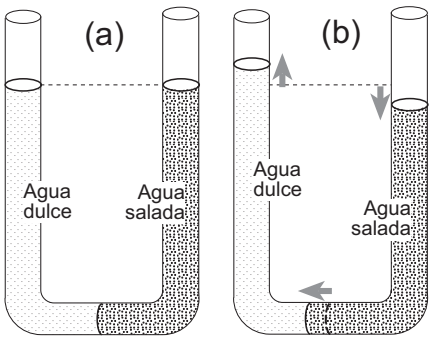


Figura 3.- En unos vasos comunicantes el agua salada quedaría más abajo por su mayor peso específico

[1] El agua de baja salinidad en español se denomina *dulce* aunque no sea dulce, en inglés se dice *fresh water*

en unos vasos comunicantes colocáramos agua dulce y salada (suponiendo que no se mezclaran, figura 3a), el mayor peso específico del agua salada haría que el equilibrio se alcanzara como se muestra en la figura 3b.

Ley de Ghyben-Herzberg

Aunque la interfase tiene un espesor considerable, para la deducción analítica que busca expresar su forma, consideramos que se tratara de una superficie neta.

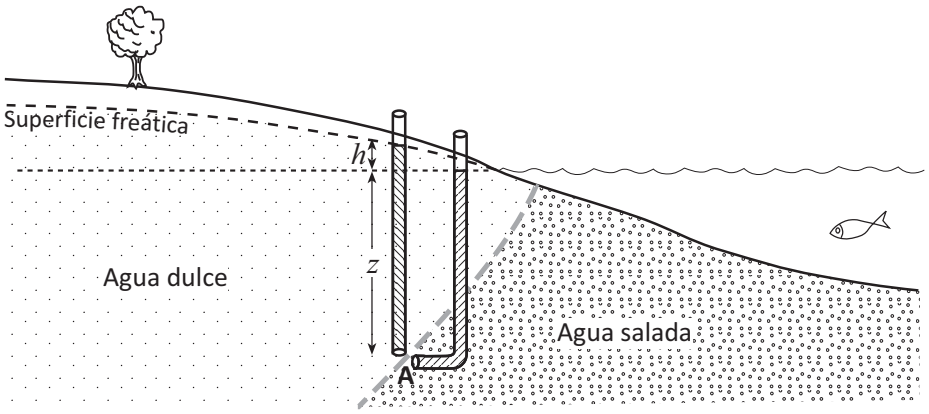


Figura 4.-Planteamiento de la Ley de Ghyben-Herzberg

La primera explicación analítica de este fenómeno fue aportada por Ghyben y Herzberg (1889-1901), y es conocida como *ley de Ghyben-Herzberg* [2]. Consideremos el equilibrio alcanzado en el punto A (figura 4), situado a una cota *z* bajo el nivel del mar, y para ello imaginamos dos tubos piezométricos abiertos a ambos lados de la interfase. El peso de la columna de agua salada (tubo a la derecha) será igual a la altura de la columna de agua (*z*) por el peso específico del agua salada (γ_s). Análogamente, el peso de la columna de agua dulce (tubo a la izquierda) es igual a la altura de la columna de agua (*z*+ *h*) por el peso específico del agua dulce (γ_d). Como en el punto A se ha alcanzado el equilibrio, ambas presiones son iguales:

$$(z+h)\cdot\gamma_d = z\cdot\gamma_s \qquad (1)$$

Despejando *z* resulta:

$$z = \frac{\gamma_d}{\gamma_s - \gamma_d}\cdot h \qquad (2)$$

Donde: z = cota (valor absoluto) del punto considerado A (figura 4)
h = cota de la superficie freática en la vertical del punto A
γ_s = peso específico del agua salada
γ_d = peso específico del agua dulce

Mediante la ecuación (2) podemos evaluar a qué profundidad se encuentra la interfase en un punto cualquiera de la costa, midiendo el valor *h* en un pozo superficial.

Ejemplo.- En un punto próximo a la línea de costa existe un pozo en el que la superficie freática se encuentra 1,85 metros sobre el nivel del mar. Sabemos que este pozo no alcanza la interfase porque obtiene agua dulce. Calcular a qué profundidad (respecto de la cota 0) se encuentra el agua salada en ese punto. [γ_d = 1,00, γ_s = 1,025].

Solución: Aplicando la expresión (2):

$$z = \frac{1}{1{,}025 - 1}\cdot 1{,}85 = 74 \text{ metros}$$

[2] Citado en casi todos los manuales, por ejemplo, Freeze y Cherry, 1979, p. 376; Fetter, 2001, p. 331.

Corrección de Hubbert

Hubbert (1940, en Custodio, 1983, p.1321) hizo notar que la altura de la superficie freática correspondiente al punto A no es precisamente la que medimos en la vertical de A, sino que hay que considerar la línea equipotencial que pasa por ese punto A (figura 5). En la fórmula (2) para el valor de h_d no hay que utilizar la altura del punto A' sobre el nivel del mar, sino la altura de B. A y B están en la misma equipotencial, por tanto el potencial hidráulico de A corresponde a la altura de B[3]

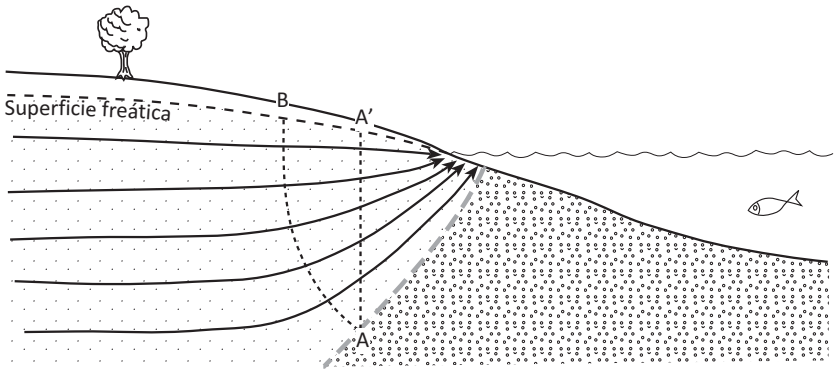


Figura 5.- Consideración correcta del potencial del agua dulce en un punto de la interfase

Fórmula de Hubbert

Posteriormente, Hubbert (1963, en Custodio, 1983, p. 1324) señaló otro error más importante en la ley de Ghyben-Hezberg (figura 6): en el punto A la altura de la columna de agua salada no es *z*, sino que es menor, ya que el agua ha perdido cierta energía para desplazarse desde M hasta A.

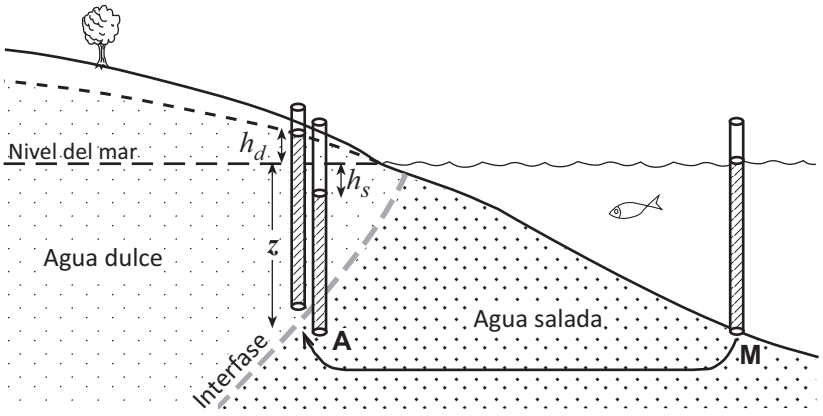


Figura 6.- Planteamiento de la fórmula de Hubert

Si podemos medir la altura de la columna de agua por debajo de la interfase, observamos que es inferior al nivel del mar (h_s en la figura 6). Teniendo en cuenta esta variable, repetimos el equilibrio de la expresión (1) y obtenemos[4]:

$$(z + h_d) \cdot \gamma_d = (z + h_s) \cdot \gamma_s \qquad (3)$$

Despejando *z* resulta:

$$z = h_d \cdot \frac{\gamma_d}{\gamma_s - \gamma_d} - h_s \cdot \frac{\gamma_s}{\gamma_s - \gamma_d} \qquad (4)$$

[3] Este diseño del flujo es simplificado porque tanto la interfase como la superficie freática parecen comportarse como líneas de flujo, y estrictamente no es así en ninguno de los dos casos.

[4] En esta expresión (3) el nivel bajo la interfase aparece como + h_s . Al aplicar la fórmula introduciremos para h_s un valor negativo.

Observamos que el primer sumando es la fórmula de Ghyben-Herzberg, y que la modificación aparece en el segundo sumando, que depende del valor de h_s, que no había sido tenido en cuenta. Aunque el segundo sumando en (4) aparece con signo menos, como el valor de h_s será negativo, el segundo sumando se hace positivo, es decir que esta corrección aumenta la profundidad calculada de la interfase mediante la fórmula de Ghyben-Herzberg.

Ejemplo.- En un punto próximo a la línea de costa existe un pozo en el que la superficie freática se encuentra 1,85 metros sobre el nivel del mar. En un sondeo abierto por debajo de la interfase el nivel del agua está 0,50 metros por debajo del nivel del mar. Calcular a qué profundidad se encuentra el agua salada en ese punto. [$\gamma_d = 1{,}00$, $\gamma_s = 1{,}025$].

Solución: Aplicando la expresión (4):

$$z = 1{,}85 \cdot \frac{1}{1{,}025 - 1} - (-0{,}50) \cdot \frac{1{,}025}{1{,}025 - 1} = 94{,}5 \text{ metros}$$

Otras complicaciones

Todo lo anterior conlleva una gran simplificación del proceso natural, no teniendo en cuenta la dispersión hidrodinámica, la difusión, la densidad variable ni la salinidad variable. (Curso Internacional de Hidrología Subterránea, 2009).

También se ha supuesto implícitamente que la geología es homogénea y que el acuífero es libre. Todas las complejidades de la geología se traducirán en variaciones de la forma y posición de la interfase.

Si se trata de un acuífero confinado, la situación puede ser similar al caso del acuífero libre (figura 7b). Pero si el potencial hidráulico en el acuífero es suficientemente alto, no permitirá la existencia de una cuña de agua salada (figura 7a). También puede suceder lo contrario, que la interfase penetre en el acuífero y no exista pérdida de agua dulce al mar (figura 7c).

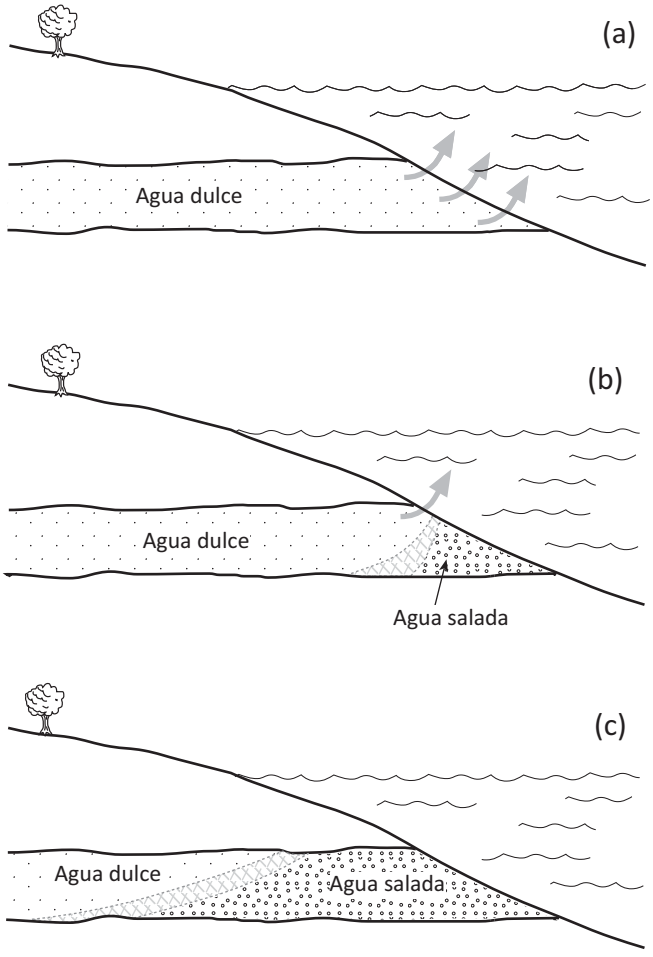


Figura 7.- Tres posibles situaciones de la interfase en acuíferos confinados.

Efectos de la explotación de agua subterránea

De manera esquemática, pueden establecerse diversas zonas de peligro de salinización (Custodio y Brugeman, 1987, p.98), que se representan en la figura 8.

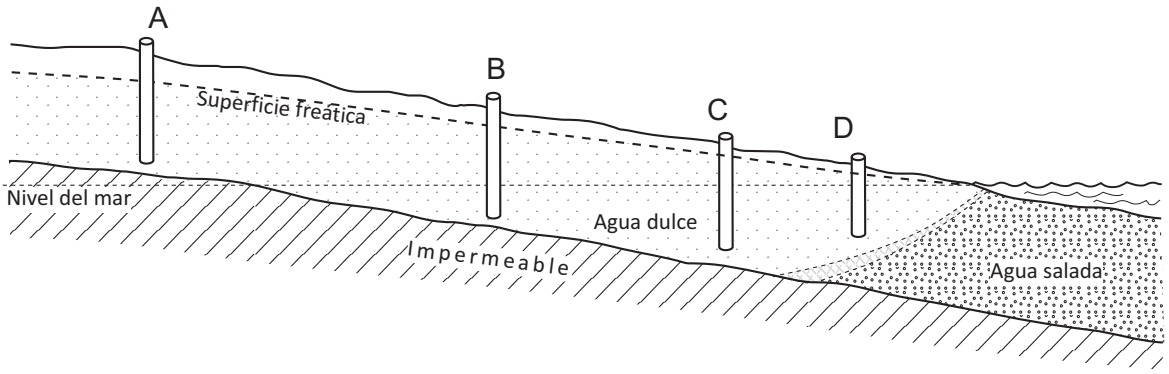


Figura 8.- Diferentes zonas de riesgo de salinización (Custodio y Brugeman, 1987)

El pozo A está lejos de la costa y todo el espesor del acuífero está por encima del nivel del mar. No existe un riesgo directo de salinización, aunque una fuerte extracción causará un descenso de la superficie freática, disminuirá el flujo hacia la costa, lo que a su vez aumentará la vulnerabilidad de las zonas siguientes.

El pozo B está lejos de la costa y de la cuña de agua salada, pero parte del acuífero está bajo el nivel del mar. Una explotación prolongada y superior a la recarga natural puede ayudar a la intrusión de la interfase con lo que el agua salada podría llegar a alcanzar la captación.

El pozo C está cerca de la costa, pero separado de la interfase. El bombeo fuerte y prolongado acabará provocando el avance de la interfase.

El pozo D está sobre la interfase. El descenso de la superficie freática causado por cualquier bombeo, aunque no sea un caudal elevado, causará el consiguiente ascenso de la interfase (figura 9), pudiendo llegar a la extracción de agua salada. Como la posición de la interfase responde a un equilibrio entre la altura de la columna de agua dulce y la de agua salada, es evidente que cualquier disminución de la altura del agua dulce ocasionará una elevación de la interfase.

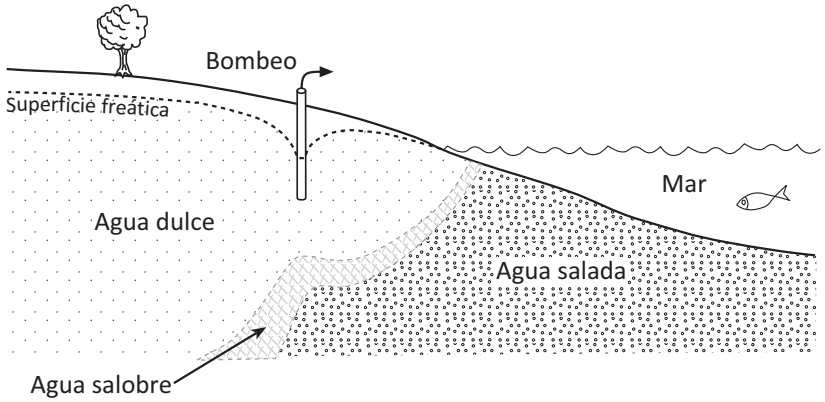


Figura 9.- Un descenso en la superficie freática provoca el correspondiente ascenso de la interfase

Cuando la elevación de la interfase que se muestra en la figura 9 es muy pronunciada y el agua salobre llega a alcanzar la captación, se denomina *upconing* (Custodio y Brugeman, 1987, p.102).

En las zonas marcadas con las captaciones B y C, un bombeo no provocará directamente un ascenso del agua salada como el mostrado en la figura 9, pero las extracciones captarán parte del flujo subterráneo que anteriormente discurría hacia el mar (figura 10), haciendo descender la superficie freática y provocando el avance de la cuña de agua salada.

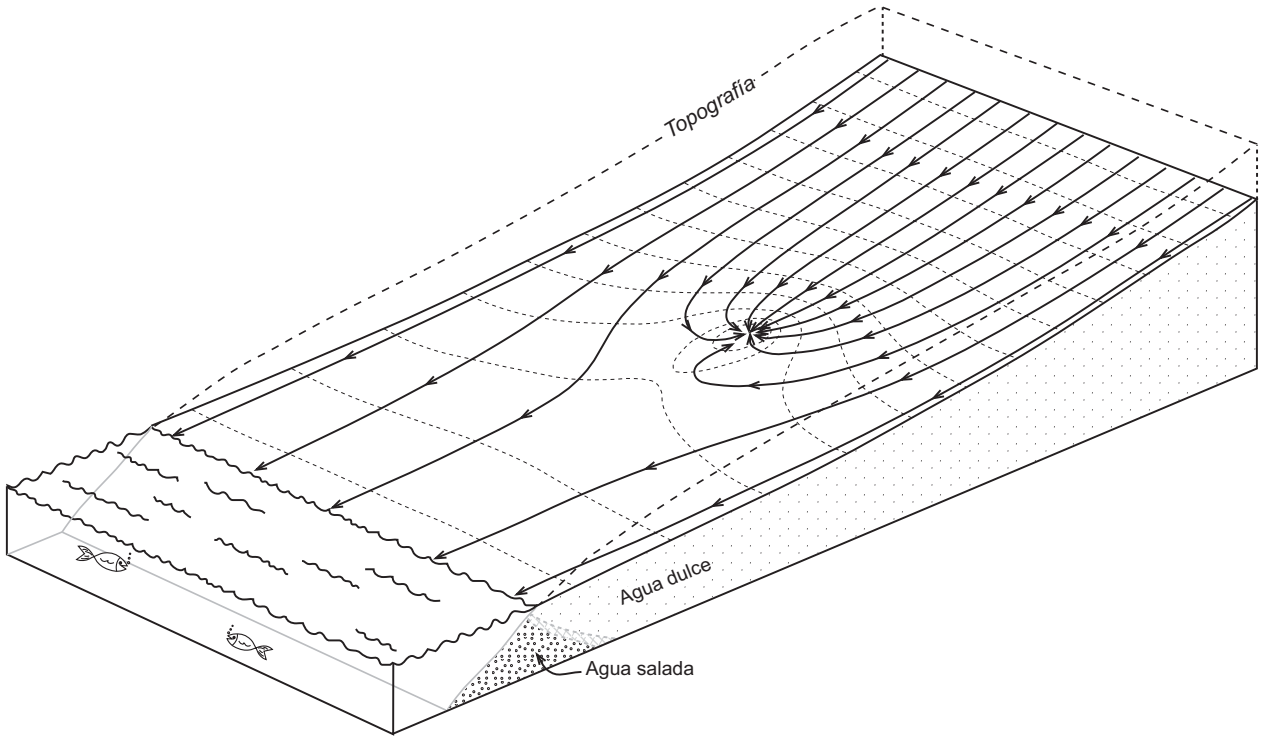


Figura 10.- Una captación (en el centro) disminuye el flujo de agua subterránea hacia la costa y la altura de la superficie freática en la proximidad de la misma.

Explotación del agua subterránea y medidas contra la intrusión del agua salada

Las zonas costeras normalmente presentan una necesidad importante de agua, que muchas veces es necesario abastecer mediante aguas subterráneas. Aunque es evidente que cualquier extracción de agua subterránea provoca, o al menos favorece, la intrusión de la cuña de agua salada, será necesario afrontar la explotación con una extremada cautela, atendiendo a la distancia hasta la línea de costa, profundidad de las captaciones y volúmenes bombeados.

Custodio (op. cit.) sugiere la conveniencia de captaciones horizontales poco profundas y muy próximas a la línea de costa, de modo que puedan bombear el agua que ya ha cumplido su función de mantener la posición de la interfase.

Para detener la intrusión se ha intentado la recarga artificial mediante canales o zanjas, paralelamente a la línea de costa para provocar una elevación de la superficie freática, utilizando agua procedente de depuración.

Bibliografía

Custodio, E. (1983).- Relaciones agua dulce-agua salada en regiones costeras. In: E. Custodio y M. R. Llamas (Eds.), *Hidrología Subterránea*. (2 tomos), pp. 1313-1389, Omega.

Custodio, E. y G.A. Bruggeman (1987).- *Groundwater problems in coastal areas,* Studies and Reports in Hydrology, 45, UNESCO, 596 pp..

Curso Internacional de Hidrología Subterránea (2009).- *Hidrogeología*. Fundación Centro Internacional Hidrología Subterránea, 768 pp.

Hidráulica de captaciones: Fundamentos

Introducción

Si la *hidráulica subterránea* trata de la física del agua en el medio subterráneo, la *hidráulica de captaciones* estudia concretamente los efectos producidos por la extracción de agua mediante captaciones (excepcionalmente, inyección de agua a través de las captaciones).

Si se trata de una captación vertical, se genera alrededor de ella un **cono de descensos** (Figura 1[1]). En los casos de captaciones horizontales (drenes, galerías), la extracción de agua genera un valle en la superficie freática (figura 2).

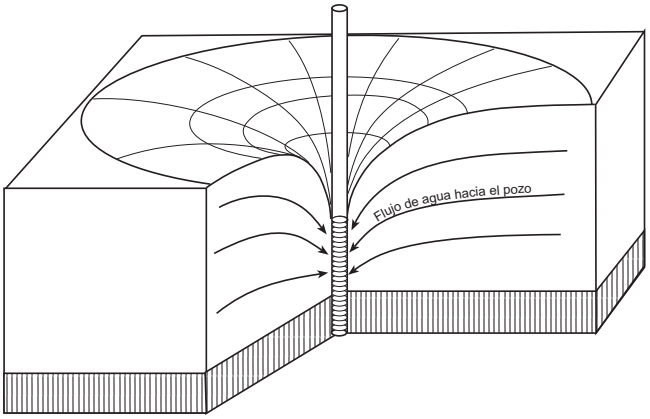


Figura 1.- Cono de descensos alrededor de un sondeo bombeando (Dibujado sobre MARGAT, 1964)

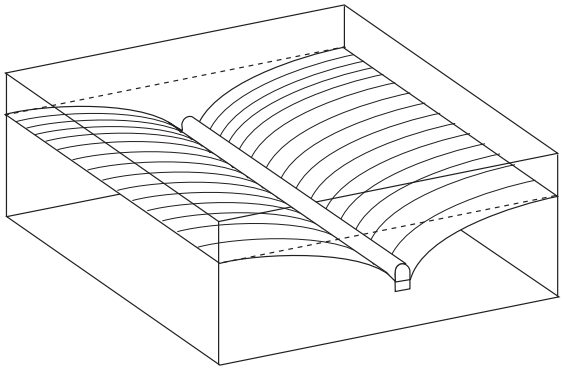


Figura 2.- "Valle" en la superficie freática generado por la extracción de agua subterránea por una captación horizontal

Vamos a centrarnos en el estudio de los efectos producidos por bombeos realizados en **sondeos** (captaciones verticales de pequeño diámetro).

Los **pozos excavados** (captaciones verticales de gran diámetro) también generan un cono alrededor, similar al de los sondeos, pero el cálculo de los descensos generados (la forma del cono) es más complejo, porque parte del caudal extraído proviene del acuífero, mientras que otra parte importante se obtiene del agua almacenada dentro del propio pozo.

La hidráulica de captaciones ofrece múltiples **aplicaciones prácticas**. Si conocemos los parámetros del acuífero (transmisividad, coeficiente de almacenamiento o porosidad eficaz) podremos:

- **Calcular el caudal** que podrá obtenerse sin superar un cierto descenso. Este máximo descenso vendrá determinado por la profundidad del pozo, de la bomba de extracción o por razones económicas o medioambientales.
- **Calcular el descenso** producido por un caudal dado a cierta distancia. Por ejemplo, si ya existe un sondeo y se proyecta una segunda captación, sería deseable realizarla a la distancia suficiente para que ambas no se afecten o lo hagan mínimamente.
- **Calcular el radio del cono de descensos** o *radio de influencia* de la captación. Si a cierta distancia existe en superficie una fuente de contaminación, podremos calcular si el cono de descensos llega hasta el punto contaminante.

Para las aplicaciones indicadas necesitamos conocer los parámetros hidráulicos del acuífero, por tanto, también debemos aprender a calcular dichos parámetros observando los descensos generados por los bombeos (*ensayos de bombeo*).

[1] Margat, J. (1964).- *Notions générales sur l'hydraulique des puits.* Bureau de Recherches Geologiques et Minières, Paris.

En este tema trataremos los **acuíferos confinados** y **libres en régimen permanente** y el comportamiento de los **acuíferos confinados en régimen variable.**

En otros temas veremos:

- Acuíferos libres en régimen variable
- Acuíferos semiconfinados en régimen permanente y variable [2]

Cono de descensos

Supongamos que empezamos a bombear en un acuífero libre cuya superficie freática inicial fuera horizontal. El agua comienza a fluir radialmente hacia el sondeo, y, transcurrido un tiempo, por ejemplo unas horas, la superficie freática habría adquirido la forma que ya hemos mostrado en la figura 2, denominada ***cono de descensos***. Para observar el cono de descensos y su evolución, necesitamos otros sondeos en los alrededores del sondeo que bombea, para observación de los niveles. La forma del cono es convexa ya que el flujo necesita un gradiente cada vez mayor para circular por secciones cada vez menores.

En un acuífero libre, es la superficie freática la que toma la forma del cono de descensos. En cambio, si lo que se bombea es un acuífero confinado o semiconfinado, al iniciar el bombeo es la superficie piezométrica la que forma el cono de descensos.(Fig.3-A). En ambos casos hemos supuesto que la superficie freática o piezométrica inicial es horizontal, aunque no siempre es así.

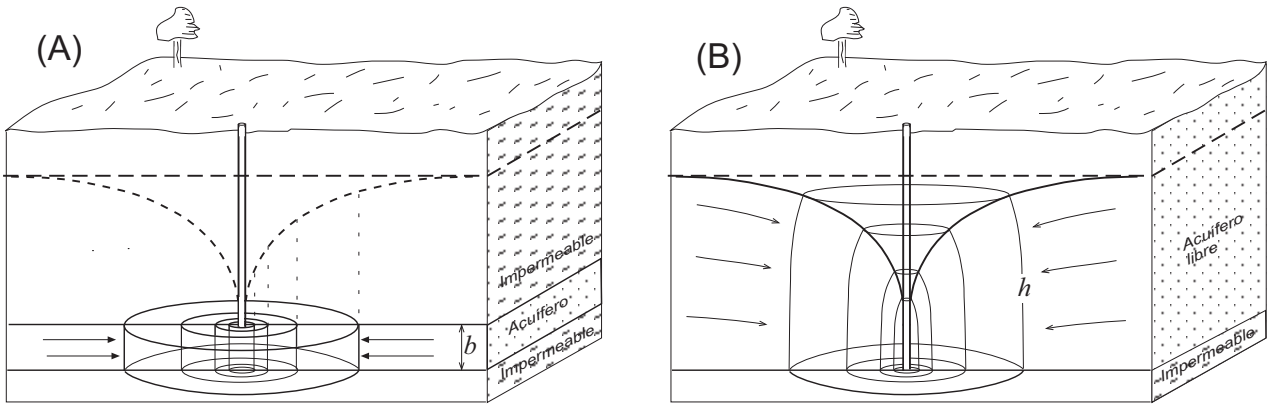


Figura 3.- **(A)** Cono de descensos y superficies equipotenciales en un acuífero **confinado**.
(B) Idem. en un acuífero **libre**.

En ambos casos, libre y confinado, el agua circula radialmente hacia el sondeo.

En el confinado el flujo es horizontal en el interior del acuífero (espesor ***b*** de la figura 3A) y el cono de descensos es una superficie virtual que está por encima del acuífero. A medida que el agua se acerca al sondeo debe atravesar secciones de menor radio; el espesor ***b*** del acuífero se mantiene constante. Estos cilindros concéntricos representan también las **superficies equipotenciales**, cuya pérdida progresiva de energía queda reflejada en el cono formado por la superficie piezométrica.

En el acuífero libre el agua circula solamente por la parte saturada del acuífero (espesor ***h*** de la figura 3-B), desde el cono hacia abajo. A medida que el agua se acerca al sondeo debe atravesar secciones de menor radio y también de menor altura. Además, las superficies equipotenciales no son exactamente cilindros, ya que el flujo no es perfectamente horizontal.

[2] http://hidrologia.usal.es/temas/Acuiferos_libres.pdf
http://hidrologia.usal.es/temas/semiconfinados.pdf

A medida que pasa el tiempo, el cono de descensos va aumentando tanto en profundidad como en extensión. Estamos en régimen variable. Si en un sondeo de observación próximo al que bombea hemos medido los descensos en varios tiempos sucesivos, observamos que la variación del nivel en ese punto (figura 4a) es más rápida en los primeros momentos, y progresivamente la velocidad del descenso se va ralentizando.

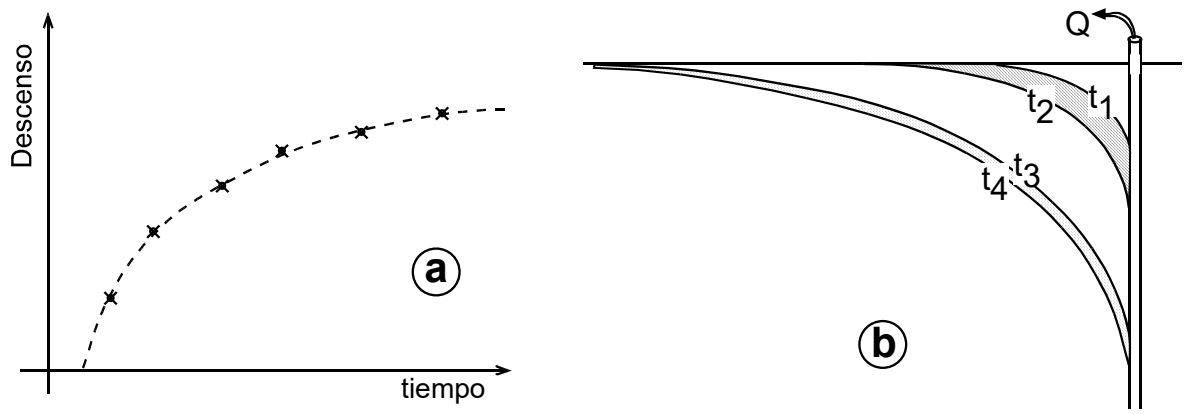


Figura 4. (a) Descenso en un sondeo de observación en función del tiempo. (b) Las franjas entre t_1 - t_2 y t_3 –t_4 han sido producidas en idénticos incrementos de tiempo y presentan en el dibujo la misma superficie (en la realidad, el mismo volumen). Por eso los descensos son cada vez menores.

Esto es debido a que cuando el cono es mayor, **para liberar el mismo volumen de agua necesita un descenso menor**: en la figura 4b, entre t_1 y t_2 ha transcurrido el mismo tiempo que entre t_3 y t_4; si el caudal de bombeo es constante, el volumen de agua liberado en ambos incrementos de tiempo es el mismo, pero el descenso entre t_3 y t_4 es menor. En otras palabras: el área rayada comprendida entre t_1 y t_2 es la misma que entre t_3 y t_4. Sin embargo, el espesor de la franja entre t_3 y t_4 (descenso generado) es mucho menor.

Las franjas marcadas (los volúmenes representados) en la fig. 4b en un acuífero libre se han vaciado de agua, mientras que si se trata del cono de un confinado reflejan una disminución del potencial hidráulico, que multiplicada por el coeficiente de almacenamiento indica el volumen de agua liberado.

Si el acuífero no recibe alimentación, el descenso continuaría cada vez más lentamente y el cono aumentaría sin detenerse. Pero en condiciones naturales, el cono de descensos puede tomar agua de un río, un lago o de otro acuífero. Si esto sucede, los descensos se estabilizan, alcanzándose el **régimen permanente o de equilibrio** (Figura 5). En estas condiciones, la forma y tamaño del cono se mantienen aunque el sondeo siga bombeando ininterrumpidamente.

En la realidad, en muchas ocasiones se produce un régimen quasi-permanente, en el que aparentemente no hay variación con el tiempo, pero en un intervalo de tiempo largo, de varios días, puede llegar a apreciarse un descenso de unos pocos centímetros.

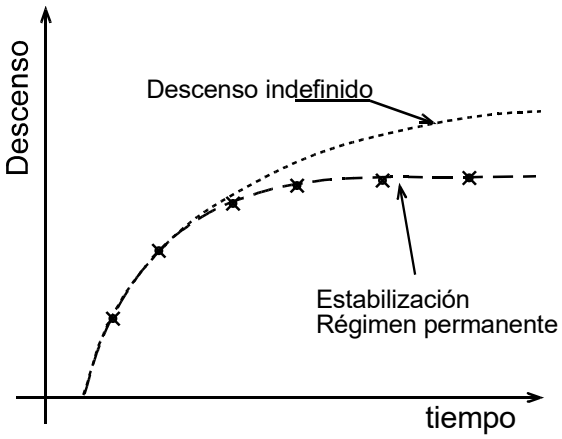


Figura 5.- Estabilización de los descensos después de un cierto tiempo de bombeo.

Fórmulas que expresan la forma del cono de descensos

Desde mediados del siglo XIX se intentó encontrar expresiones matemáticas que reflejaran la forma y evolución del cono de descensos.

Observamos en la figura 6 que la ecuación del cono ha de ser del tipo *s=f(1/r)* [*s*=descenso, *r*=distancia], ya que a mayor distancia, menor descenso. Será función del caudal (*Q*): si bombeamos un mayor caudal generaremos un cono mayor. Y en régimen variable, será además función del tiempo.

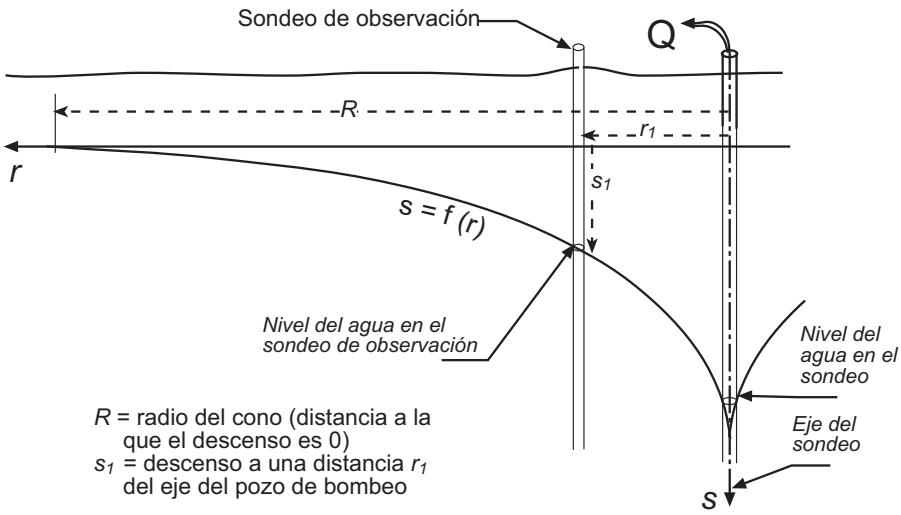


Figura 6.- Corte del cono de descensos. La generatriz del cono corresponde a la ecuación *s=f(r)*

En ambos casos, variable o permanente, será función del acuífero: mejor acuífero, menores descensos. Pero existe una diferencia fundamental**: en régimen permanente, el acuífero** ya no aporta agua por vaciado de poros (libre) o por descompresión (confinado), sino que **solamente transmite el agua** radialmente hacia el sondeo que bombea. Por tanto, si se trata o no de un "buen acuífero" en régimen permanente dependerá de la transmisividad (*T*), mientras que en régimen variable dependerá de la transmisividad y del Coeficiente de Almacenamiento (*S*), que en un acuífero libre corresponde a la porosidad eficaz (m_e).

En resumen, las fórmulas que reflejen la forma del cono han de depender de las siguientes variables:

Régimen permanente: $s = f\left(\frac{1}{r}, Q, \frac{1}{T}\right)$; Régimen variable: $s = f\left(\frac{1}{r}, t, Q, \frac{1}{T}, \frac{1}{S}\right)$

Formas del cono según las características del acuífero

Si el acuífero tiene un mayor coeficiente de almacenamiento (*S*) o porosidad eficaz (m_e), los descensos serían menores, ya que el acuífero proporciona más agua, y por tanto el tamaño del cono sería menor (Figura 7.a)

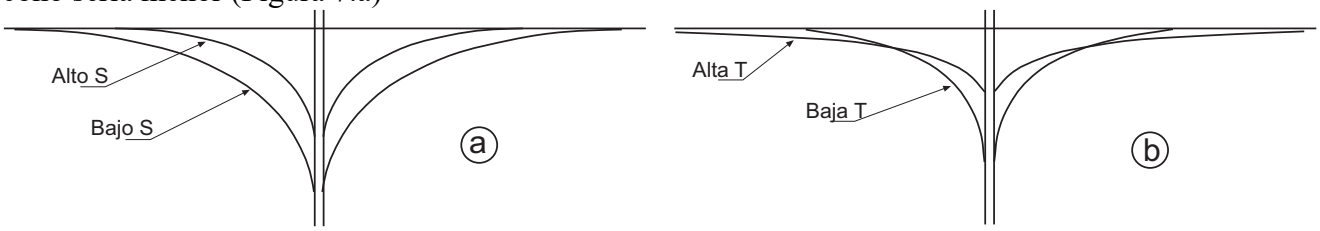


Figura 7.- (a) A igual Transmisividad, el cono es mayor cuanto más bajo es el Coeficiente de Almacenamiento (o m_e). (b) A igual Coeficiente de Almacenamiento (o m_e), la pendiente del cono aumenta cuanto más baja es la Transmisividad

Análogamente, manteniéndose constante el *S,* si el acuífero tiene una menor transmisividad (*T*), la pendiente necesaria para que el agua circule será mayor (de nuevo recordamos Darcy: si disminuye la *K* y/o la sección de paso, para que el caudal circulante sea el mismo debe aumentar el otro factor: el gradiente hidráulico) (Figura 7.b).

En la figura 7-b observamos que la indicación de que el descenso es función de 1/T (a mayor T menor descenso) no siempre es cierto. Veremos después que en las fórmulas la T aparece en el numerador y en el denominador.

Supuestos Básicos

Las fórmulas más sencillas que nos expresan la forma del cono de descensos se refieren al caso más simple posible que reúne las siguientes características:

- Acuífero confinado perfecto
- Acuífero de espesor constante, isótropo y homogéneo
- Acuífero infinito (sin límites en el ámbito alcanzado por el cono de descensos)
- Superficie piezométrica inicial horizontal (=sin flujo natural)
- Caudal de bombeo constante
- Sondeo vertical, con diámetro infinitamente pequeño (=agua almacenada en su interior despreciable)
- Captación "completa" (= que atraviese el acuífero en todo su espesor)

Posteriormente, las formulaciones básicas, válidas para esas condiciones ideales, se van complicando para adaptarse al incumplimiento de una u otra de las condiciones referidas: acuífero semiconfinado o libre, acuífero que se termina lateralmente por un plano impermeable, bombeo de caudal variable, etc.

Régimen permanente

Vamos a deducir la ecuación que expresa la forma del cono de descensos en régimen permanente y en un **acuífero confinado**.

En la Figura 8 se representa el cono de descensos generado por el flujo radial del agua hacia un sondeo, a través de un **acuífero confinado**, de espesor constante.

Al estar en régimen permanente, el caudal (Q) que estamos extrayendo **es el mismo** que, fluyendo radialmente hacia el sondeo, está atravesando cualquier cilindro concéntrico con el sondeo (Figura 8).

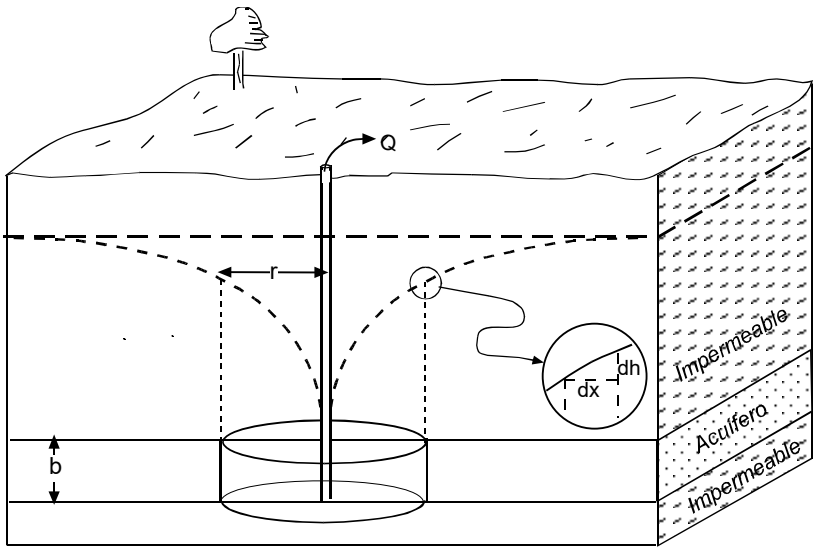


Figura 8. Acuífero confinado en régimen permanente

Aplicamos la ley de Darcy al flujo del agua subterránea a través de una de esas secciones cilíndricas, de radio r medido desde el eje del sondeo:

$$Q = K \cdot A \cdot i$$

donde:

Q = caudal que atraviesa la sección de área A (igual al caudal que está siendo bombeado)

A =sección por la que circula el agua = $2.\ \pi\ .\ r\ .\ b$

b = espesor del acuífero]

K =permeabilidad del acuífero

i = gradiente hidráulico = dh/dr

$$Q = (2 \cdot \pi \cdot r\ .b) \cdot K\ \frac{dh}{dr}$$

$$\frac{dr}{r} = \frac{2\,\pi\,b\,K}{Q}\,dh$$

Integrando entre r_1 y r_2 (Figura 8):

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi bK}{Q}\int_{h_1}^{h_1} dh$$

$$\left[\ln r\right]_{r_1}^{r_2} = \frac{2\pi Kb}{Q}\left[h\right]_{h_1}^{h_2}$$

$$\ln r_2 - \ln r_1 = \frac{2\,\pi\ T}{Q}(h_2 - h_1)$$

$$h_2 - h_1 = \frac{\mathrm{Q}}{2\,\pi\ T}\ \ln\frac{r_2}{r_1}$$

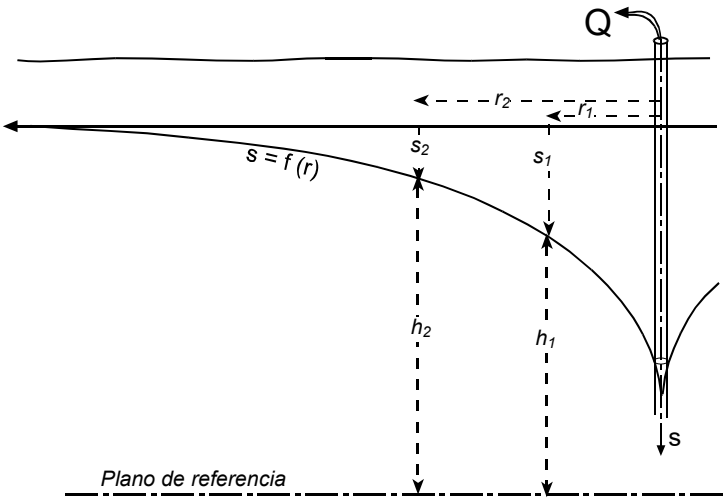


Figura 9.- Niveles y descensos en dos puntos de observación

Como $h_2 - h_1 = s_1 - s_2$ (comprobarlo en la figura 9), la última ecuación puede expresarse así:

$$s_1 - s_2 = \frac{\mathrm{Q}}{2\,\pi\ T}\ \ln\frac{r_2}{r_1} \qquad (2)$$

Esta expresión se conoce como **fórmula de Dupuit-Thiem**[3], y refleja la forma del cono de descensos en función de la distancia, y, tal como habíamos aventurado anteriormente, también en función del caudal y de la transmisividad.

Cálculo del descenso a cualquier distancia: Necesitamos el dato de un solo punto de observación (a una distancia r_1 se ha medido un descenso s_1). Conociendo el caudal, Q, y la transmisividad del acuífero, T, se puede calcular el descenso (s_2) a cualquier distancia (r_2).

Un caso particular sería el cálculo del **descenso en el propio pozo de bombeo**. Para ello debemos conocer los datos r_2, s_2 y calcular s_1 para una distancia r_1 = radio del pozo. Esto siempre conlleva un error porque el radio efectivo del sondeo no es el mismo que su radio real.

Ejemplo 1.-

En un acuífero **confinado** con un espesor saturado de 15 metros, se bombea un caudal constante de 4,2 litros/seg. hasta alcanzar el régimen permanente. Transmisividad: 54 m^2/dia. A 25 metros de distancia se mide un descenso de 2,83 m. a) Calcular el descenso producido a 100 metros de distancia del sondeo que bombea.

$r_1 = 25$; $s_1 = 2{,}83$; $r_2 = 100$; $s_2 =$ ¿?

Aplicando la fórmula (2), despejamos s_2:

$$2{,}83 - s_2 = \frac{4{,}2 \cdot 86{,}4}{2\,\pi\ 54}\ \ln\frac{100}{25} \quad ;\ s'_2 = 1{,}35 \text{ metros}$$

El factor 86,4 es para convertir litros/seg en m^3/dia. (un día tiene 86400 segundos)

Cálculo del radio del cono ("radio de influencia"): Basta calcular la distancia a la que el descenso es 0. Para ello, tomaremos la pareja de valores: $r_2 = R$; $s_2 = 0$, con lo que la fórmula (2) resulta:

$$s_1 = \frac{\mathrm{Q}}{2\,\pi\ T}\ \ln\frac{R}{r_1} \qquad (3)$$

Ejemplo 2.-

Con los mismos datos del ejemplo anterior, calcular el radio del cono de descensos.

Solución: Aplicando la expresión (3):

$$2{,}83 = \frac{4{,}2 \cdot 86{,}4}{2\,\pi\ 54}\ \ln\frac{R}{25} \quad ; \quad R = 352 \text{ metros}$$

[3] El francés Dupuit (1863) la desarrolló inicialmente (curiosa coincidencia, Dupuit significa *del pozo*), mientras que el alemán A. Thiem (1870, 1887) la aplicó para el cálculo de la Transmisividad del acuífero: los "bombeos de ensayo" que veremos en el apartado siguiente. También se cita con frecuencia el trabajo posterior de G. Thiem (1906)

El radio del cono también se puede evaluar sin conocer el caudal ni la transmisividad, si disponemos de dos descensos a dos distancias (r_1 , s_1 ; r_2 , s_2): Se representan los dos puntos en un gráfico semilogarítmico (ver la figura 10) y prolongando la recta hasta el eje de abcisas se obtiene el radio del cono.

Bombeos de ensayo

En general, un *bombeo de ensayo* (en inglés: *test pumping* o *pumping test*) es un bombeo realizado para medir los parámetros hidráulicos del acuífero, en el caso del régimen permanente sólo la Transmisividad.

Para ello necesitamos dos puntos de observación, dos sondeos que estén abiertos en el mismo acuífero que se está bombeando (como en el esquema de la figura 9). Se miden las distancias y los descensos (a una distancia r_1, el descenso estabilizado es de s_1 metros; a una distancia r_2, el descenso es de s_2 metros), y, conocido el caudal de bombeo, Q, se despeja T.

Ejemplo 3.-

En un acuífero **confinado** con un espesor de 11 metros, se bombea un caudal constante de 3,5 litros/seg. hasta alcanzar el régimen permanente. Se miden los siguientes descensos: a 20 metros de distancia, descenso: 1,87 m.; a 95 metros de distancia, descenso: 0,39 metros. Calcular la transmisividad.

Solución:

r_1=20 ; s_1 = 1,87 ; r_2=95 ; s_2 = 0,39

Aplicando la fórmula (2), despejamos T:

$$s_1 - s_2 = \frac{Q}{2\pi T} \ln\frac{r_2}{r_1} \quad ; \quad 1{,}87 - 0{,}39 = \frac{3{,}5 \cdot 86{,}4}{2\pi T} \ln\frac{95}{20} \quad ; \quad T = 50{,}7 \text{ m}^2/\text{dia}$$

Estos cálculos se pueden realizar gráficamente, lo que es especialmente aconsejable si disponemos de más de dos puntos de observación. Se representan los descensos en función de log(r) (Figura 10), obteniendo una recta, ya que en la fórmula de Dupuit los descensos son una función lineal de los logaritmos de las distancias. El radio del cono se lee directamente, y de la pendiente de la recta se calcula la T. A mayor T, menor pendiente: pensemos que **este gráfico es una imagen deformada del cono de descensos**, y habíamos visto (figura 7) que al aumentar la transmisividad, disminuye la pendiente del cono.

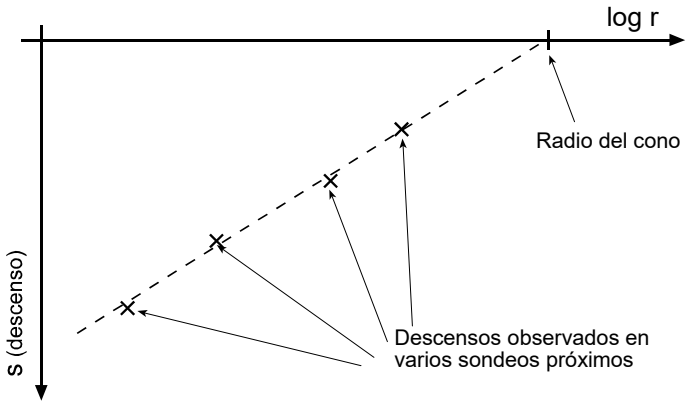


Figura 10 .- Datos para un bombeo de ensayo en régimen permanente

Aplicación de la fórmula Dupuit-Thiem a acuíferos libres

La deducción que hemos realizado para obtener la fórmula (2) no es válida para **acuíferos libres**, ya que no se cumplen varios presupuestos, el principal: que el espesor (b) no es constante; en acuíferos libres se trata del espesor saturado, que disminuye al aproximarse al sondeo (Figura 3,B). No obstante, el error es aceptable si los descensos producidos son despreciables frente al espesor saturado del acuífero; habitualmente se acepta si los descensos no superan el 10% ó el 15% de dicho espesor, aunque esta condición no se cumplirá en las proximidades del pozo que bombea, en acuíferos libres de poco espesor.

Si el descenso supera el 15% del espesor saturado inicial, la fórmula (2) puede utilizarse introduciendo en ella "descensos corregidos", como se explica en el **Anexo II** :

$s' = s - (s^2/2h_o)$ (4)

Inversamente:

s = descenso e el acuífero libre

s' = descenso equivalente que se produciría si fuera

$$s = h_o - \sqrt{h_o^{\,2} - 2 \cdot s' \cdot h_o} \qquad (5)$$

confinado (si el espesor fuera constante)

h_o = espesor saturado inicial

Ejemplo 4 (equivalente al ejemplo 3).-

En un acuífero **libre** con un espesor saturado inicial de 11 metros, se bombea un caudal constante de 3,5 litros/seg. hasta alcanzar el régimen permanente. Se miden los siguientes descensos: a 20 metros de distancia, descenso: 1,87 m.; a 95 metros de distancia, descenso: 0,39 metros. Calcular la transmisividad.

Solución:

Calculamos los descensos equivalentes (s') mediante la fórmula (4):

r_1=20 ; s_1 = 1,87 ; s'_1 = 1,71
r_2=95 ; s_2 = 0,39 ; s'_2 = 0,38

Aplicando la fórmula (2) con los descensos corregidos *s'*, despejamos *T*:

$$s'_1 - s'_2 = \frac{Q}{2\pi\ T} \ln\frac{r_2}{r_1} \quad ; \quad 1{,}71 - 0{,}36 = \frac{3{,}5 \cdot 86{,}4}{2\pi\ T} \ln\frac{95}{20} \quad ; \quad T = 56{,}5\ \text{m}^2/\text{dia}$$

Ejemplo 5 (equivalente al ejemplo 1).-

En un acuífero **libre** con un espesor saturado inicial de 15 metros, se bombea un caudal constante de 4,2 litros/seg. hasta alcanzar el régimen permanente. Transmisividad: 54 m^2/dia. A 25 metros de distancia se mide un descenso de 2,83 m. Calcular el descenso producido a 100 metros de distancia del sondeo que bombea.

Solución:

Calculamos el descenso equivalente (s') mediante la fórmula (4):

r_1=25 ; s_1 = 2,83 ; s'_1 = 2,56
r_2=95 ; s_2 = ¿?

Aplicando la fórmula (2) con el descenso corregido s'_1, despejamos s'_2:

$$s'_1 - s'_2 = \frac{Q}{2\pi\ T} \ln\frac{r_2}{r_1} \quad ; \quad 2{,}56 - s'_2 = \frac{4{,}2 \cdot 86{,}4}{2\pi\ 54} \ln\frac{100}{25} \quad ; \quad s'_2 = 1{,}08 \text{ metros}$$

El valor obtenido (s'_2) sería el descenso a 100 metros si el espesor del acuífero fuera constante. Para el acuífero libre, aplicamos la fórmula (5):

$$s = h_o - \sqrt{h_o^{\,2} - 2 \cdot s'_2 \cdot h_o} \quad ; \quad s_2 = 15 - \sqrt{15^2 - 2 \cdot 1{,}08 \cdot 15} = 1{,}12 \text{ metros}$$

Régimen variable (acuífero confinado)

Fórmula de Theis

La primera expresión matemática que refleja la forma del cono de descenso en régimen variable se debe a Theis, que en 1935 la elaboró a partir de la similitud entre el flujo del agua y el flujo de calor, estudiando el flujo radial del calor en una placa. La expresión es:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \qquad (6) \quad \text{; donde:} \qquad u = \frac{r^2 S}{4Tt} \qquad (7)$$

Q= Caudal de bombeo constante
T, S = Transmisividad y coeficiente de almacenamiento del acuífero
t = tiempo transcurrido desde el comienzo del bombeo
s = descenso
r = distancia a la que se produce el descenso s

u no es una variable que tenga significado físico, sólo se trata de una abreviatura en la formulación.

$W(u)$ es una función compleja de u bien conocida en matemáticas, que en hidráulica se

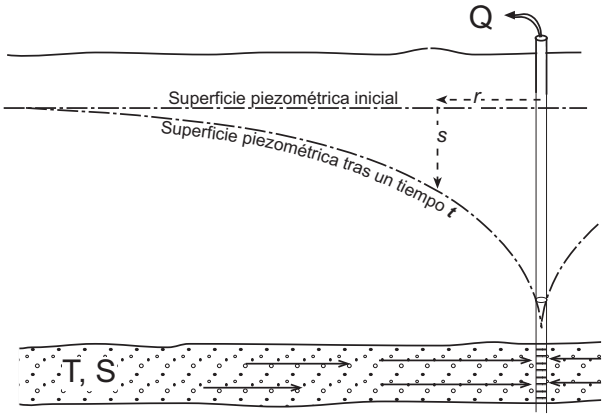


Figura 11 .- Cono de descensos en régimen variable, acuífero confinado

denomina "función de pozo" (se utiliza W es porque *pozo* en inglés es *Well*):

$$W(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \qquad (8)$$

La solución de esta integral para los distintos valores de *u* aparece tabulada en todos los textos de Hidrogeología (por ejemplo, en Watson (1995), pág.351). En el **Anexo I** aparece una versión simplificada de dicha tabla, suficiente para un cálculo aproximado.

Esta integral puede expresarse en forma de *serie* (suma de infinitos sumandos), así:

$$W(u) = -0{,}5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2.2!} + \frac{u^3}{3.3!} - \ldots \qquad (9)$$

Ejemplo 6.-

En un acuífero confinado con Transmisividad: 54 m^2/dia y coeficiente de almacenamiento S= $3 \cdot 10^{-5}$, se bombea un caudal constante de 4,2 litros/seg. Calcular el descenso producido a 100 metros de distancia del sondeo que bombea, tras 5 horas de bombeo.

Solución:

Calculamos *u* mediante la formula (7), convirtiendo el tiempo de horas a días :

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad ; \quad u = \frac{150^2 \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 54 \cdot 5/24} = 0{,}015$$

Evaluamos el valor de *W(u)* correspondiente a *u* = 0,015 mediante la tabla del Apéndice I: *W(u)* = 3,637

Finalmente, calculamos el descenso mediante la fórmula (6):

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad ; \quad s = \frac{4{,}2 \cdot 86{,}4}{4 \cdot \pi \cdot 54} 3{,}637 = 1{,}94 \text{ m.}$$

Fórmula de Jacob

Se aprecia que en la serie (9) que expresa *W(u)*, si *u* tiene un valor pequeño, la suma del tercer sumando y sucesivos es despreciable frente a los dos primeros. Sustituyendo en (6) *W(u)* por los dos primeros sumandos (-0.5772 –ln *u*), y sustituyendo *u* por su valor (7), se obtiene la expresión:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) = \frac{Q}{4\pi T}(-0{,}5772 - \ln u) = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2{,}25.Tt}{r^2 S} \qquad (10)$$

Si preferimos trabajar con logaritmos decimales, englobando 4π con el factor de conversión:

$$s = 0{,}183 \frac{Q}{T} \log \frac{2{,}25.T.t}{r^2.S} \qquad (11)$$

Las expresiones (10) u (11) son la *simplificación de Jacob de la fórmula de Theis*, y permiten el cálculo de descensos en régimen variable sin necesidad del uso de la tabla de *W(u)* para valores de *u* pequeños.

Suele adoptarse el valor de $u<0{,}03$ para que esta simplificación sea aceptable. Estos valores pequeños de *u* se dan con valores grandes de *t* y pequeños de *r* : en general, no es aplicable en los primeros momentos del bombeo.

Ejemplo 7.-

Para el mismo problema planteado en el ejemplo 6, calcular el descenso mediante la fórmula de Jacob.

Solución:

Primero debemos comprobar que *u* es pequeño mediante la formula (7); en el ejemplo 5 ya lo hemos calculado, y obtuvimos que *u*=0,015, luego sí es aceptable la simplificación de Jacob ($u < 0{,}03$)

Calculamos el descenso mediante la fórmula (11): $s = 0{,}183 \frac{4{,}2 \cdot 86{,}4}{54} \log \frac{2{,}25 \cdot 54 \cdot 5/24}{150^2 . \cdot 3 \cdot 10^{-5}} = 1{,}94$ metros

Obteniendo el mismo valor que por la fórmula de Theis, ya que el valor de *u* era muy pequeño.

Tanto con la fórmula de Theis como con la simplificación de Jacob, si repetimos el cálculo para varias distancias, podremos dibujar el cono de descensos en un instante dado *t*.

Bombeos de ensayo (descensos-tiempos)

En un bombeo de ensayo en régimen variable bombeamos un caudal constante mientras que en otro sondeo próximo abierto en el mismo acuífero (Figura 12) mediremos la evolución del descenso con el tiempo. Representando gráficamente la evolución de los descensos en función del tiempo y tras unos cálculos sencillos, obtendremos los parámetros hidráulicos del acuífero, *T* y *S*..

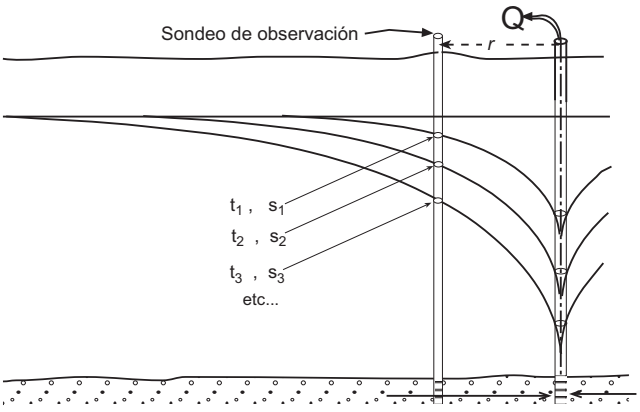


Figura 12 .- Datos para un bombeo de ensayo en régimen variable

Para la interpretación mediante la fórmula de Theis se representan en un gráfico *log s – log t* y la curva resultante se superpone a una curva patrón.

Para la interpretación mediante la simplificación de Jacob, se representan los descensos (*s*) en función de *log t,* debiendo resultar una recta: efectivamente, en la expresión de Jacob se aprecia que el descenso es un función lineal del tiempo.

Ejemplos de bombeos de ensayo:
Método de Theis: http://hidrologia.usal.es/practicas/confinado/Theis_EXPLICACION.pdf
Método de Jacob: http://hidrologia.usal.es/practicas/confinado/Jacob_EXPLICACION.pdf

Bombeos de ensayo (descensos-distancias)

Hemos visto que en **régimen permanente** utilizamos datos **distancias-descensos** (varios puntos de observación), mientras que en **régimen variable** los datos necesarios son **tiempos-descensos** (medidos en un solo punto de observación).

También es posible calcular los parámetros del acuífero en **régimen variable** si disponemos de dos o más parejas de valores **distancias-descensos**. Si representamos los descensos en función de la distancia (todos medidos simultáneamente, para un tiempo *t*) obtendremos una recta (figura del ejemplo siguiente); efectivamente, en las ecuaciones (10) u (11) vemos que el descenso es una función lineal del logaritmo de la distancia.

Aplicando la ecuación de Jacob (10) a dos puntos de la recta y restando miembro a miembro:

$$s_1 = \frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{2{,}25.Tt}{r_1^2 S}\ ;\ s_2 = \frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{2{,}25.Tt}{r_2^2 S}\ ;\ s_1 - s_2 = \frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{r_2^2}{r_1^2}\ ;\ \boxed{s_1 - s_2 = \frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{r_2}{r_1}} \qquad (12)$$

Obtenemos la misma ecuación (3) de Dupuit-Thiem, aunque en este caso no es en régimen permanente sino que refleja los descensos para un tiempo *t*, en régimen variable.

Ejemplo 8.-

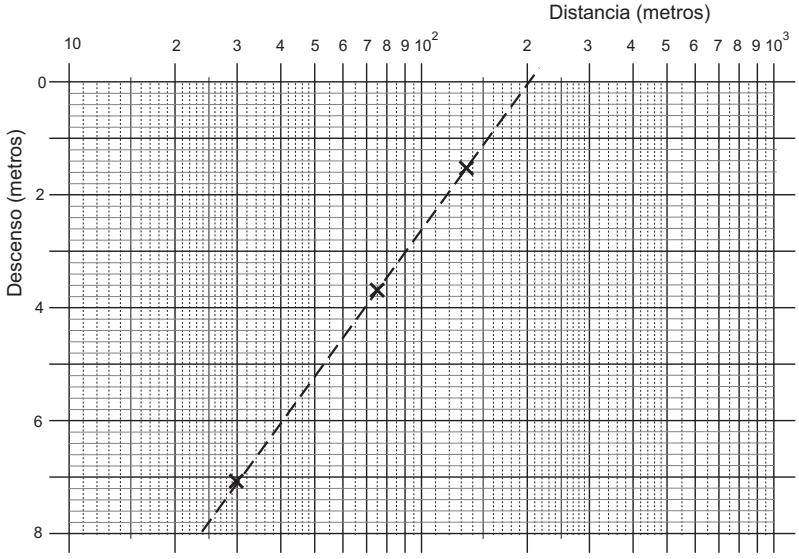
Un sondeo bombea en un acuífero confinado un caudal constante de 12 litros/seg. Tras 2 horas de bombeo (estamos en régimen variable), se miden los descensos en tres sondeos próximos (abiertos en el mismo acuífero):

A 30 metros: descenso=7,05 metros

A 75 metros: descenso=3,69 metros

A 135 metros: descenso=1,54 metros

Representamos estas parejas de valores en un gráfico "descensos-log(distancia)":



Aplicando en la ecuación (12) dos parejas de valores, despejamos la transmisividad *T*. (Aquí vamos a utilizar dos puntos de los tres medidos, mejor usar dos puntos de la recta):

$$7{,}05 - 1{,}54 = \frac{12 \cdot 86{,}4}{4\pi T} \ln \frac{135^2}{30^2} \qquad ; \qquad T = 55{,}9 \text{ m}^2/\text{dia}$$

Aquí terminaba el proceso en régimen permanente, pero ahora podemos obtener el coeficiente de almacenamiento.

Prolongando la recta hasta el eje de abcisas (eje superior, descenso=0), obtenemos el punto de coordenadas: r =200 metros ; s = 0 metros. Esa distancia (r =200) es el radio R del cono a las 2 horas de bombeo.

Aplicando la ecuación (10) a este punto, obtenemos:

$$0 = \left(\frac{Q}{4\pi T}\right)\left(\ln \frac{2{,}25.Tt}{R^2 S}\right)$$

Hemos incluido los paréntesis para mostrar que el producto de dos factores es igual a 0. Como el primer factor no es 0, debe serlo el segundo. Por tanto, la fracción dentro del logaritmo debe ser 1 (ya que ln 1 = 0):

$$\frac{2{,}25.Tt}{R^2 S} = 1 \quad ; \quad \frac{2{,}25 \cdot 55{,}9 \cdot 2/24}{200^2 S} = 1 \quad ; \quad S = 2{,}6 \cdot 10^{-4}$$

Para resolver el mismo problema en un **acuífero libre** se puede aplicar este mismo procedimiento, pero corrigiendo previamente mediante la fórmula (4) los descensos medidos; en el cálculo final, la *S* correspondería a la porosidad eficaz.

No obstante, esto sería una mera aproximación, ya que el régimen variable en acuíferos libres es más complejo. (http://hidrologia.usal.es/temas/Acuiferos_libres.pdf)

Resumen

Hemos visto que las fórmulas se pueden aplicar en ambos sentidos:

(a) Si se conocen los parámetros hidráulicos del acuífero, podemos **evaluar el comportamiento del acuífero ante el bombeo** (calcular descensos, o qué caudal podemos extraer para no superar un cierto descenso)

(b) Si se conoce el comportamiento del acuífero ante el bombeo (hemos medido caudal y descensos), podemos **calcular los parámetros hidráulicos del acuífero.**

En ambas situaciones, y según se trate de régimen permanente o variable, los datos que deben tomarse en el campo y lo que podemos obtener de los cálculos se resumen así:

	Ref. permanente	**Reg. variable**	
Conocidos los parámetros del acuífero, calculamos los descensos	***Datos:*** *Q, T;* s_1, r_1 en un pozo de observación ***Calculamos:*** El descenso a cualquier otra distancia	***Datos:*** *Q, T, S* ***Calculamos:*** El descenso a cualquier distancia *r* y transcurrido un tiempo *t*.	
Bombeo de ensayo: Medimos descensos, calculamos los parámetros del acuífero	***Datos:*** *Q* Al menos **dos sondeos** de observación ($s_1, r_1; s_2, r_2$) ***Calculamos:*** La Transmisividad	***Datos:*** *Q* En **un sondeo** de observación, a una distancia *r* : t_1, s_1 ; t_2, s_2 ; t_3, s_3 etc... ***Calculamos:*** *T* y *S*	***Datos:*** *Q,* tiempo *t* Al menos **dos sondeos** de observación ($s_1, r_1; s_2, r_2$) ***Calculamos:*** *T* y *S*

Anexo I: Valores de *W (u)* para distintos valores de *u*

	x 1	x 0,1	x 0,01	x 10^{-3}	x 10^{-4}	x 10^{-5}	x 10^{-6}	x 10^{-7}	x 10^{-8}	x 10^{-9}	x 10^{-10}
1,0	0,2194	1,8229	4,0379	6,3315	8,6332	10,9357	13,2383	15,5409	17,8435	20,1460	22,4486
1,2	0,1584	1,6595	3,8576	6,1494	8,4509	10,7534	13,0560	15,3586	17,6611	19,9637	22,2663
1,4	0,1162	1,5241	3,7054	5,9955	8,2968	10,5992	12,9018	15,2044	17,5070	19,8096	22,1122
1,6	0,08631	1,4092	3,5739	5,8621	8,1633	10,4657	12,7683	15,0709	17,3735	19,6760	21,9786
1,8	0,06471	1,3098	3,4581	5,7445	8,0455	10,3479	12,6505	14,9531	17,2557	19,5583	21,8608
2,0	0,04890	1,2226	3,3547	5,6394	7,9402	10,2426	12,5451	14,8477	17,1503	19,4529	21,7555
2,2	0,03719	1,1454	3,2614	5,5443	7,8449	10,1473	12,4498	14,7524	17,0550	19,3576	21,6602
2,4	0,02844	1,0762	3,1763	5,4575	7,7579	10,0603	12,3628	14,6654	16,9680	19,2706	21,5732
2,6	0,02185	1,0139	3,0983	5,3776	7,6779	9,9802	12,2828	14,5854	16,8879	19,1905	21,4931
2,8	0,01686	0,9573	3,0261	5,3037	7,6038	9,9061	12,2087	14,5113	16,8138	19,1164	21,4190
3,0	0,01305	0,9057	2,9591	5,2349	7,5348	9,8371	12,1397	14,4423	16,7448	19,0474	21,3500
3,2	0,01013	0,8583	2,8965	5,1706	7,4703	9,7726	12,0751	14,3777	16,6803	18,9829	21,2855
3,4	0,007891	0,8147	2,8379	5,1102	7,4097	9,7120	12,0145	14,3171	16,6197	18,9223	21,2249
3,6	0,006160	0,7745	2,7827	5,0532	7,3525	9,6548	11,9574	14,2599	16,5625	18,8651	21,1677
3,8	0,004820	0,7371	2,7306	4,9993	7,2985	9,6007	11,9033	14,2059	16,5085	18,8110	21,1136
4,0	0,003779	0,7024	2,6813	4,9482	7,2472	9,5495	11,8520	14,1546	16,4572	18,7598	21,0623
4,2	0,002969	0,6700	2,6344	4,8996	7,1985	9,5007	11,8032	14,1058	16,4084	18,7110	21,0135
4,4	0,002336	0,6397	2,5899	4,8533	7,1520	9,4541	11,7567	14,0593	16,3619	18,6644	20,9670
4,6	1,841E-03	0,6114	2,5474	4,8091	7,1075	9,4097	11,7122	14,0148	16,3174	18,6200	20,9226
4,8	1,453E-03	0,5848	2,5068	4,7667	7,0650	9,3671	11,6697	13,9723	16,2748	18,5774	20,8800
5,0	1,148E-03	0,5598	2,4679	4,7261	7,0242	9,3263	11,6289	13,9314	16,2340	18,5366	20,8392
5,2	9,086E-04	0,5362	2,4306	4,6871	6,9850	9,2871	11,5896	13,8922	16,1948	18,4974	20,8000
5,4	7,198E-04	0,5140	2,3948	4,6495	6,9473	9,2494	11,5519	13,8545	16,1571	18,4596	20,7622
5,6	5,708E-04	0,4930	2,3604	4,6134	6,9109	9,2130	11,5155	13,8181	16,1207	18,4233	20,7259
5,8	4,532E-04	0,4732	2,3273	4,5785	6,8758	9,1779	11,4804	13,7830	16,0856	18,3882	20,6908
6,0	3,601E-04	0,4544	2,2953	4,5448	6,8420	9,1440	11,4465	13,7491	16,0517	18,3543	20,6569
6,2	2,864E-04	0,4366	2,2645	4,5122	6,8092	9,1112	11,4137	13,7163	16,0189	18,3215	20,6241
6,4	2,279E-04	0,4196	2,2346	4,4806	6,7775	9,0795	11,3820	13,6846	15,9872	18,2897	20,5923
6,6	1,816E-04	0,4036	2,2058	4,4501	6,7467	9,0487	11,3512	13,6538	15,9564	18,2590	20,5616
6,8	1,448E-04	0,3883	2,1779	4,4204	6,7169	9,0189	11,3214	13,6240	15,9265	18,2291	20,5317
7,0	1,155E-04	0,3738	2,1508	4,3916	6,6879	8,9899	11,2924	13,5950	15,8976	18,2001	20,5027
7,2	9,219E-05	0,3599	2,1246	4,3636	6,6598	8,9617	11,2642	13,5668	15,8694	18,1720	20,4745
7,4	7,364E-05	0,3467	2,0991	4,3364	6,6324	8,9343	11,2368	13,5394	15,8420	18,1446	20,4472
7,6	5,886E-05	0,3341	2,0744	4,3100	6,6057	8,9076	11,2101	13,5127	15,8153	18,1179	20,4205
7,8	4,707E-05	0,3221	2,0503	4,2842	6,5798	8,8817	11,1842	13,4868	15,7893	18,0919	20,3945
8,0	3,767E-05	0,3106	2,0269	4,2591	6,5545	8,8563	11,1589	13,4614	15,7640	18,0666	20,3692
8,2	3,015E-05	0,2996	2,0042	4,2346	6,5298	8,8317	11,1342	13,4367	15,7393	18,0419	20,3445
8,4	2,415E-05	0,2891	1,9820	4,2107	6,5057	8,8076	11,1101	13,4126	15,7152	18,0178	20,3204
8,6	1,936E-05	0,2790	1,9604	4,1874	6,4822	8,7840	11,0865	13,3891	15,6917	17,9943	20,2969
8,8	1,552E-05	0,2694	1,9393	4,1646	6,4592	8,7610	11,0635	13,3661	15,6687	17,9713	20,2739
9,0	1,245E-05	0,2602	1,9187	4,1423	6,4368	8,7386	11,0411	13,3437	15,6462	17,9488	20,2514
9,2	9,988E-06	0,2513	1,8987	4,1205	6,4148	8,7166	11,0191	13,3217	15,6243	17,9268	20,2294
9,4	8,018E-06	0,2428	1,8791	4,0992	6,3934	8,6951	10,9976	13,3002	15,6028	17,9053	20,2079
9,6	6,439E-06	0,2347	1,8599	4,0783	6,3723	8,6740	10,9765	13,2791	15,5817	17,8843	20,1869
9,8	5,173E-06	0,2269	1,8412	4,0579	6,3517	8,6534	10,9559	13,2585	15,5611	17,8637	20,1662

Por ejemplo, para u = 0,014 -> $W(u)$ =3,7054

Anexo II: Régimen permanente en acuíferos libres

Es complejo aplicar la formulación de Dupuit-Thiem a un acuífero libre. Para abordar el problema debemos admitir ciertas simplificaciones[4]: 1) El flujo es horizontal. 2) El gradiente es el de la superficie freática. 3) La velocidad es constante en una misma vertical

Observando la figura II.1 (a), observamos que no se cumple ninguna de las tres suposiciones del párrafo anterior; no obstante, podemos suponer que se cumplieran [figura II.1 (b)], lo que conlleva un error en general despreciable.

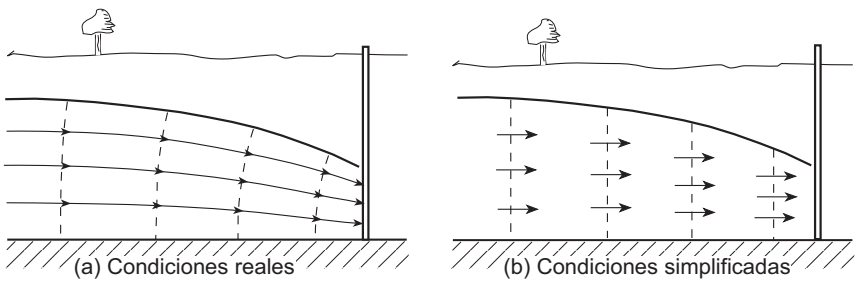


Fig. II.1.- Condiciones simplificadas del flujo

Incluso asumiendo esta simplificación, la mayor diferencia con el caso del acuífero confinado es que a medida que el flujo se acerca al pozo, no solamente disminuye el radio de las sección cilíndrica atravesada, sino también la altura (en el confinado era constante, el espesor del acuífero, figura 3A).

Suponiendo que la sección fuera cilíndrica, vamos a repetir el razonamiento que hicimos para deducir la formulación de Dupuit-Thiem, aplicando Darcy al flujo a través de un cilindro de radio *r* y altura *h*. (Ver la figura II.2)

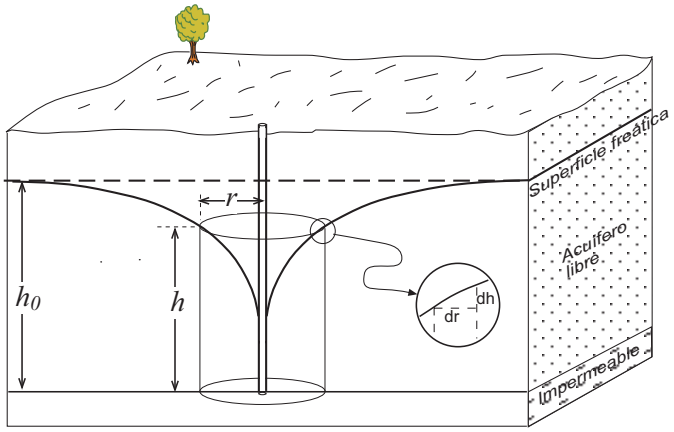


Fig. II.2.- Aplicación de Darcy al flujo hacia un sondeo que bombea en acuífero libre

$$Q = (2.\ \pi.\ r\ .h)\ .\ K\ .\frac{dh}{dr} \quad ; \quad \frac{dr}{r} = \frac{2\ \pi\ h\ K}{Q} dh$$

Recordemos que en acuíferos confinados simplificábamos haciendo: (*espesor* $\cdot K$)= T, pero aquí no es posible porque el espesor saturado del acuífero libre no es constante (disminuye al acercarnos al pozo).

Integramos entre dos distancias cualesquiera, r_1 y r_2 (figura II.3); para estas distancias, los potenciales (altura del agua) serán, respectivamente h_1 y h_2.

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi K}{Q}\int_{h_1}^{h_2} h\ dh \quad ; \quad \left[\ln r\right]_{r_1}^{r_2} = \frac{2\pi K}{Q}\left[\frac{h^2}{2}\right]_{h_1}^{h_2}$$

$$\ln r_2 - \ln r_1 = \frac{2\ \pi\ K}{\mathrm{Q}}\left(\frac{h_2^2 - h_1^2}{2}\right)$$

$$\ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{\pi\ K}{\mathrm{Q}}\left(h_2^2 - h_1^2\right) \qquad \text{(II.1)}$$

$$\left(h_2^2 - h_1^2\right) = (h_2 - h_1)\cdot(h_2 + h_1) \approx (s_1 - s_2).\ (2h_0) \qquad \text{(II.2)}$$

Efectivamente, como se aprecia en la figura II.3, $h_2 - h_1$ es igual a $s_1 - s_2$. Y por otra parte, si los descensos son pequeños en comparación con el espesor saturado es posible esta **simplificación**: $\boldsymbol{(h_2 + h_1) \approx 2h_0}$.

Sustituyendo (II.2) en (II.1) resulta:

$$\ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{\pi\ K}{\mathrm{Q}}\left(s_1 - s_2\right)\cdot 2h_o$$

$$s_1 - s_2 = \frac{\mathrm{Q}}{2\ \pi\ K\mathrm{h}_0}\ \ln\frac{r_2}{r_1} \qquad \text{(II.3)}$$

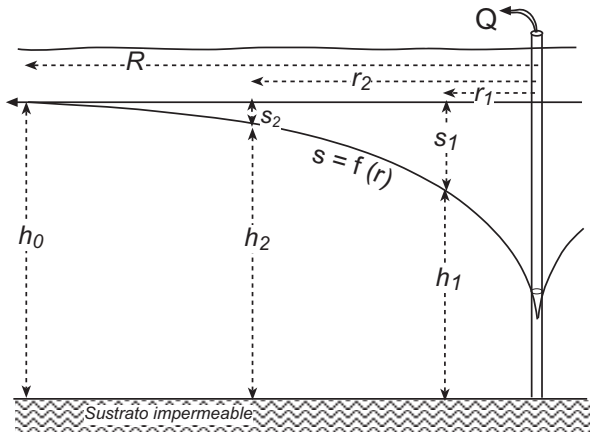


Fig. II.3.

[4] Aproximación de Dupuit-Forchheimer (Custodio, 1982, p.640)

Que es la misma fórmula (2) que habíamos obtenido para acuíferos confinados, ya que ($K \cdot h_0$) es igual a la transmisividad, T. La simplificación espresada en (II.2) en la práctica resulta aceptable si los descensos son menores del 10-15% de h_0.

Corrección de Jacob

Si los descensos son mayores y la simplificación (II.2) no es aceptable, debemos utilizar la llamada **corrección de Jacob** (1969, en Custodio, 1983, p. 644). Para la distancia $r_2 = R$, resulta: $h_2 = h_0$ y $s_2 = 0$, lo que transforma la expresión (II.1) en la siguiente:

$$\ln \frac{R}{r_1} = \frac{\pi \ K}{Q}(h_0^2 - h_1^2) \qquad \text{(II.4)}$$

Y la expresión (II.2) se puede elaborar de esta forma

$$\boxed{(h_0^2 - h_1^2)} = (h_0 - h_1)\cdot(h_0 + h_1) = (h_0 - h_1)\cdot(2h_0 - h_0 + h_1) = (h_0 - h_1)\cdot(2h_0 - (h_0 - h_1)) = s_1 \cdot (2h_0 - s_1) \boxed{= (s_1 \cdot 2h_0 - s_1^2)} \qquad \text{(II.5)}$$

Sustituyendo (II.5) en (II.4) resulta:

$$\ln \frac{R}{r_1} = \frac{\pi \ K}{Q} \cdot (s_1 \cdot 2h_0 - s_1^2) \qquad \text{(II.6)}$$

Multiplicando y dividiendo el segundo miembro por $2h_0$ y operando, se obtiene:

$$\ln \frac{R}{r_1} = \frac{2\pi \ K.h_0}{Q} \cdot \left(s_1 - \frac{s_1^2}{2h_0} \right) \quad ; \quad s_1 - \frac{s_1^2}{2h_0} = \frac{Q}{2\pi K h_0} \ln \frac{R}{r_1} \qquad \text{(II.7)}$$

Si llamamos **descenso corregido** s'_1 (a una distancia r_1) a: $s'_1 = s_1 - \frac{s_1^2}{2h_0}$ (II.8)

la ecuación (II.7) resulta: $s'_1 = \frac{Q}{2\pi K h_0} \ln \frac{R}{r_1}$ (II.9)

Que es la misma ecuación (3) que obtuvimos para acuíferos confinados, pero utilizando los *descensos corregidos* mediante la expresión (II.8), en lugar de los descensos reales.

La expresión (II.8) para un caso general es así: $s' = s - (s^2/2h_o)$ (II.10)

O inversamente, despejando s : $s = h_o - \sqrt{h_o^2 - 2 \cdot s' \cdot h_o}$ (II.11)

En ambas fórmulas (II.10) y (II.11): s = descenso en acuífero libre de espesor saturado inicial h_o
s' = descenso equivalente si el acuífero fuera confinado (de espesor constante)

Los descensos existentes en el acuífero libre debemos modificarlos mediante la expresión (II.10) antes de introducirlos en la fórmula de Dupuit (para calcular la T mediante un *bombeo de ensayo*).

Inversamente, un descenso calculado con la fórmula de Dupuit será **el que se habría producido con espesor constante del acuífero** (confinado), y mediante la expresón (II.11) obtendremos el correspondiente descenso real para acuífero libre.

Anexo III:
Estimación de la Transmisividad a partir del caudal específico

El caudal específico (en inglés *Specific Capacity*) es el caudal proporcionado por una captación dividido por el descenso provocado[5]. Sus unidades son las mismas que las de la transmisividad (L^2/T).

$$Caudal\ específico = \frac{Caudal}{Descenso} \qquad \text{(III.1)}$$

El caudal específico es una buena estimación de la transmisividad[6]. Si se estudia la hidrogeología de una región, es habitual que el número de puntos para los que disponemos de un valor medido de transmisividad sea muy reducido. En cambio, los datos de caudales y descensos pueden ser numerosos. Por tanto, con muchos valores de *caudal específico* podremos trazar un mapa de distribución geográfica de la transmisividad estimada.

Una primera aproximación de la relación puede ser ésta:

$$Transmisividad\ (m^2/dia) \approx Caudal\ específico \frac{(m^3/dia)}{(metros)} \cdot 1{,}2 \qquad \text{(III.2)}$$

Esta relación puede obtenerse teóricamente así:

Supongamos que hemos alcanzado el régimen permanente. Aplicamos la ecuación de Dupuit para el radio de la captación (r) y el radio de influencia (R), sabiendo que a una distancia R el descenso es 0:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r} \qquad \text{(III.3)}$$

Donde: r = radio de la captación
s = descenso producido a una distancia r (o sea: descenso en la captación)
R = radio de influencia del bombeo
Q = caudal (m^3/día)
T = transmisividad (m^2/día)

Despejamos T en (III.3) :

$$T = \frac{Q}{s} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \cdot \ln \frac{R}{r} \right) \qquad \text{(III.4)}$$

El valor del paréntesis anterior adquiere un valor de 1,2 para r = 0,15 metros y R = 300 metros. Para captaciones con diámetros entre 20 y 50 cm y radios de influencia entre 150 y 600 metros, el valor de ese paréntesis oscila de 1,02 a 1,38. Adoptando los valores centrales de este intervalo, podemos estimar la transmisividad multiplicando el caudal específico por un coeficiente que oscila generalmente entre 1,2 y 1,3

La alternativa aconsejable es la aproximación empírica: para una región determinada se establece una correlación entre los datos de transmisividad disponibles y sus correspondientes valores de caudales específicos.

Driscoll (1986, en Maliva, 2016, p. 201) indica los siguientes valores:

$T = 1{,}385 \cdot [Q/s]$ (para acuíferos confinados) (III.5)

$T = 1{,}042 \cdot [Q/s]$ (para acuíferos libres) (III.6)

[5] Estudiando el flujo del agua a través de un medio poroso, también se denomina *caudal específico* al caudal por unidad de sección, es decir: caudal/sección

[6] El *caudal específico* a que nos referimos aquí (Q/descenso) se utiliza más frecuentemente para evaluar el rendimiento de una captación: para un mismo acuífero, el caudal específico será mayor cuanto mejor sea la construcción del sondeo (ver el tema *Eficiencia de una captación*)

En el terciario detrítico del SO de la cuenca del Duero (Sánchez, 1982) se obtiene la siguiente relación:

$$T = 1{,}12 \cdot [Q/s] - 1{,}23 \qquad \text{(III.7)}$$

A veces la relación se establece en forma potencial, por ejemplo Mace (1997, en Maliva, 2016, p. 200) para un acuífero cárstico obtiene la relación:

$$T = 0{,}76 \cdot [Q/s]^{1{,}08} \qquad \text{(III.8)}$$

Para el detrítico del Duero citado más arriba se obtiene:

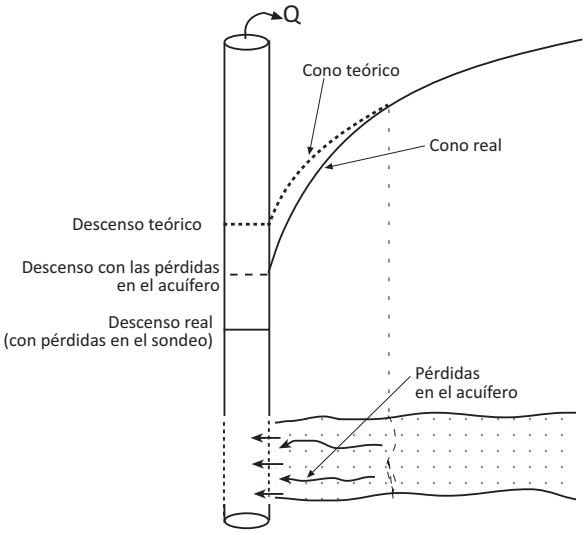
$$T = 1{,}46 \cdot [Q/s]^{0{,}90} \qquad \text{(III.9)}$$

En las expresiones anteriores (III.5) a (III.9): Q = Caudal (m^3/día)
s = descenso (metros)
Q/s = Caudal específico (m^2/día)
T = Transmisividad (m^2/día)

En el tema *Eficiencia de una captación* veremos que el descenso real medido en una captación es la suma del descenso teórico (que nos proporcionan las fórmulas) más el descenso debido a los rozamientos o pérdidas.

El razonamiento teórico que nos conduce a la expresión (III.4) asume la simplificación de que se tratara de una captación con una eficiencia del 100%, es decir que no hubiera pérdidas por rozamientos o turbulencias.

En cambio, la correlación entre datos empíricos de T y de Q/s ya engloba las pérdidas por rozamientos. La aplicación de expresiones como (III.5) a (III.9) para evaluar la transmisividad en sondeos de los que sólo dispongamos de valores de Q/s será más exacta si todos los sondeos de esa región presentan una *eficiencia* similar.



Bibliografía

Maliva, R.G. (2016).- *Aquifer Characterization Techniques*. Springer, 632 pp.

Sánchez, F.J. (1982) .- *Hidrogeología del Terciario en el borde suroccidental de la cuenca del Duero*. Tesis Doctoral. Universidad de Salamanca, 313 pp.

Bombeo de Ensayo por el método de Theis (Acuífero confinado, régimen variable)

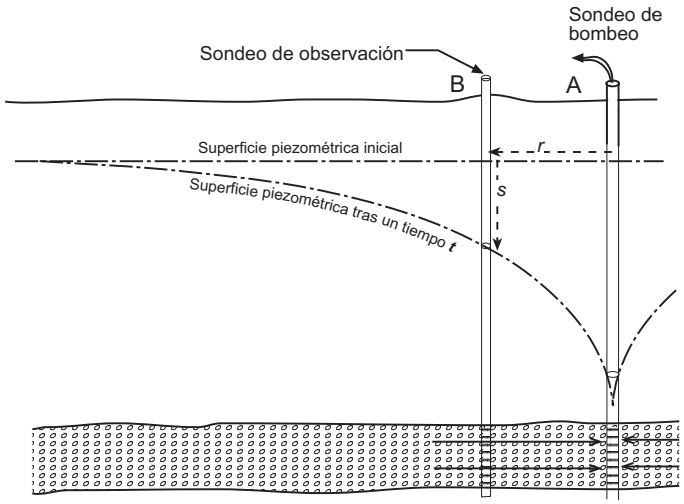
EJEMPLO RESUELTO

Introducción

Realizamos un bombeo de ensayo en un acuífero confinado para medir sus parámetros hidráulicos.

Suponemos que el medio físico se ajusta al modelo teórico que se esquematiza en la figura

Necesitamos dos sondeos abiertos en el mismo acuífero. En uno (A) bombeamos un caudal constante, en el otro (B) medimos los descensos para tiempos sucesivos.



Ejemplo: datos

Veámoslo con un ejemplo numérico. Supongamos que en el campo hemos medido los siguientes datos:

- **Caudal** constante de bombeo: **20 litros /seg**
- **Distancia (*r*)** entre el sondeo de bombeo (A) y el sondeo de observación (B) : **150 metros**
- Medidas de descensos (en metros) para diversos tiempos (minutos)

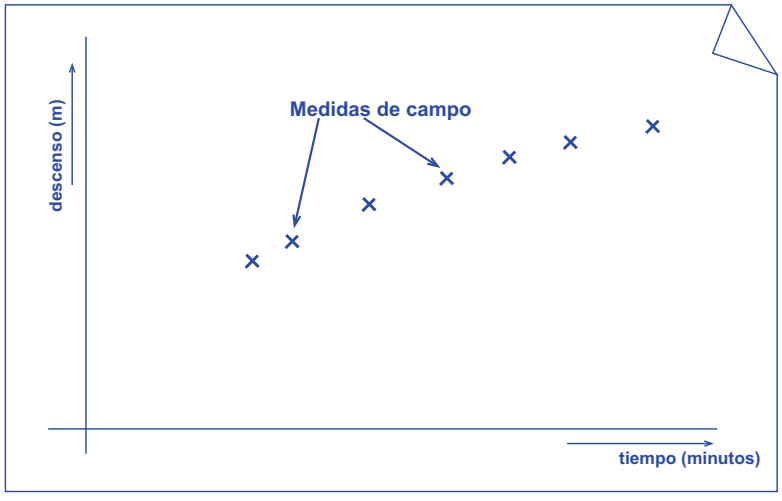
t (minutos)	s (metros)
7	1,80
10	2,15
20	3,00
40	3,80
70	4,60
120	5,25
250	6,05

Solución

1. Representamos los datos de descensos - tiempos en un papel doble logarítmico: tiempos (en minutos) en el eje horizontal, descensos, (en metros) en el eje vertical.

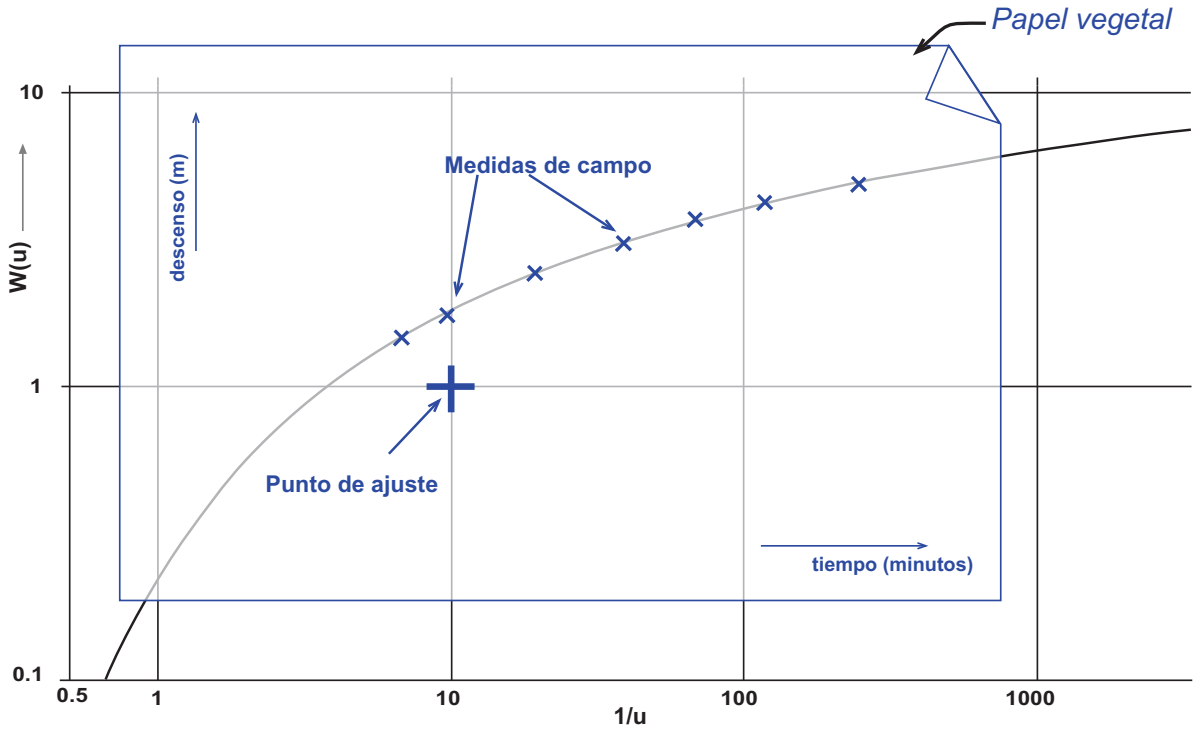
2. Calcamos esos datos sobre un papel vegetal, marcando también alguna línea vertical y horizontal: ----------→

3. Superponemos el papel vegetal sobre el gráfico patrón de Theis, buscando la



coincidencia de los puntos de las medidas de campo sobre la línea del gráfico patrón [1].

Podemos desplazar libremente el papel vegetal sobre el gráfico patrón, pero **sin rotarlo**, para ello nos sirven de referencia los ejes o las líneas vertical y horizontal que habíamos trazado sobre el vegetal.



4. Conseguida la superposición, marcamos en el vegetal un **Punto de ajuste**, calcando un punto cualquiera del gráfico patrón.

En este caso hemos elegido como punto de ajuste el punto de coordenadas: **W(u)=1 1/u=10**, pero valdría cualquier otro (un punto cualquiera del plano, no un punto de la curva). Para mayor sencillez es habitual tomar un punto de coordenadas simples: (10,1), (100,1), etc.

Anotamos en el vegetal las coordenadas del punto de ajuste: **W(u)=1 ; 1/u=10**

5. Volvemos a superponer el papel vegetal sobre el papel logarítmico en el que habíamos dibujado inicialmente los datos de campo, en la misma posición que cuando calcamos estos puntos. Leemos las coordenadas del **Punto de ajuste** en el gráfico de campo.

En este caso obtenemos las siguientes: tiempo = 11,5 minutos

descenso = 1,3 metros

Por tanto, el **Punto de ajuste** tiene dobles coordenadas:

en el gráfico de campo: *tiempo - descenso*

en el gráfico patrón: *1/u , W(u)*

6. Cálculo de la Transmisividad. Utilizamos la ordenada del **punto de ajuste** en ambos gráficos, es decir: en el gráfico patrón, *W(u,r/B)=1* , y la ordenada en el

[1] Gráfico patrón en la sección *Prácticas Hidrología Subterráne*a. P132

gráfico de campo: *descenso*= 1,3 metros.
Sustituimos esta pareja de valores en la ecuación de Theis:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \qquad 1{,}3 = \frac{20 \cdot 86{,}4}{4\pi\, T} \cdot 1$$

Despejamos *T*: **T = 106 m²/día**

Como en este ejemplo el caudal, *Q*, está en litros/seg. multiplicamos por 86,4 para pasar a m³/día

7. Cálculo del Coeficiente de Almacenamiento. Ahora utilizamos la abcisa del punto de ajuste en ambos gráficos: *1/u*=0,1 , y *tiempo* = 11,5 minutos
Sustituimos esta pareja de valores en la expresión general de la variable *u*:

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \qquad ; \qquad 0{,}1 = \frac{150^2\, S}{4 \cdot 106 \cdot {}^{11{,}5}\!/_{1440}}$$

Despejamos *S*: **S = 1,5 . 10⁻⁵**

Dividimos por 1440 para convertir minutos en días

Como son los mismos datos de partida utilizados para la explicación del método de Jacob, obsérvese que los valores de T y S obtenidos por los dos procedimientos son muy similares, como era de esperar.

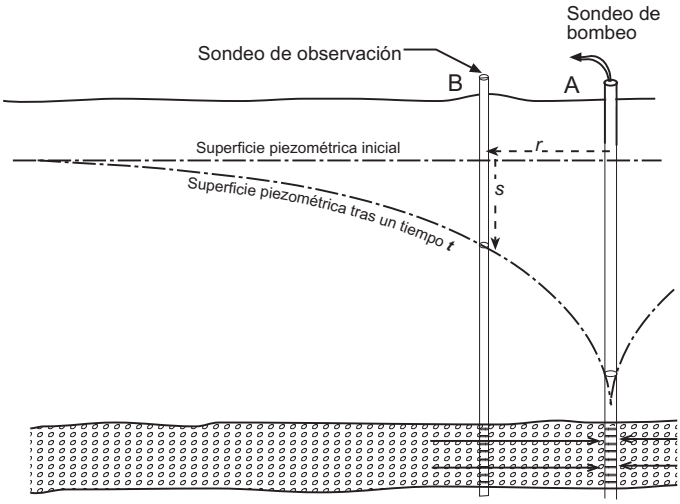
Bombeo de Ensayo por el método de Jacob
(Acuífero confinado, régimen variable)

EJEMPLO RESUELTO

Introducción

Necesitamos dos sondeos abiertos en el mismo acuífero. En uno bombearemos un caudal constante, en el otro mediremos los descensos. Las medidas en el campo son:

- Distancia (r) entre los dos sondeos
- Caudal (Q)constante bombeado
- Tiempos (t) y descensos (s)en el sondeo de observación



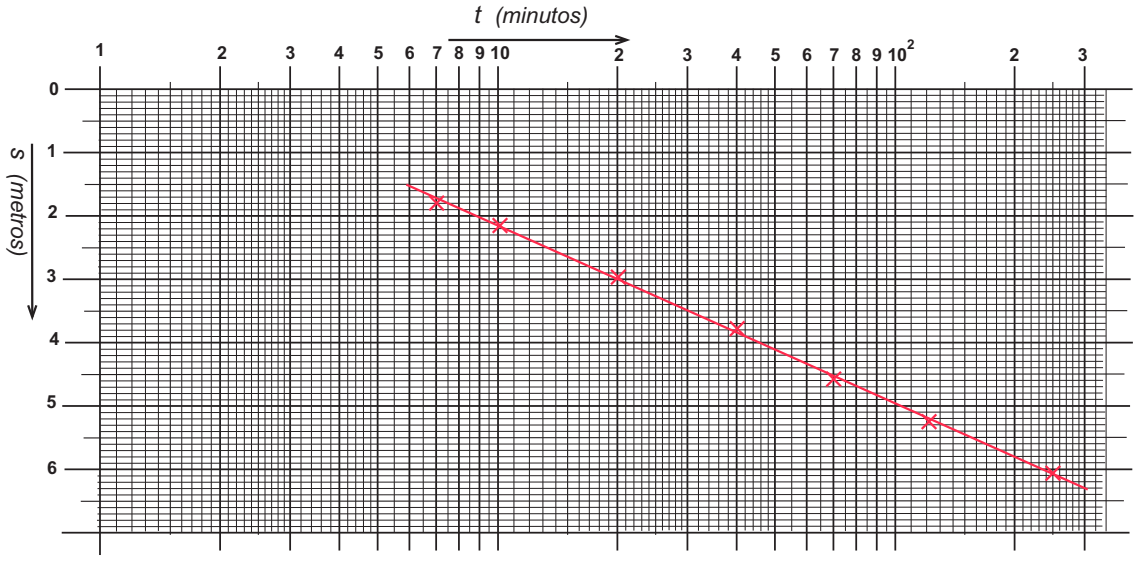
Datos

En un acuífero confinado se ha realizado un bombeo para medir los parámetros hidráulicos de dicho acuífero. En el sondeo A se ha bombeado un caudal constante de 20 litros/seg. y en el sondeo B, a una distancia de 150 metros de A, se han medido los siguientes descensos:

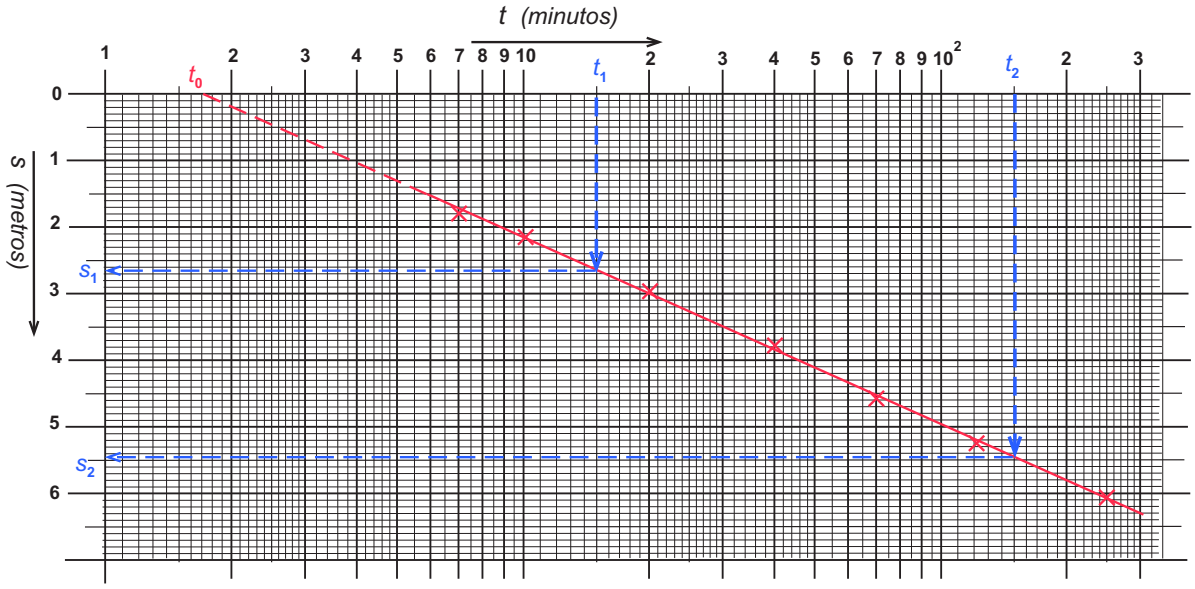
t (minutos)	s (metros)
7	1,80
10	2,15
20	3,00
40	3,80
70	4,60
120	5,25
250	6,05

Solución

1. Se representan los puntos en un gráfico semilogarítmico: en abcisas, logaritmos de tiempo; en ordenadas, descensos.
   (Hemos representado los descensos hacia abajo porque evoca su evolución en la realidad, aunque sería más correcta la disposición habitual de cualquier gráfico: que los valores positivos de la variable en ordenadas crecieran hacia arriba).



2. Se interpola una recta que se ajuste lo mejor posible a los puntos. Puede ser que los primeros puntos no estén alineados, ya que la solución de Jacob puede no cumplirse para tiempos pequeños
3. Tomamos dos puntos de la recta de modo que: $t_2 = 10 \cdot t_1$
   Leemos la diferencia $s_2 - s_1$ para esos dos puntos: En este caso leo **2,80 metros**. (El trazado de la recta es ligeramente subjetivo, por lo que este valor puede variar)



Cálculo de la Transmisividad (los cálculos se explican más adelante)

Aplicamos la siguiente expresión: $$\boxed{s_2 - s_1 = 0{,}183\frac{Q}{T}} \qquad (1)$$

convirtiendo el caudal de litros/seg. a m^3/día

$$2{,}80 = 0{,}183\frac{20 \times 86{,}4}{T}$$

Despejamos T: $\boxed{\boldsymbol{T = 113 m^2/día}}$

Como los descensos están en metros y el caudal en m^3/día, la transmisividad se obtiene en m^2/día.

Cálculo del coeficiente de almacenamiento (los cálculos se explican más adelante)

Prolongamos la recta hasta cortar el eje de abcisas (descenso = 0), leemos el valor del punto de corte (t_0): $\boldsymbol{t_0 = 1{,}7}$ **minutos**

Aplicamos la siguiente expresión: $$\boxed{S = \frac{2{,}25 T\, t_0}{r^2}} \qquad (2)$$

$$S = \frac{2{,}25 \times 113 \times \frac{1{,}7}{1440}}{150^2} = 1{,}3 \cdot 10^{-5}$$

Explicación de los cálculos realizados

¿Por qué los puntos están alineados? ¿Por qué los primeros puntos pueden no estar en la recta?

Recordemos la expresión de Jacob: $\boxed{s = 0{,}183\frac{Q}{T}\log\frac{2{,}25\,T\,t}{r^2\,S}}$

Para un caso determinado, *Q, T, S* y *r* son constantes, luego podríamos ver la fórmula de este modo[1]:

$$s = \mathrm{A} + \mathrm{B} \cdot \log t$$

que es la ecuación de una recta, donde A es la ordenada en el origen y B es la pendiente.

Las medidas correspondientes a los primeros minutos pueden estar fuera de la recta debido a que la ecuación de Jacob es una **simplificación** de la ecuación de Theis, y esa simplificación sólo es válida para valores de *u* pequeños (en general, menores de 0,03). Y los valores de *u* son grandes par valores de tiempo pequeños (recordemos que $u = r^2 S / 4T t$).

Obtención de la transmisividad a partir de la pendiente de la recta

La ecuación de una recta se cumple en cualquiera de los infinitos puntos de dicha recta, luego la aplicamos para los puntos (t_1, s_1) y (t_2, s_2):

$$s_2 = 0{,}183 \frac{Q}{T} \log \frac{2{,}25\, T\, t_2}{r^2\, S}$$

$$s_1 = 0{,}183 \frac{Q}{T} \log \frac{2{,}25\, T\, t_1}{r^2\, S}$$

Restamos miembro a miembro:

$$s_2 - s_1 = 0{,}183 \frac{Q}{T} \left(\log \frac{2{,}25\, T\, t_2}{r^2\, S} - \log \frac{2{,}25\, T\, t_1}{r^2\, S} \right)$$

Y, como la diferencia de logaritmos es igual al logaritmo del cociente, simplificando resulta:

$$s_2 - s_1 = 0{,}183 \frac{Q}{T} \log \frac{t_2}{t_1}$$

Con esta expresión ya podríamos despejar *T* para dos puntos cualesquiera (t_1, s_1) y (t_2, s_2), pero si tomamos dos puntos que cumplan la condición de que: $\boldsymbol{t_2 = 10 \,.\, t_1}$
la ultima expresión se simplifica así:

$$\boxed{s_2 - s_1 = 0{,}183 \frac{Q}{T}}$$

que es la fórmula (1) que utilizamos en el cálculo.

Obtención del coeficiente de almacenamiento

Como ya conocemos el valor de *T,* podemos aplicar la ecuación de Jacob a un punto cualquiera de la recta, y con las coordenadas de ese punto (*t , s*) podríamos despejar *S* en la expresión de Jacob. El cálculo resultaría ligeramente engorroso, ya que la variable a despejar (*S*) está dentro del logaritmo. Para simplificar el cálculo se utiliza el punto de la recta en el que ésta corta al eje horizontal. Las coordenadas de dicho punto son $(t_0,0)$, en ese punto s=0.

$$0 = 0{,}183 \frac{Q}{T} \log \frac{2{,}25\, T\, t_0}{r^2\, S}$$

Cuando el producto de dos factores es cero, al menos uno de ellos debe ser cero. Es evidente que 0,183 *Q*/*T* no puede ser cero, por lo que el logaritmo debe ser cero. Y si el logaritmo de un número es 0, dicho número es 1. Por tanto:

$$\log \frac{2{,}25\, T\, t_0}{r^2\, S} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{2{,}25\, T\, t_0}{r^2\, S} = 1$$

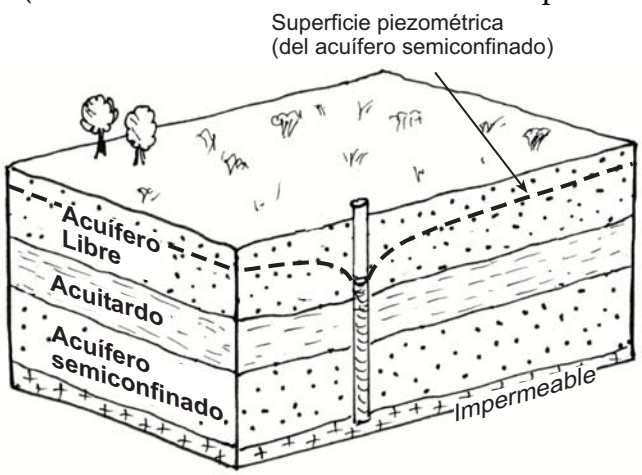
La última igualdad es la expresión (2) que utilizamos en el cálculo.

---

[1] $s = 0{,}183 \frac{Q}{T} \cdot \log \frac{2{,}25\, T\, t}{r^2\, S} = 0{,}183 \frac{Q}{T} \left(\log \frac{2{,}25\, T}{r^2\, S} + \log t \right) = 0{,}183 \frac{Q}{T} \log \frac{2{,}25\, T}{r^2\, S} + 0{,}183 \frac{Q}{T} \log t = \mathrm{A} + \mathrm{B} \cdot \log \mathrm{t}$

Acuíferos semiconfinados

Ya hemos visto que acuíferos **semiconfinados** son aquellos en los que el agua se encuentra a presión, igual que en los **confinados** (dicho más exactamente: su límite superior está a una presión superior a la atmosférica), pero alguna de las capas que lo confinan no es perfectamente impermeable y permite alguna filtración o "rezume"[1] que contribuye en cierta proporción al caudal que extraemos del acuífero semiconfinado.



Este tipo de acuíferos son mucho más frecuentes que los **confinados**, ya que en rocas sedimentarias son más abundantes las formaciones poco permeables que las absolutamente impermeables; aunque la permeabilidad de la capa confinante sea muy baja (por ejemplo: 10^{-2} a 10^{-4} metros/día), siempre cederá una cierta cantidad de agua al acuífero semiconfinado que estamos bombeando.

¿De dónde procede el agua que extraemos?

La realidad es compleja y todos los esquemas, modelos y fórmulas no son más que una simplificación de esa realidad. Cuando se bombea en un acuífero semiconfinado, el proceso pasa por las siguientes fases:

a) En los primeros momentos de un bombeo de un acuífero semiconfinado, el agua extraída procede de descompresión del propio acuífero: el acuífero se comporta como si fuera confinado.

b) En cuanto la presión en el acuífero se hace inferior a la del acuitardo semiconfinante, el agua comienza a pasar del acuitardo semiconfinante hacia el acuífero bombeado (figura 2) [2].Si el espesor del acuitardo es grande y su coeficiente de almacenamiento también, ese modelo de funcionamiento se prolongará horas o días. Durante este tiempo, el agua extraída tiene dos orígenes: la descompresión del

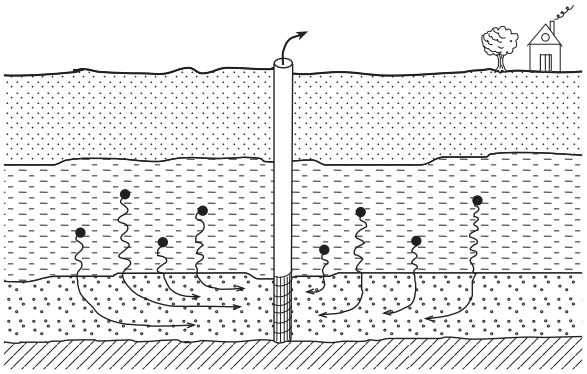


Fig. 2. Acuífero semiconfinado que recibe rezumes desde el acuitardo semiconfinante

[1] En inglés se denominan *leaky aquifers*, que podría traducirse como *acuíferos "rezumantes"* o *con filtraciones*, cuando en realidad el que rezuma o tiene filtraciones no es el acuífero sino el acuitardo que lo confina.

[2] En estas figuras y en las fórmulas que seguirán, se esquematiza este modelo con la estructura más simple y habitual : acuífero semiconfinado, sobre él un acuitardo, y sobre él un acuífero libre, del que proceden las filtraciones. En realidad, este acuífero 'fuente' no tiene por qué ser libre; y también podría estar debajo o lateralmente.

propio acuífero y, en mayor proporción, los rezumes procedentes del acuitardo.

c) Si el bombeo se prolonga lo suficiente, comenzará a filtrarse agua desde el otro acuífero a través del acuitardo (figura 3). Durante un cierto intervalo coexisten los modelos presentados en las figuras 2 y 3 (los rezumes que llegan al acuífero semiconfinado proceden tanto del acuitardo como del otro acuífero superior).

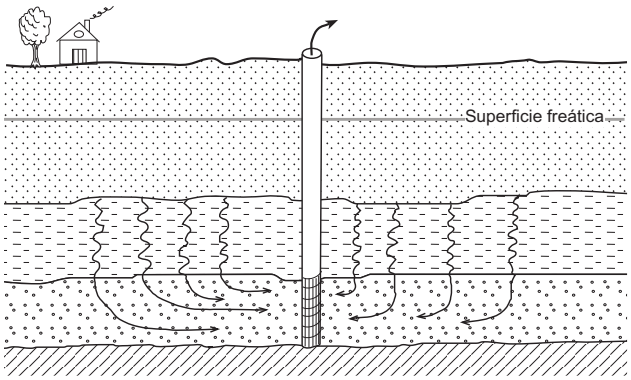


Fig. 3. Acuífero semiconfinado que recibe rezumes desde otro acuífero a través del acuitardo semiconfinante

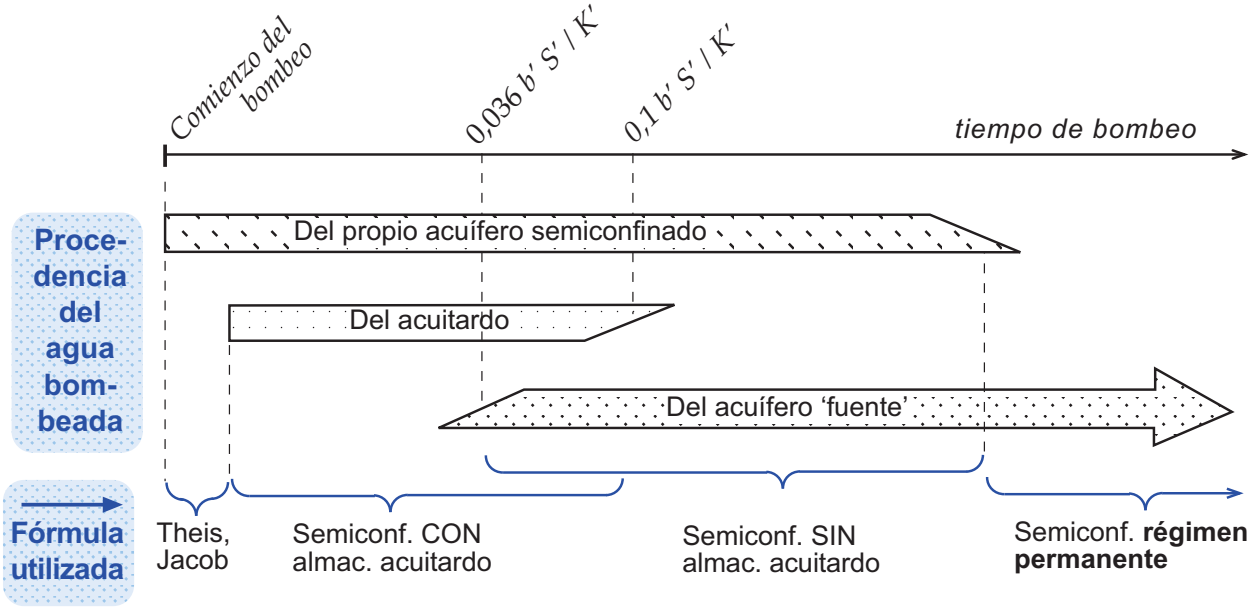
Si el bombeo continúa, el acuitardo se convierte en un mero transmisor del agua procedente del otro acuífero, todos los rezumes proceden del 'acuífero fuente' (fig.3); el cono de descensos del acuífero semiconfinado continúa aumentando en profundidad y extensión, ya que el propio acuífero continúa aportando agua.

d) El aumento del cono de descensos hace que también aumente progresivamente el agua filtrada a través del acuitardo. Y cuando el caudal de estos rezumes llega a equivaler al caudal bombeado, se alcanza el régimen permanente: el cono de descensos se estabiliza.

Para establecer límites entre las fases descritas como **(b)** y **(c)**, debemos considerar que el tiempo que ha de transcurrir para que el acuitardo ya **no** aporte agua será mayor...

- cuanto **mayor** sea el **espesor** del acuitardo (b')
- cuanto **mayor** sea el **coeficiente de almacenamiento** del acuitardo (S')
- cuanto **menor** sea la **permeabilidad** vertical del acuitardo (K')

Por ello, el **tiempo límite** será función de: $b' \cdot S' / K'$ (Estos límites se especifican en la figura y apartados siguientes).



Por tanto, se han desarrollado tres modelos de funcionamiento con sus correspondientes formulaciones matemáticas:

1. **El acuitardo sí cede agua al acuífero** semiconfinado que está siendo bombeado (Figura 2). La expresión matemática que expresa los descensos registrados en el acuífero fue establecida por Hantush en 1960. Estos descensos serán función de:

- Caudal Q, tiempo t, distancia r
- Parámetros del acuífero: Transmisividad : T, Coef. almacenamiento: S
- Parámetros del acuitardo: Espesor: b', Conductividad hidráulica: k' Coef. almacenamiento: S'

2. **NO consideramos el agua almacenada en el propio acuitardo** (Figura 3): El acuitardo simplemente permite que pase a través de él agua procedente de otro acuífero ('acuífero fuente'). Matemáticamente, el proceso es más simple que el caso anterior, y la fórmula correspondiente se encontró antes que la anterior: Hantush y Jacob en 1955. Los descensos producidos en el acuífero serán función de los mismos factores que en el caso anterior **excepto** el coeficiente de almacenamiento del acuitardo, que aquí no interviene.

3. Análogo al modelo anterior, pero ya se ha alcanzado el **régimen permanente**. El descenso registrado (De Glee, 1930, 1951, en Kruseman, 2000, p.76) será función de:

- Caudal Q, distancia r
- Parámetros del acuífero: Transmisividad : T
- Parámeros del acuitardo: Espesor: b', Conducividad hidráulica: k' ´

Vamos a trabajar con estos tres modelos, aunque no en el orden descrito.

Acuífero semiconfinado sin almacenamiento en el acuitardo

La forma del cono de descensos (descenso s en función de la distancia r) viene dada por una fórmula similar a la de Theis para acuíferos confinados:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, r/B) \qquad (1)$$

donde casi todo significa lo mismo que en la fórmula de Theis:

s = descenso producido a una distancia r, tras un tiempo de bombeo t

Q = caudal bombeado

T, S = transmisividad y coeficiente de almacenamiento del acuífero

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

pero algunas cosas no estaban en la fórmula de los confinados:

$$B = \sqrt{\frac{Tb'}{K'}}$$ (llamado por algunos autores "factor de goteo"; aunque si nos fijamos en la posición de b' y K', el "goteo" o filtración que alimente el acuífero será inversamente proporcional al valor de B)

b' = espesor del acuitardo

K' = conductividad hidráulica del acuitardo

$W(u, r/B)$ = función compleja de las variables que aparecen entre paréntesis, y que está tabulada (Tabla incluida al final de este tema)

Este modelo teórico de funcionamiento supone que el 'acuífero fuente' (del que proceden las filtraciones), no baja de nivel durante el bombeo.

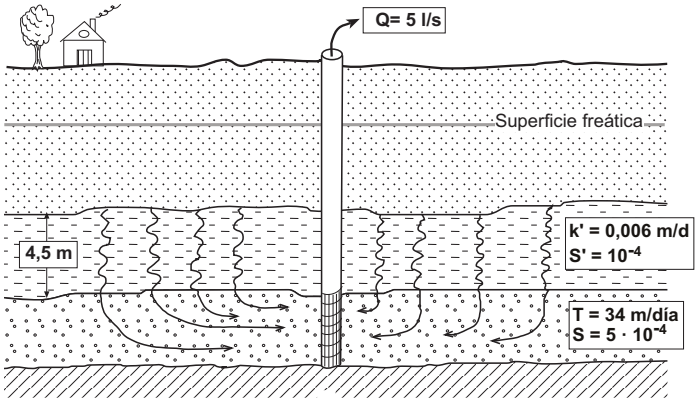
Como hemos visto, para que se cumpla este modelo, ha de transcurrir el tiempo suficiente para que el agua liberada por el acuitardo pueda ser despreciada. Según Hantush (en Fetter, 2001, p. 158) este tiempo límite puede establecerse en:

$$t > 0{,}036\, b'\, S' / K' \qquad (2)$$

Ejemplo 1:

Estamos bombeando 5 litros/seg. en un acuífero semiconfinado con las siguientes características: T = 34 m²/día, $S = 5.10^{-4}$.

El acuífero se encuentra separado de un acuífero superior por un acuitardo de 4,5 metros de espesor, conductividad hidráulica K' = 0,006 y coeficiente de almacenamiento S' = 0,0001 (este último dato sólo es necesario para la comprobación previa de la fórmula (2), no para el cálculo propiamente dicho, ya que en este modelo no interviene el almacenamiento en el acuitardo)



Calcular el descenso del nivel piezométrico en el acuífero a 100 metros del sondeo que bombea, después de 8 horas de bombeo

Solución:

Primero comprobamos la condición de que el tiempo cumple la condición establecida en la fórmula (2):

0,036 $b'\, S' / K'$ = 0,036 . 4,5 . 0,0001/0,006 = 0,0027 días = 4 minutos

Por tanto se cumple la condición (2), pues t = 8 horas > 4 minutos

Ahora calculamos u , B y r/B:

$$B = \sqrt{\frac{34 \,.\, 4{,}5}{0{,}006}} = 159{,}69 \quad ; \quad r/B = \frac{100}{159{,}69} = 0{,}63 \quad ; \quad u = \frac{100^2 . 5.10^{-4}}{4 \;.\; 34 \;.\; 8/24} = 0{,}110$$

Con los valores de r/B y de u que hemos calculado, entramos en la Tabla de $W(u, r/B)$, que se encuentra al final del tema. Interpolando, estimamos $W(u, r/B)$ = 1,26.

Por tanto, finalmente, aplicando la fórmula (1)[3]:

$$s = \frac{5 \,.\, 86{,}4}{4\pi . 34}\, 1{,}26 = 1{,}27 \; metros$$

[3] 86,4 es para convertir litros/seg. en m³ / día.

Acuífero semiconfinado con almacenamiento en el acuitardo

En este modelo de funcionamiento, el acuitardo cede agua que él mismo tiene almacenada, por lo cual en la fórmula deberá aparecer ***S'*** (coeficiente de almacenamiento del acuitardo), que en la expresión (1) no aparecía. En este caso, la forma del cono de descensos (descenso ***s*** en función de la distancia ***r***) viene dada por la sigiente expresión:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} H(u,\beta) \qquad (3)$$

siendo : $\beta = \frac{r}{4B}\sqrt{\frac{S'}{S}}$

En estas dos fórmulas aparecen las mismas variables que en la fórmula (1), y además:

S' = Coeficiente almacenamiento del acuitardo

$H(u,\beta)$ =función que está tabulada al final de este tema

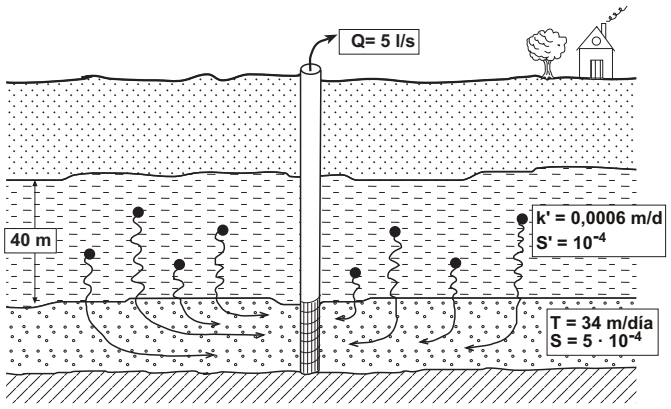
Como hemos visto, esta fórmula sólo es válida para cierto periodo de tiempo, ya que si el bombeo se prolonga, el modelo que hemos trabajado en el apartado anterior y que se expresaba mediante la fórmula (1).

Este límite de tiempo estaría reflejado en la siguiente expresión: $t < b' S' / 10 K'$ (4) (Fetter, 2001)

Ejemplo 2:

Estamos bombeando 5 litros/seg. en un acuífero semiconfinado con las siguientes características: T = 34 m²/día, $S = 5.10^{-4}$.

El acuífero se encuentra separado de un acuífero superior por un acuitardo de 40 metros de espesor y conductividad hidráulica K'= 0,0006 ; S' = 0,0001



Calcular el descenso del nivel piezométrico en el acuífero a 100 metros del sondeo que bombea, después de 3 horas de bombeo

Solución:

Primero comprobamos que un periodo de bombeo de 3 horas no sea demasiado largo para poder utilizar la expresión (3). Para ello, aplicamos la condición (4):

$b' S' / 10 K'$ = 40 . 0,0001 / (10 . 0,0006) = 0,66 días = 16 horas

Por tanto, t = 3 horas < 16 horas, y todavía se está comportando de acuerdo con este modelo.

$$B = \sqrt{\frac{34 \,.\, 40}{0{,}0006}} = 1505{,}5 \quad ; \quad r/B = \frac{100}{1505{,}5} = 0{,}066 \quad ; \quad u = \frac{100^2 .5.10^{-4}}{4 \;.\; 34 \;.\; 3/24} = 0{,}294$$

$$\beta = \frac{100}{4.1505}\sqrt{\frac{0{,}0001}{0{,}0005}} = 0{,}0074$$

Consultando la tabla de la función H(u,β) , estimamos que H = 1,16. Por tanto, finalmente, aplicando la fórmula (3):

$$s = \frac{5\ .\ 86{,}4}{4\pi.34}\ 1{,}16 = 1{,}17\ metros$$

Régimen permanente

Ya hemos comentado que cuando el tiempo es suficientemente largo, lo normal es que que el proceso funcione de acuerdo al modelo que hemos llamado "sin almacenamiento en el acuitardo". Y si el tiempo es aún más largo, se alcanzará el régimen permanente, cuando la suma de los rezumes que recibe el acuífero semiconfinado a través del acuitardo alcancen un valor igual al caudal que está siendo bombeado.

En estas circunstancias, el descenso ya no dependerá del coeficiente de almacenamiento (S), ni por supuesto del tiempo (t). La expresión que nos permite conocer el descenso (s) a cualquier distancia (r) del sondeo que bombea es (De Glee, 1930, 1951, en Kruseman, 2000, p.76):

$$\boxed{s = \frac{Q}{2\pi T} K_0\left(\frac{r}{B}\right)} \qquad (5)$$

donde todas las variables tienen los valores conocidos (ver página 3), y K_0 es una función tabulada (ver Apéndice).

Ejemplo 3:

Vamos a repetir el Ejemplo 1 (página 4), con los mismos datos, pero en lugar de calcular el descenso a las 8 horas, lo calcularemos tras alcanzarse el régimen permanente. Recordamos los datos:

Bombeamos un ***Q* =5** litros/seg. en un acuífero semiconfinado cuya ***T* = 34** m²/día. El acuífero se encuentra separado de otro acuífero superior por un acuitardo de **(*b'*=) 4,5** metros de espesor y cuya conductividad hidráulica ***K'* = 0,006** metros/día.

Calcular el descenso del nivel piezométrico en el acuífero a 100 metros del sondeo que bombea, después de estabilizarse los descensos.

Según calculamos en el Ejemplo 1:

$$B = \sqrt{\frac{34\ .\ 4{,}5}{0{,}006}} = 159{,}69 \quad ;\quad r/B = \frac{100}{159{,}69} = 0{,}63$$

(consultando la Tabla:) $K_0\ (0{,}63) \simeq 0{,}70$;

Aplicando la fórmula (5): $s = \frac{5.86{,}4}{2\pi 34} 0{,}70 = 1{,}42\ metros$

Recordemos que en régimen variable en el mismo acuífero con el mismo caudal, habíamos obtenido que a la 8 horas de bombeo el descenso producido era de 1,27 metros.

Si el valor de r/B es pequeño, la fórmula (5) puede simplificarse así (Hantush,1956, en Kruseman, 2000, p.78):

$$\boxed{s = \frac{Q}{2\pi T} \ln\left(\frac{1{,}12 \cdot B}{r}\right)} \qquad (6)$$

Bombeos de ensayo

En este tema hemos tratado el cálculo de descensos cuando conocemos los parámetros del acuífero y del acuitardo. El caso inverso, los *bombeos de ensayo* (calcular los parámetros a partir de medidas de descensos), se trata en la sección *Prácticas*.

Bibliografía

Fetter, C. W. (2001).- *Applied Hydrogeology*. Prentice-Hall, 4ª ed., 598 pp

Hantush, M.S. (1960).- Modification of the theory of leaky aquifers, *Journal of GeophysicalResearc*h, v. 65, nº. 11, p. 3713-3717.

Hantush, M.S., and C.E. Jacob (1955).- Nonsteady radial flow in an infinite leaky aquifer, *EOS Transactions American Geophysical Unio*n, v. 36, nº. 1, p. 95-100.

Kruseman, G.P. y N.A. de Ridder (2000).- *Analysis and evaluation of pumping test data.* International Institute for Land Reclamation and Improvement, Holanda, 377 pp. (http://www2.alterra.wur.nl/Internet/webdocs/ilri-publicaties/publicaties/Pub47/Pub47-h4.pdf)

Lohman, S.W. (1972).- *Ground-Water Hydraulics*. US.G.S. Prof. Paper 708,70 pp (Trad. español: *Hidráulica subterránea*, Ed. Ariel, 1977, 178 pp.). (http://pubs.er.usgs.gov/usgspubs/pp/pp708)

Reed, J.E. (1980).- *Type curves for selected problems of flow to wells in confined aquifers*. USGS—TWRI Book 3, Chapter B3. (en: http://pubs.usgs.gov/twri/twri3-b3/)

Schwartz, F. W. & H. Zhang (2003).- *Fundamentals of Groundwater*. Wiley, 592 pp.

Valores de la función *H (u, β)*

Acuíferos semiconfinados CON almacenamiento en el acuitardo

(Valores de Hantush, 1960, reproducidos en Kruseman, 2000)

u \ β	0.001	0.002	0.005	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5	1	2	5	10	20
10^{-6}	11.98	11.40	10.59	9.93	9.25	8.34	7.65	6.96	6.05	5.36	4.67	3.78	3.11	2.47
2.10^{-6}	11.50	11.00	10.20	9.57	8.89	7.99	7.30	6.61	5.70	5.01	4.33	3.44	2.79	2.16
4.10^{-6}	11.10	10.60	9.84	9.20	8.54	7.64	6.95	6.27	5.36	4.67	3.99	3.11	2.47	1.86
6.10^{-6}	10.80	10.30	9.61	8.99	8.33	7.44	6.57	6.06	5.16	4.47	3.80	2.92	2.28	1.69
8.10^{-6}	10.50	10.10	9.45	8.84	8.18	7.29	6.61	5.92	5.01	4.33	3.66	2.79	2.16	1.57
10^{-5}	10.37	10.00	9.32	8.71	8.07	7.18	6.49	5.81	4.90	4.22	3.55	2.68	2.06	1.48
2.10^{-5}	9.82	9.51	8.90	8.33	7.70	6.82	6.15	5.46	4.56	3.88	3.22	2.37	1.76	1.22
4.10^{-5}	9.24	8.99	8.46	7.93	7.33	6.47	5.80	5.12	4.22	3.55	2.89	2.06	1.48	0.973
6.10^{-5}	8.88	8.67	8.19	7.69	7.11	6.26	5.59	4.91	4.02	3.35	2.70	1.88	1.32	0.841
8.10^{-5}	8.63	8.43	8.00	7.52	6.95	6.11	5.44	4.77	3.88	3.21	2.57	1.76	1.22	0.753
10^{-4}	8.43	8.25	7.84	7.38	6.82	5.99	5.33	4.66	3.77	3.11	2.47	1.67	1.14	0.688
2.10^{-4}	7.79	7.66	7.33	6.93	6.42	5.62	4.97	4.31	3.43	2.78	2.15	1.39	0.899	0.504
4.10^{-4}	7.14	7.04	6.78	6.45	6.00	5.25	4.62	3.96	3.10	2.46	1.85	1.14	0.688	0.351
6.10^{-4}	6.75	6.67	6.45	6.16	5.74	5.02	4.40	3.76	2.91	2.28	1.68	9.94	0.577	0.277
8.10^{-4}	6.48	6.40	6.21	5.49	5.55	4.86	4.25	3.62	2.77	2.15	1.57	0.898	0.504	0.230
0.001	6.26	6.20	6.02	5.77	5.40	4.73	4.13	3.50	2.67	2.05	1.48	0.827	0.451	0.198
0.002	5.59	5.54	5.41	5.22	4.91	4.32	3.76	3.15	2.34	1.75	1.21	0.624	0.308	0.116
0.004	4.91	4.88	4.78	4.64	4.40	3.89	3.38	2.80	2.03	1.47	0.966	0.450	0.197	0.0619
0.006	4.52	4.49	4.41	4.29	4.08	3.62	3.14	2.60	1.84	1.31	0.833	0.362	0.146	0.0404
0.008	4.23	4.21	4.14	4.04	3.85	3.43	2.98	2.45	1.72	1.20	0.744	0.306	0.116	0.0290
0.01	4.02	4.00	3.93	3.84	3.67	3.28	2.84	2.33	1.62	1.11	0.678	0.267	0.0955	0.0221
0.02	3.34	3.33	3.28	3.21	3.09	2.78	2.42	1.97	1.32	0.868	0.491	0.165	0.0487	0.00831
0.04	2.67	2.66	2.63	2.58	2.50	2.27	1.98	1.61	1.04	0.647	0.336	0.0931	0.0216	0.00253
0.06	2.29	2.28	2.26	2.22	2.15	1.96	1.72	1.39	0.884	0.530	0.259	0.0630	0.0124	0.00112
0.08	2.02	2.01	1.99	1.96	1.90	1.74	1.53	1.24	0.776	0.453	0.212	0.0464	0.00797	5.87 E-04
0.1	1.82	1.81	1.79	1.77	1.72	1.58	1.39	1.12	0.695	0.397	0.179	0.0359	0.00552	3.40 E-04
0.2	1.22	1.22	1.21	1.19	1.16	1.07	0.950	0.767	0.460	0.245	0.0971	0.0143	0.00149	4.93 E-05
0.4	0.701	0.699	0.694	0.685	0.668	0.622	0.554	0.448	0.262	0.130	0.0441	0.00448	2.83 E-04	4.24 E-06
0.6	0.453	0.452	0.449	0.444	0.433	0.404	0.361	0.293	0.169	0.0799	0.0247	0.00195	8.73 E-05	
0.8	0.31	0.309	0.307	0.304	0.297	0.277	0.248	0.201	0.115	0.0529	0.0152	9.86 E-04	3.40 E-05	
1	0.219	0.218	0.217	0.214	0.210	0.196	0.176	0.143	0.0812	0.0365	0,00993	5.47 E-04	1.51 E-05	
2	0.0488	0.0487	0.0484	0.0479	0.0468	0.0439	0.0395	0.0322	0.0180	0,00760	0,00173	5.51 E-05		
4	0.00377	0.00376	0.00374	0.00370	0.00362	0.00340	0.00307	0.00250	0.00139	5.58 E-04	1.08 E-04	1.89 E-06		
6	3.59 E-04	3.59 E-04	3.56 E-04	3.53 E-04	3.45 E-04	3.25 E-04	2.93 E-04	2.39 E-04	1.33 E-04	5.19 E-05	9.26 E-06			
8	3.76 E-05	3.75 E-05	3.73 E-05	3.69 E-05	3.62 E-05	3.40 E-05	3.07 E-05	2.51 E-05	1.39 E-05	5.36 E-06				

Valores de la función W (u, r/B)

Acuíferos semiconfinados SIN almacenamiento en el acuitardo

		r/B																			
		0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,5	2	4	6
u	0,000002	12,10	11,22	10,46	9,89	9,44	8,06	6,67	5,87	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,000004	11,62	11,06	10,43	9,88	9,44	8,06	6,67	5,87	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,000006	11,29	10,88	10,36	9,87	9,44	8,06	6,67	5,87	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,000008	11,04	10,72	10,28	9,84	9,43	8,06	6,67	5,87	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,00001	10,83	10,57	10,20	9,80	9,42	8,06	6,67	5,87	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,00002	10,19	10,05	9,84	9,58	9,30	8,06	6,67	5,87	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,00004	9,52	9,45	9,34	9,19	9,01	8,03	6,67	5,87	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,00006	9,13	9,08	9,00	8,89	8,77	7,98	6,67	5,87	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,00008	8,84	8,81	8,75	8,67	8,57	7,91	6,67	5,87	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,0001	8,62	8,59	8,55	8,48	8,40	7,84	6,67	5,87	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,0002	7,94	7,92	7,90	7,86	7,82	7,50	6,62	5,86	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,0004	7,24	7,24	7,22	7,21	7,19	7,01	6,45	5,83	5,29	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,0006	6,84	6,84	6,83	6,82	6,80	6,68	6,27	5,77	5,27	4,85	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,0008	6,55	6,55	6,54	6,53	6,52	6,43	6,11	5,69	5,25	4,84	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,001	6,33	6,33	6,32	6,32	6,31	6,23	5,97	5,61	5,21	4,83	3,51	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,002	5,64	5,64	5,63	5,63	5,63	5,59	5,45	5,24	4,98	4,71	3,50	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,004	4,95	4,95	4,95	4,49	4,94	4,92	4,85	4,74	4,59	4,42	3,48	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,006	4,54	4,54	4,54	4,54	4,54	4,53	4,48	4,41	4,30	4,18	3,43	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,008	4,26	4,26	4,26	4,26	4,26	4,25	4,21	4,15	4,08	3,98	3,36	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,01	4,04	4,04	4,04	4,04	4,04	4,03	4,00	3,95	3,89	3,81	3,29	2,23	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,02	3,35	3,35	3,35	3,35	3,35	3,35	3,34	3,31	3,28	3,24	2,95	2,18	1,55	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,04	2,68	2,68	2,68	2,68	2,68	2,68	2,67	2,66	2,65	2,63	2,48	2,02	1,52	1,13	0,842	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,06	2,30	2,30	2,30	2,30	2,30	2,29	2,29	2,28	2,27	2,26	2,17	1,85	1,46	1,11	0,839	0,428	0,228	0,0223	0,0025
	0,08	2,03	2,03	2,03	2,03	2,03	2,03	2,02	2,02	2,01	2,00	1,94	1,69	1,39	1,08	0,832	0,427	0,228	0,0223	0,0025
	0,1	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,81	1,80	1,75	1,56	1,31	1,05	0,819	0,427	0,228	0,0223	0,0025
	0,2	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,19	1,11	0,996	0,857	0,715	0,413	0,227	0,0223	0,0025
	0,4	0,702	0,702	0,702	0,702	0,702	0,702	0,702	0,702	0,701	0,7	0,693	0,665	0,621	0,565	0,502	0,341	0,210	0,0223	0,0025
	0,6	0,454	0,454	0,454	0,454	0,454	0,454	0,454	0,454	0,454	0,453	0,450	0,436	0,415	0,387	0,354	0,263	0,177	0,0222	0,0025
	0,8	0,311	0,311	0,311	0,311	0,311	0,311	0,311	0,310	0,310	0,310	0,308	0,301	0,289	0,273	0,254	0,199	0,144	0,0218	0,0025
	1	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,218	0,213	0,206	0,197	0,185	0,151	0,114	0,0207	0,0025
	2	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,048	0,047	0,046	0,044	0,0394	0,034	0,0110	0,0021

Valores de la función K_0 (x) (Hantush, 1956) para la aplicación de la fórmula de régimen permanente

x	Ko(x)	x	Ko(x)	x	Ko(x)	x	Ko(x)	x	Ko(x)
0,010	4,721	0,054	3,038	0,098	2,447	0,520	0,892	0,960	0,446
0,011	4,626	0,055	3,019	0,099	2,437	0,530	0,877	0,970	0,440
0,012	4,539	0,056	3,001	0,100	2,427	0,540	0,861	0,980	0,433
0,013	4,459	0,057	2,984	0,110	2,333	0,550	0,847	0,990	0,427
0,014	4,385	0,058	2,967	0,120	2,248	0,560	0,832	1,000	0,421
0,015	4,316	0,059	2,950	0,130	2,170	0,570	0,818	1,100	0,3656
0,016	4,251	0,060	2,933	0,140	2,097	0,580	0,804	1,200	0,3185
0,017	4,191	0,061	2,916	0,150	2,030	0,590	0,791	1,300	0,2782
0,018	4,134	0,062	2,900	0,160	1,967	0,600	0,778	1,400	0,2437
0,019	4,080	0,063	2,884	0,170	1,909	0,610	0,765	1,500	0,2138
0,020	4,028	0,064	2,869	0,180	1,854	0,620	0,752	1,600	0,1880
0,021	3,980	0,065	2,853	0,190	1,802	0,630	0,740	1,700	0,1655
0,022	3,933	0,066	2,838	0,200	1,753	0,640	0,728	1,800	0,1459
0,023	3,889	0,067	2,823	0,210	1,706	0,650	0,716	1,900	0,1288
0,024	3,846	0,068	2,809	0,220	1,662	0,660	0,704	2,000	0,1139
0,025	3,806	0,069	2,794	0,230	1,620	0,670	0,693	2,100	0,1008
0,026	3,766	0,070	2,780	0,240	1,580	0,680	0,682	2,200	0,0893
0,027	3,729	0,071	2,766	0,250	1,542	0,690	0,671	2,300	0,0791
0,028	3,692	0,072	2,752	0,260	1,505	0,700	0,661	2,400	0,0702
0,029	3,657	0,073	2,738	0,270	1,470	0,710	0,650	2,500	0,0623
0,030	3,623	0,074	2,725	0,280	1,436	0,720	0,640	2,600	0,0554
0,031	3,591	0,075	2,711	0,290	1,404	0,730	0,630	2,700	0,0493
0,032	3,559	0,076	2,698	0,300	1,373	0,740	0,620	2,800	0,0438
0,033	3,528	0,077	2,685	0,310	1,343	0,750	0,611	2,900	0,0390
0,034	3,499	0,078	2,673	0,320	1,314	0,760	0,601	3,000	0,0347
0,035	3,470	0,079	2,660	0,330	1,286	0,770	0,592	3,100	0,0310
0,036	3,442	0,080	2,647	0,340	1,259	0,780	0,583	3,200	0,0276
0,037	3,414	0,081	2,635	0,350	1,233	0,790	0,574	3,300	0,0246
0,038	3,388	0,082	2,623	0,360	1,208	0,800	0,565	3,400	0,0220
0,039	3,362	0,083	2,611	0,370	1,183	0,810	0,557	3,500	0,0196
0,040	3,336	0,084	2,599	0,380	1,160	0,820	0,548	3,600	0,0175
0,041	3,312	0,085	2,587	0,390	1,137	0,830	0,540	3,700	0,0156
0,042	3,288	0,086	2,576	0,400	1,115	0,840	0,532	3,800	0,0140
0,043	3,264	0,087	2,564	0,410	1,093	0,850	0,524	3,900	0,0125
0,044	3,241	0,088	2,553	0,420	1,072	0,860	0,517	4,000	0,0112
0,045	3,219	0,089	2,542	0,430	1,052	0,870	0,509	4,100	0,0100
0,046	3,197	0,090	2,531	0,440	1,032	0,880	0,501	4,200	0,0089
0,047	3,176	0,091	2,520	0,450	1,013	0,890	0,494	4,300	0,0080
0,048	3,155	0,092	2,509	0,460	0,994	0,900	0,487	4,400	0,0071
0,049	3,134	0,093	2,499	0,470	0,976	0,910	0,480	4,500	0,0064
0,050	3,114	0,094	2,488	0,480	0,958	0,920	0,473	4,600	0,0057
0,051	3,094	0,095	2,478	0,490	0,941	0,930	0,466	4,700	0,0051
0,052	3,075	0,096	2,467	0,500	0,924	0,940	0,459	4,800	0,0046
0,053	3,056	0,097	2,457	0,510	0,908	0,950	0,452	4,900	0,0041

Bombeo de Ensayo por el método de Hantush-Walton (Acuífero semiconfinado, régimen variable)

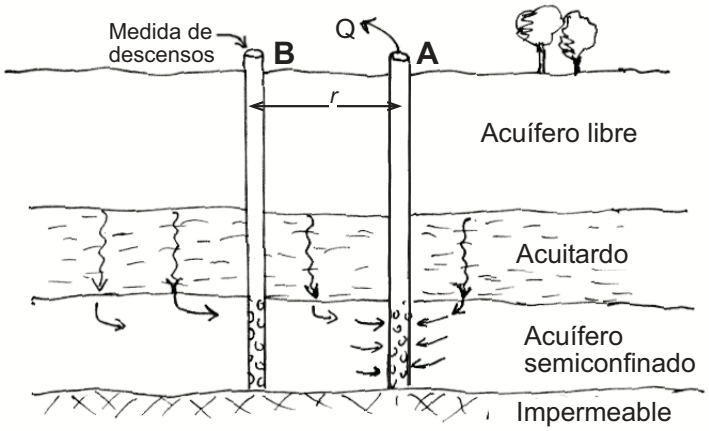
EJEMPLO RESUELTO

Introducción

Realizamos un bombeo de ensayo en un acuífero semiconfinado para medir sus parámetros hidráulicos.

Suponemos que el medio físico se ajusta al modelo teórico que se esquematiza en la figura: El acuífero recibe rezumes a través de un acuitardo; no se considera el agua almacenada en el acuitardo, solamente transmite el agua procedente de otro acuífero superior (En la figura: "Acuífero libre"), que se supone que mantiene su nivel constante.

(Ver el tema "*Acuíferos Semiconfinados*")



Necesitamos dos sondeos abiertos en el mismo acuífero. En uno (A) bombearemos un caudal constante, en el otro (B) mediremos los descensos para tiempos sucesivos.

Ejemplo: datos

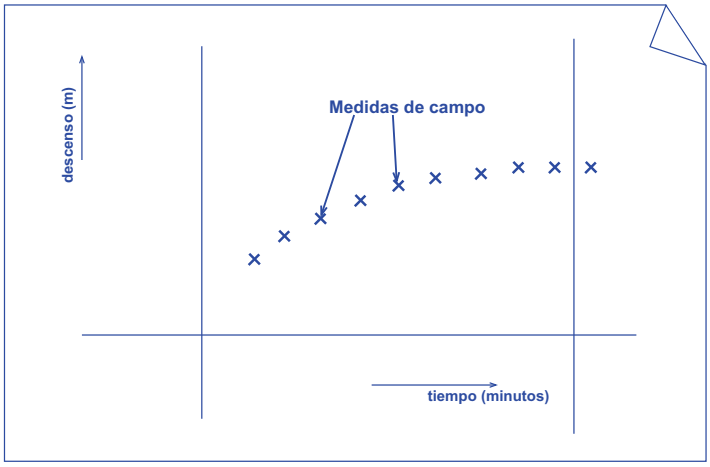
Veámoslo con un ejemplo numérico. Supongamos que en el campo hemos medido los siguientes datos:

- **Caudal** constante de bombeo: **3 litros /seg**
- **Distancia (*r*)** entre el sondeo de bombeo (A) y el sondeo de observacion (B) : **18 metros**
- Medidas de descensos (en metros) para diversos tiempos (minutos)
- **Espesor del acuitardo = 7 metros**
  (Este últimos dato debe obtenerse de la columna litológica establecida cuando se realizó la porforación)

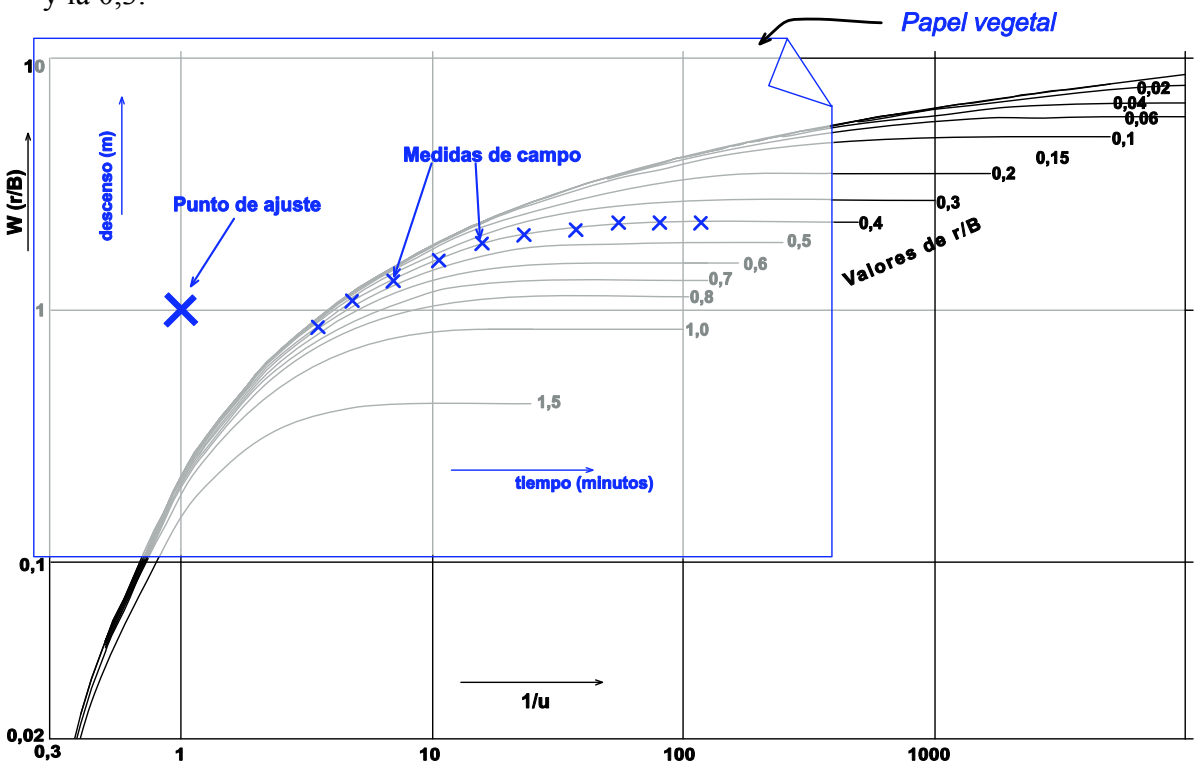
Solución

1. Representamos los datos de descensos - tiempos en un papel doble logarítmico: tiempos (en minutos) en el eje horizontal, descensos, (en metros) en el eje vertical.

2. Calcamos esos datos sobre un papel vegetal, marcando también alguna línea vertical y horizontal: ----------→



3. Superponemos el papel vegetal sobre el gráfico patrón[1] de Walton[2], buscando la coincidencia de las medidas de campo sobre una de las líneas del gráfico patrón.
Ver la Figura.
Podemos desplazar libremente el papel vegetal sobre el gráfico patrón, pero sin rotarlo, para ello nos sirven de referencia las líneas vertical y horizontales que habíamos trazado sobre el vegetal.
Para la superposición podemos elegir cualquiera de las curvas, o incluso intuir alguna curva no dibujada, por ejemplo, la 0,25 si situamos nuestros puntos de campo entre la 0,2 y la 0,3.



4. Conseguida la superposición, marcamos en el vegetal un **Punto de ajuste**, calcando un punto cualquiera del gráfico patrón:
Como punto de ajuste, hemos elegido el punto de coordenadas: **W(u,r/B)=1 1/u=1**, pero valdría cualquier otro (un punto cualquiera del plano, no un punto de la curva).
Anotamos en el vegetal esas coordenadas y el valor de la curva **r/B** sobre la que hemos superpuesto, en el ejemplo del dibujo**, r/B = 0,4**

5. Volvemos a superponer el papel vegetal sobre el papel logarítmico en el que habíamos dibujado inicialmente los datos de campo, en la misma posición que cuando calcamos estos puntos. Leemos las coordenadas del **Punto de ajuste** en el gráfico de campo.
Supongamos que obtenemos: tiempo = 4,1 minutos
descenso = 2,3 metros
El **Punto de ajuste** tiene dobles coordenadas:
en el gráfico de campo: *tiempo - descenso*
en el gráfico patrón: *1/u , W(u,r/B)*

6. Cálculo de la Transmisividad. Utilizamos la ordenada del **punto de ajuste** en ambos gráficos, es decir: en el gráfico patrón, *W(u,r/B)=1* , y la ordenada en el gráfico de

[1] Gráfico patrón en la Sección *Prácticas de Hidrología Subterránea*, P140
[2] Este método gráfico fué desarrollado por Walton (1962) basándose en la ecuación de Hantush (1960)

campo: *descenso*= 2,3 metros.
Sustituímos esta pareja de valores en la ecuación de Hantush:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, r/B) \qquad 2,3 = \frac{3\ .\ 86,4}{4\pi T}\ \ 1$$

Despejamos *T*: ***T* = 9,0 m²/día**

En los datos de este ejemplo *Q* =3 litros/seg. multiplicamos por 86,4 para pasar a m^3/día

7. Cálculo del Coeficiente de Almacenamiento. Ahora utilizamos la abcisa del punto de ajuste en ambos gráficos: *1/u*=1 , y *tiempo* = 4,1 minutos
Sustituímos esta pareja de valores en la expresión general de la variable *u*:

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \qquad ; \qquad 1 = \frac{18^2 S}{4\ .\ 9,0\ .\ 4,1/1440}$$

Despejamos *S*: ***S* = 0,00032 = 3,2.10⁻⁴**

Dividimos por 1440 para convertir minutos en días
Atención, no confundirse: En el gráfico patrón leemos ***1/u*** mientras que en esta fórmula se utiliza ***u*** En este ejemplo,casualmente coinciden porque habíamos leído para el **punto de ajuste** 1/u=1 y para este valor singular el inverso de 1 es 1.

8. Cálculo de la conductividad hidráulica del acuitardo. Para esto hemos de utilizar el valor de la curva sobre la que hems logrado la superposición. En el ejemplo de la figura, hemos superpuesto sobre *r/B = 0,4*
Como *r*= 18 metros (distancia enre sondeos), despejamos: *B=r/0,4 ; B*= 45
Finalmente, en la expresión de *B* ("factor de goteo"), despejamos *K'*:

$$B = \sqrt{\frac{Tb'}{K'}} \qquad 45 = \sqrt{\frac{9,0\ .\ 7}{K'}}$$

Despejamos *K'*: ***K'* = 0,031 metros /día**

Recordemos que en los datos del ejemplo, es acuitardo semiconfinante tenía un espesor de 7 metros

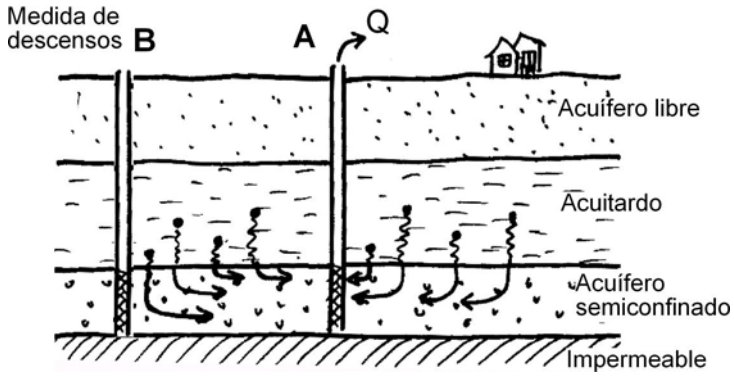
Bombeo de Ensayo en acuífero semiconfinado, con almacenamiento en el acuitardo

EJEMPLO RESUELTO

Introducción

Realizamos un bombeo de ensayo en un acuífero semiconfinado para medir sus parámetros hidráulicos.

Suponemos que el medio físico se ajusta al modelo teórico que se esquematiza en la figura: El acuífero recibe rezumes del agua contenida en el acuitardo que lo confina; no se considera el agua procedente de otro acuífero superior (En la figura: "Acuífero libre").



(Ver el tema "*Acuíferos Semiconfinados*")

Necesitamos dos sondeos abiertos en el mismo acuífero. En uno (A) bombeamos un caudal constante, en el otro (B) medimos los descensos para tiempos sucesivos.

t (min)	Desc (cm)
12,95	1,5
15,1	2
17,92	3
24,65	5
30	7
38	9
50	13
70	18
90	23
137	32
210	43
300	54
390	64

Ejemplo: datos

Veámoslo con un ejemplo numérico[1]. Los datos de campo son los siguientes:

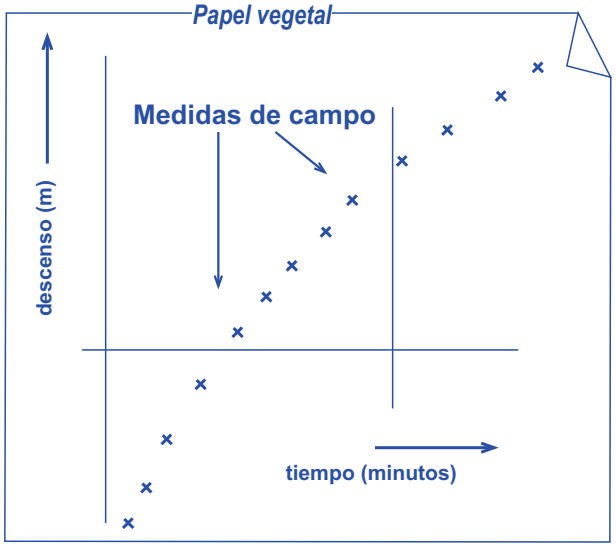
- **Caudal** constante de bombeo: **47 litros /seg**
- **Distancia (*r*)** entre el sondeo de bombeo **A** y el sondeo de observación **B** : **427 metros**
- Medidas de descensos (en metros) para diversos tiempos (minutos)
- **Espesor del acuitardo = 1,85 metros**

Solución

1. Representamos los datos de descensos - tiempos en un **papel doble logarítmico**: tiempos (en minutos) en el eje horizontal, descensos (en metros) en el eje vertical.

2. Calcamos esos datos sobre un papel vegetal, marcando también alguna línea vertical y horizontal para evitar rotar el papel en el paso siguiente.

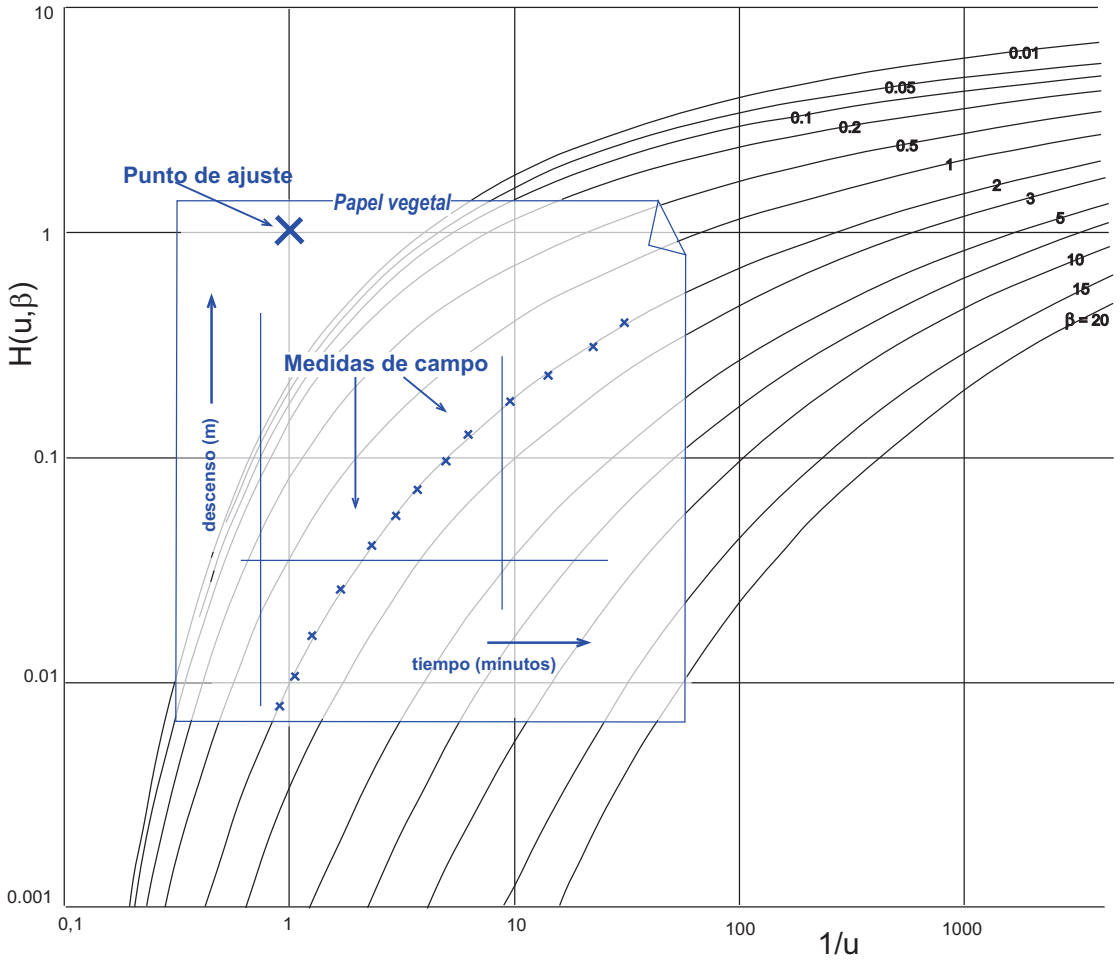
3. Superponemos el papel vegetal sobre el gráfico patrón[2], buscando la coincidencia de



[1] Este parece ser un bombeo 'célebre': aparece en Lohman (1972) y es reproducido por Schwartz (2003). En estas publicaciones las unidades son americanas (galones, pies, etc.) y aquí las hemos convertido al Sistema Métrico, redondeando ligeramente en algunos datos. En el bombeo original figuran descensos desde 6 hasta 1485 minutos. Aquí hemos tomado solamente algunos de esos datos desde 13 hasta 390 minutos

[2] Gráfico patrón en la Sección *Prácticas de Hidrología Subterránea*, P142

las medidas de campo sobre una cualquiera de las líneas del gráfico patrón.



Podemos desplazar libremente el papel vegetal sobre el gráfico patrón, pero sin rotarlo. Como bien indica Kruseman (1990 , p.91) la superposición es posible en varias curvas próximas, lo que implicará inexactitud en la interpretación y resultados.

4. Conseguida la superposición, marcamos en el vegetal un **Punto de ajuste**, calcando un punto cualquiera del gráfico patrón:
Como punto de ajuste, hemos elegido el punto de coordenadas: ***H(u,β)=1 1/u=1,*** pero valdría cualquier otro (un punto cualquiera del plano, no un punto de la curva).
Anotamos en el vegetal esas coordenadas y el valor de la curva β sobre la que hemos superpuesto, en nuestro caso hemos elegido $\beta = 2$

5. Volvemos a superponer el papel vegetal sobre el papel logarítmico en el que habíamos dibujado inicialmente los datos de campo, en la misma posición que cuando calcamos estos puntos. Leemos las coordenadas del **Punto de ajuste** en el gráfico de campo.
Sobre el gráfico con los datos de campo leemos: tiempo = 14,5 minutos
descenso = 1,80 metros
Por tanto, el **Punto de ajuste** tiene dobles coordenadas:
en el gráfico de campo: *tiempo* = 14,5 min , *descenso* = 1,80 metros
en el gráfico patrón: *1/u* =1 , *H(u,β)* = 1

6. Cálculo de la Transmisividad. Utilizamos la ordenada del **punto de ajuste** en ambos gráficos, es decir: en el gráfico patrón, ***H(u,β)=1***, y en el gráfico de campo: *descenso*=

1,80 metros.
Sustituímos esta pareja de valores en la ecuación de Hantush (Ec. 3)[3],:

$$\boxed{s = \frac{Q}{4\pi T} H(u,\beta)} \quad ; \qquad 1{,}80 = \frac{47 \cdot 86{,}4}{4\pi T} \cdot 1$$

Despejamos *T*: $\boldsymbol{T = 180{,}7\ m^2/día}$

Multiplicamos el caudal por 86,4 para pasar de litros/seg a m^3/día

7. Cálculo del Coeficiente de Almacenamiento. Ahora utilizamos la abcisa del punto de ajuste en ambos gráficos: *1/u*=1 , y *tiempo* = 14,5 minutos
Sustituímos esta pareja de valores en la expresión general de la variable *u*:

$$\boxed{u = \frac{r^2 S}{4Tt}} \quad ; \qquad 1 = \frac{427^2\, S}{4 \cdot 180 \cdot \frac{14{,}5}{1440}}$$

Despejamos *S*: $\boldsymbol{S = 3{,}98 \cdot 10^{-5}}$

Dividimos por 1440 para convertir minutos en días
Atención, no confundirse: En el gráfico patrón leemos ***1/u*** mientras que en esta fórmula se utiliza ***u*** En este ejemplo,casualmente coinciden porque habíamos leído para el **punto de ajuste** 1/u=1 y para este valor singular el inverso de 1 es 1.

8. Cálculo del producto *K'. S' (*del acuitardo).
En este punto del cálculo, en el caso del semiconfinado SIN almacenamiento en el acuitardo, calculábamos la *K'* (permeabilidad del acuitardo semiconfinante). Como aquí influye también el almacenamiento del acuitardo, podemos obtener ambos parámetros: permeabilidad y coeficiente de almacenamiento, aunque en forma de producto de ambos. Para esto hemos de utilizar el valor de la curva sobre la que hemos logrado la superposición. Como se aprecia en la figura anterior, hemos superpuesto sobre la curva $\beta = 2$
Sustituyendo el valor de B (ver leyenda de la ec.1)[2] en la expresión de β (leyenda de la ec.3), y despejando $K' \cdot S'$ obtenemos [4]:

$$\left(\beta = \frac{r}{4B}\sqrt{\frac{S'}{S}} \quad ; \quad B = \sqrt{\frac{Tb'}{K'}} \right) \Rightarrow \qquad \boxed{K'S' = \frac{16\beta^2}{r^2} T\, b'\, S}$$

$$K'S' = \frac{16 \cdot 2^2}{427^2} 180{,}7 \cdot 1{,}85 \cdot 3{,}98 \cdot 10^{-5} = 4{,}7 \cdot 10^{-6}$$

Recordemos: distancia de la medida de descensos al bombeo (*r*) = 427 m; espesor del acuitardo semiconfinante = 1,85 metros

El producto de la conductividad hidráulica *K'* por el coeficiente de almacenamiento *S'* de una formación no es ningún parámetro de la misma, pero en conjunto nos aportan una idea de la alimentación que el acuífero semiconfinado puede recibir del acuitardo semiconfinante.

[3] Todas las referencias a números de ecuaciones se dirigen al tema *Acuíferos semiconfinados*
[4] Con este mismo bombeo (ver nota nº 1), Lohman (1972) y Schwartz (2003) consiguen resultados diferentes entre sí y diferentes a los obtenidos aquí, pero todos similares. Aparte de que la superposición sobre un gráfico patrón siempre es subjetiva, aquí hemos utilizado solamente una parte de los datos del ejemplo original.

Bibliografía

Lohman, S.W. (1972).- *Ground-Water Hydraulics*. US.G.S. Prof. Paper 708,70 pp (Trad. español: *Hidráulica subterránea*, Ed. Ariel, 1977, 178 pp.). (http://pubs.er.usgs.gov/usgspubs/pp/pp708 , en un documento .djvu está el texto y en otro los gráficos para interpretación)

Kruseman, G.P. & N.A. Ridder. (1990).- *Analysys and Evaluation of Pumping Test Data*. International Institute for Land Reclamation and Improvement, 377 pp. http://www.alterra.wur.nl/NL/publicaties+Alterra/ILRI-publicaties/Hard+copies/

Schwartz, F. W. & H. Zhang (2003).- *Fundamentals of Groundwater*. Wiley, 592 pp.

Bombeo de Ensayo
(Acuífero semiconfinado, régimen permanente)

EJEMPLO RESUELTO

Introducción

Realizamos un bombeo de ensayo en un acuífero semiconfinado para medir su Transmisividad. (Ver el tema "*Acuíferos Semiconfinados*")

Necesitamos varios sondeos abiertos en el mismo acuífero. En uno bombearemos un caudal constante, en los otros mediremos los descensos. Transcurrido un tiempo se observa que los descensos se estabilizan en todos los puntos de observación. Eso significa que hemos alcanzado el régimen permanente.

Ejemplo: datos

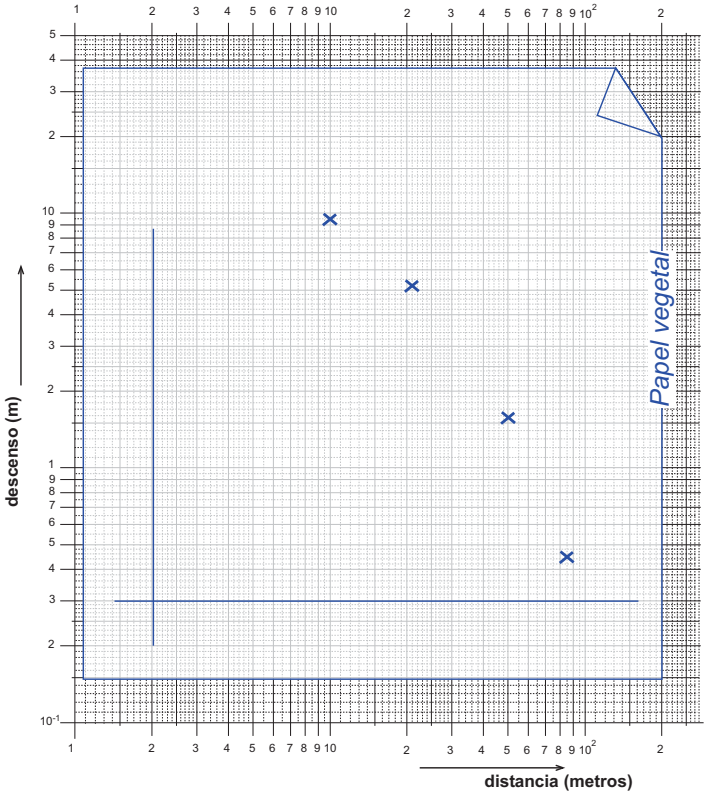
En el campo hemos medido los siguientes datos:

- Caudal constante de bombeo: 9 litros /seg
- Espesor del acuitardo semiconfinante: 2,85 metros
- Niveles estabilizados en cuatro sondeos próximos (Tabla adjunta):

distancia observación-bombeo (m)	descenso (m)
10	9,50
22	5,10
50	1,58
85	0.45

Solución

1. Representamos los datos de descensos - distancias en un papel doble logarítmico: en el eje horizontal distancias de cada punto de observación al de bombeo (en metros), y en el eje vertical descensos, (en metros).



2. Calcamos esos datos sobre un papel vegetal, marcando también alguna línea vertical y horizontal. (Figura 1ª)

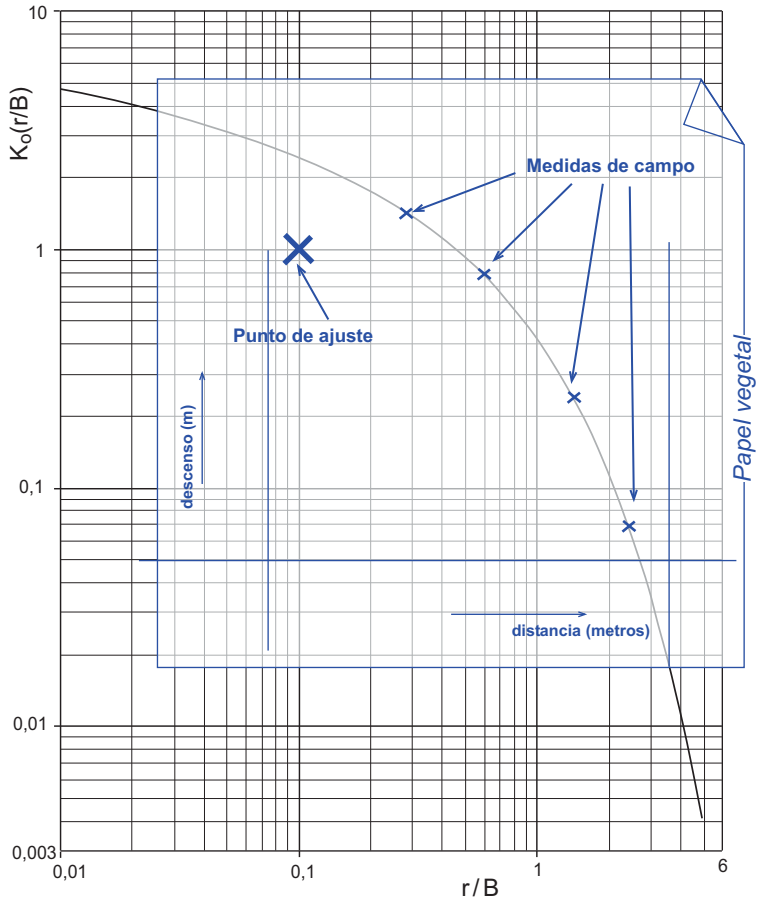
3. Superponemos el papel vegetal sobre el gráfico patrón[1], buscando la coincidencia de las medidas de campo sobre la línea del gráfico patrón. (Figura 2ª, página siguiente)
Podemos desplazar libremente el papel vegetal sobre el gráfico patrón, pero sin rotarlo, para ello nos sirven de referencia las líneas vertical y horizontales que habíamos trazado sobre el vegetal.

4. Conseguida la superposición, marcamos en el vegetal un **Punto de ajuste**, calcando un punto cualquiera del gráfico patrón:
Como punto de ajuste, hemos elegido el punto de coordenadas: **r/B=0,1 , K_o=1**, pero valdría

[1] Gráfico patrón en la Sección *Prácticas de Hidrología Subterránea*, P144

cualquier otro (un punto cualquiera del plano, no un punto de la curva).
Anotamos en el vegetal esas coordenadas

5. Volvemos a superponer el papel vegetal sobre el papel logarítmico en el que habíamos dibujado inicialmente los datos de campo, en la misma posición que cuando calcamos estos puntos. Leemos las coordenadas del **punto de ajuste** en el gráfico de campo.
Supongamos que obtenemos: distancia = 3,6 metros ; descenso = 6,5 metros
El **Punto de ajuste** tiene dobles coordenadas: en el gráfico de campo: *distancia - descenso*



en el gráfico patrón: *r/B* , $K_o(r/B)$

6. Cálculo de la Transmisividad. Utilizamos la ordenada del **punto de ajuste** en ambos gráficos, es decir: en el gráfico patrón, $K_o(r/B)$=1 , y la ordenada en el gráfico de campo: *descenso*= 6,5 metros.
Sustituímos esta pareja de valores en la ecuación:

$$\boxed{s = \frac{Q}{2\pi T} K_0\left(\frac{r}{B}\right)} \qquad 6{,}5 = \frac{9 \cdot 86{,}4}{2\pi T} \cdot 1$$

Despejamos *T*: ***T* = 19,0 m²/día**

En los datos de este ejemplo *Q* =9 litros/seg. multiplicamos por 86,4 para pasar a m^3/día

7. Cálculo de la conductividad hidráulica del acuitardo.. Ahora utilizamos la abcisa del punto de ajuste en ambos gráficos: *r/B*=0,1 , y *distancia* = 3,6 metros

Por tanto, 3,6/B = 0,1 => B = 36

Finalmente, en la expresión de *B* ("factor de goteo"), despejamos *K'*:

$$B = \sqrt{\frac{Tb'}{K'}} \qquad 36 = \sqrt{\frac{19 \cdot 2{,}85}{K'}}$$

Despejamos *K'*: ***K'* = 0,042 metros /día**

Recordemos que en los datos del ejemplo, el acuitardo semiconfinante tenía un espesor de 2,85 metros

Acuíferos libres en régimen variable

Una explicación simplificada de lo que sucede al bombear un acuífero libre se refleja en la figura 1[1]: el bombeo ha vaciado el volumen comprendido entre la superficie freática inicial y el cono de descensos actual; ese volumen estaba saturado de agua y después de un tiempo de bombeo sus poros se han vaciado (parte de ellos: la porosidad eficaz).

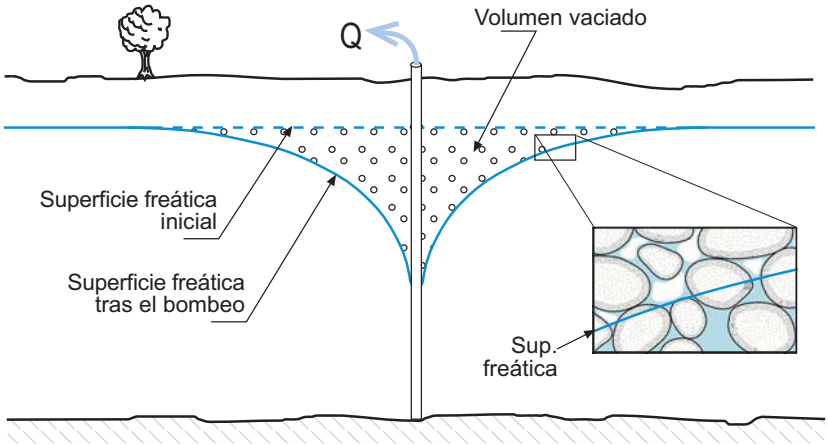


Figura 1.- Modelo simplificado: el acuífero libre entrega agua vaciando sus poros

Esta descripción es válida para explicar lo observado si hemos alcanzado el **régimen permanente**: Se ha generado un cono de descensos que tiene una forma cuya ecuación conocemos. (Ver el tema "Hidráulica de captaciones. Fundamentos", Apéndice 1).

Pero si observamos la evolución de los descensos desde el comienzo del bombeo, su evolución es extraña (en la figura siguiente se bombea en P, se miden los descensos en A):

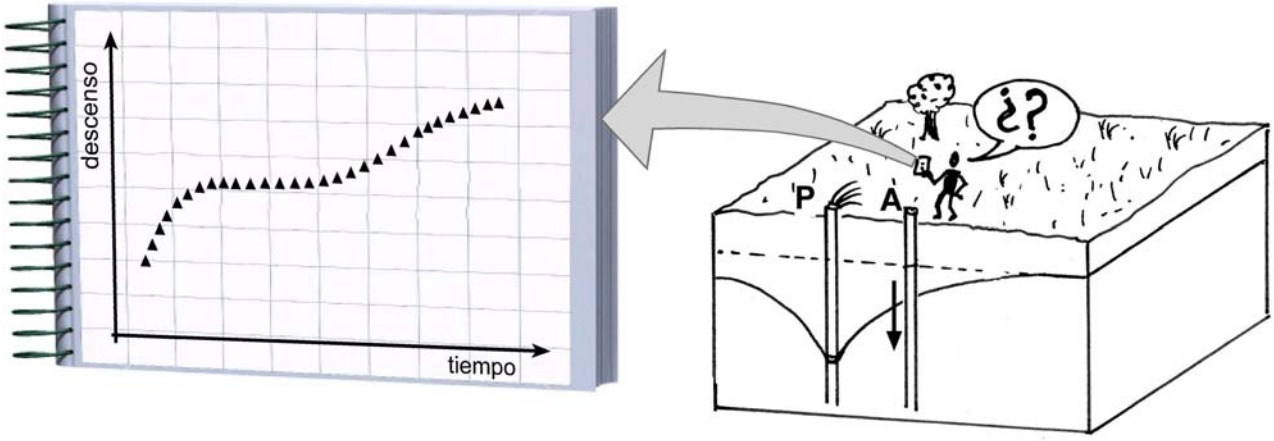


Figura 2.- La evolución de los descensos en el punto A no parece lógica

Vemos en el cuaderno de campo de este observador perplejo que en los primeros minutos el nivel del agua en A baja deprisa, después la variación es muy lenta (parece que estamos alcanzando el régimen permanente) pero más tarde vuelve a descender con el tiempo, aunque más lentamente que al principio.

Para explicar estas observaciones hemos de admitir una realidad más compleja; para ello podemos distinguir tres fases en el bombeo de un acuífero libre:

[1] El recuadro de los granos de arena está tomado y modificado de la USGS Circular 1186 (http://pubs.usgs.gov/circ/circ1186/)

Antes del bombeo: (Figura 3) Sobre la superficie freática siempre existe una **franja capilar** que puede tener un espesor de unos pocos milímetros en arenas gruesas hasta más de un metro en limos y arcillas (Lohman, 1972, citado en Kasenow, 2006, p. 214). En los poros de la parte superior de esta franja capilar conviven agua y aire, pero en su parte inferior (que es la que se representa en la figura) todos los poros están llenos de agua. No obstante, esa agua está **por encima de la superficie freática**: ha subido contra la fuerza de la gravedad, o sea, que está a una presión inferior a la presión atmosférica. Efectivamente, en la figura 3 observamos que en los dos sondeos el agua está al nivel de la superficie freática, aunque unos centímetros por encima los poros estén saturados de agua.

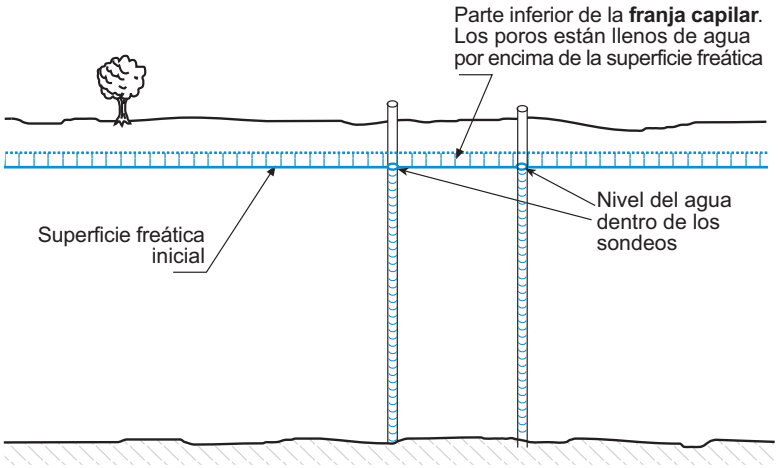


Figura 3.- Antes del bombeo

Comienza el bombeo:

1ª etapa. (Figura 4) Al principio (normalmente unos pocos minutos) no obtenemos agua por vaciado de los poros, sino por el mismo mecanismo que los acuíferos confinados: por la elasticidad del fluido (y del acuífero). La superficie freática desciende (desde **1** hasta **2**), , pero sobre ella los poros quedan llenos de agua: el descenso de la superficie freática es tan rápido que la franja capilar no puede acompañarla.

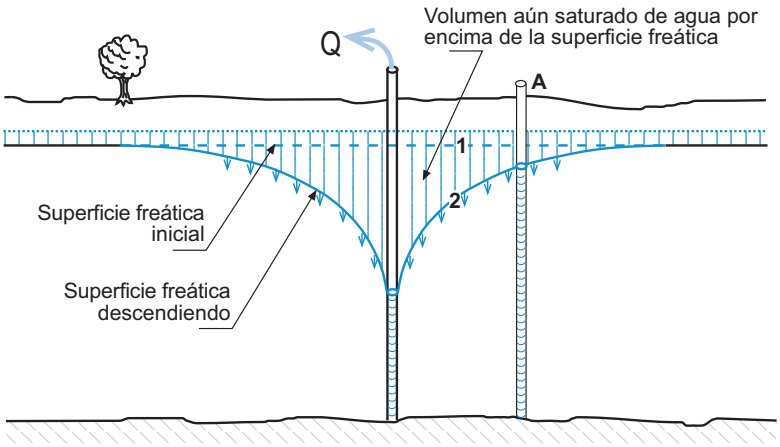


Figura 4.- Primera etapa de bombeo: el acuífero entrega agua por descompresión, como un acuífero confinado. La superficie freática desciende dejando sobre ella poros llenos de agua

Si medimos los descensos en el sondeo de observación A que aparece a la derecha, obtendremos una evolución igual a la obtenida en un acuífero confinado.

[En todas las figuras, las flechas ↓↓↓↓↓ indican qué línea está en movimiento].

2ª etapa. (Figura 5) El agua que satura los poros por encima de la superficie freática no puede resistirse más tiempo a la gravedad y comienza a caer lentamente. Durante esta etapa, la superficie freática apenas desciende, el sondeo continúa extrayendo agua pero los descensos casi se han

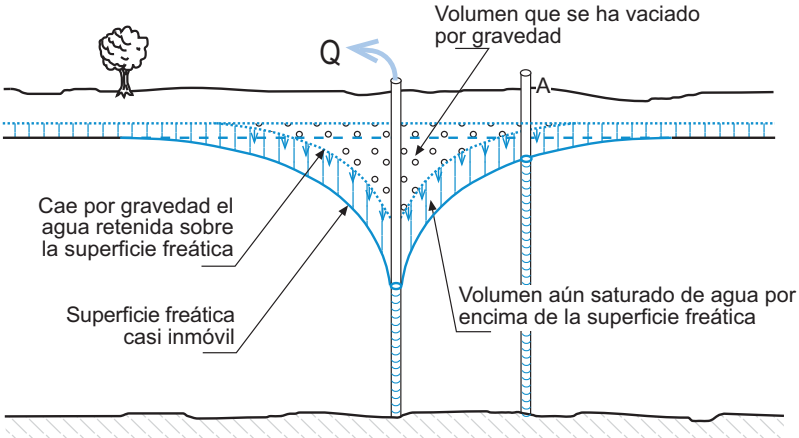


Figura 5.- Segunda etapa de bombeo: el agua retenida sobre la superficie freática finalmente cae, alimentando el caudal de bombeo mientras la superficie freática apenas desciende

detenido. La explicación es que el agua que había quedado retenida por fuerzas capilares y ya no puede sostenerse va cayendo por gravedad lentamente y esa agua es la que alimenta el caudal bombeado. Este fenómeno se denomina **drenaje diferido** (*delayed yield*), y puede durar horas o semanas (Batu, 1998, p.459).

3ª etapa. (Figura 6) Cuando el drenaje diferido se ha agotado, comenzamos a extraer el agua contenida en la porosidad eficaz (como veíamos en el modelo simplificado de la figura 1). Ahora la evolución es mucho más lenta que en la 1ª etapa, ya que el volumen de agua proporcionado por la porosidad eficaz es mucho mayor que el que se obtiene por el coeficiente de almacenamiento debido a la descompresión. Este descenso lento permite que la franja capilar vaya descendiendo a la misma velocidad que lo hace la superficie freática: ya no queda agua 'colgada' por encima de la superficie freática.

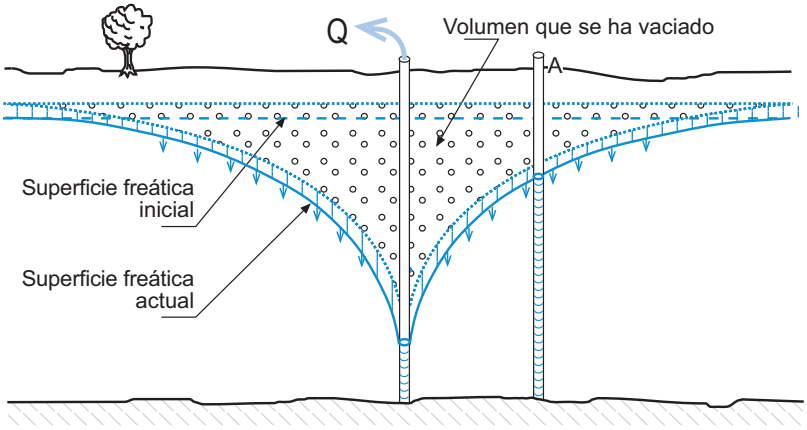


Figura 6- Tercera etapa de bombeo: el acuífero entrega agua por vaciado de poros, como un acuífero confinado. La superficie freática desciende lentamente, la franja capilar la acompaña

Ahora podemos explicar el extraño comportamiento observado en la figura 2. Supongamos que durante todo el proceso hemos medido los niveles en el pozo de observación A. El grafico sería similar a éste:

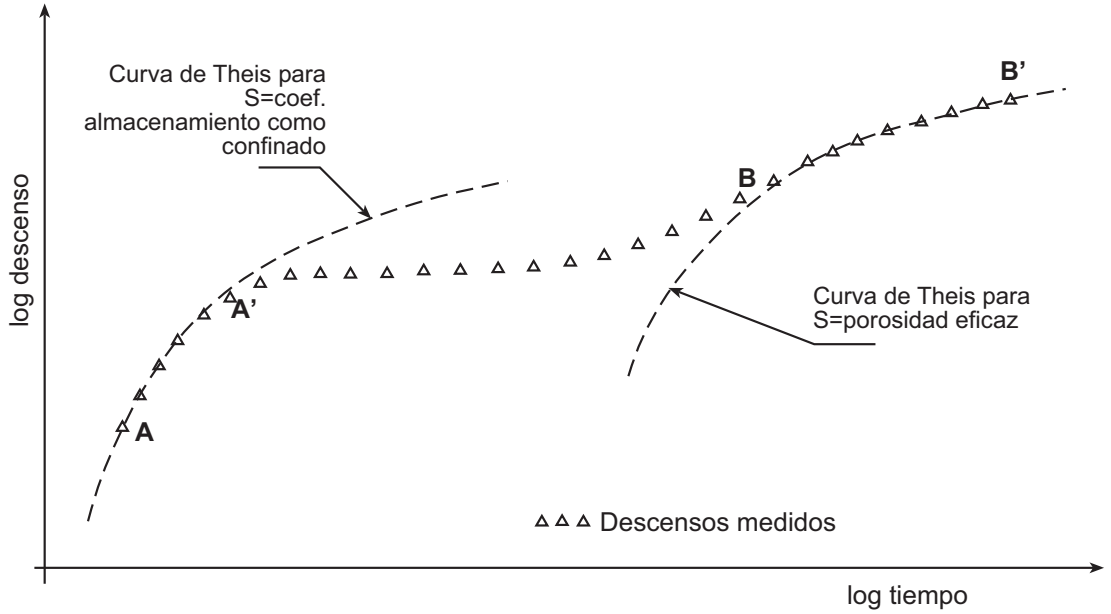


Figura 7.- Gráfico descensos tiempos en un bombeo de un acuífero libre

- Tramo AA': Al principio el descenso es rápido, como si se tratara de un acuífero confinado: corresponde a lo que hemos descrito arriba como "1ª etapa".

- Tramo A'B: En una segunda fase vemos que el descenso casi se estabiliza, desciende muy lentamente: corresponde a la "2ª etapa" descrita.

- Tramo BB': En una tercera y última fase el nivel de nuevo baja con el tiempo, pero no tan rápido como en la primera fase; es la "3ª etapa" de la descripción anterior.

Como veremos después, los tramos AA' y BB' siguen una ecuación similar a la de Theis (que conocemos para acuíferos confinados), pero con diferentes valores para el coeficiente *S* que aparece en dicha ecuación:

- en el tramo AA', *S* = coeficiente de almacenamiento por descompresión
- en el tramo BB', *S* = porosidad eficaz (que es realmente el coeficiente de almacenamiento cuando extraemos agua por vaciado de los poros).

Expresión matemática

Encontrar una solución analítica (una fórmula) que refleje este proceso es más complejo que en acuíferos confinados (Theis) y semiconfinados (Hantush). Neuman (1972, en Freeze y Cherry, 1979; Fetter, 2001; Schwartz y Zhang, 2003) enunció la siguiente ecuación, similar a la de confinados y semiconfinados excepto por la función *W*( ):

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_A, u_B, \beta) \qquad (1)$$

$$\beta = \frac{r^2 K_v}{b^2 K_h} \quad ; \quad u_A = \frac{r^2 S}{4tT} \quad ; \quad u_B = \frac{r^2 S_y}{4tT} \qquad (2)\ ;\ (3)\ ;\ (4)$$

donde:

s = descenso a una distancia ***r*** transcurrido un tiempo ***t***
Q = caudal de bombeo
T =transmisividad del acuífero
K_v = conductividad hidráulica vertical
K_v = conductividad hidráulica vertical
S = coeficiente de almacenamiento elástico, por descompresión
S_y = porosidad eficaz (*Specific Yield*)
W = función tabulada en función de $1/u_A$ y de $1/u_B$

La expresión (1) es la expresión conjunta de dos ecuaciones siguientes:

Para la primera fase de bombeo: $$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_A, \beta) \qquad (1b)$$

Para la tercera fase de bombeo: $$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_B, \beta) \qquad (1c)$$

Los valores de las funciones $W(u_A,\beta)$ y $W(u_B,\beta)$ se incluyen al final en un Apéndice (Neuman, 1975, en Kruseman y Ridder, 1990).

La representación gráfica de $W(u_A,\beta)$ en función de $1/u_A$ para varios valores de β, y la representación de $W(u_B,\beta)$ en función de $1/u_B$ para varios valores de β, se presentan en la figura 8:

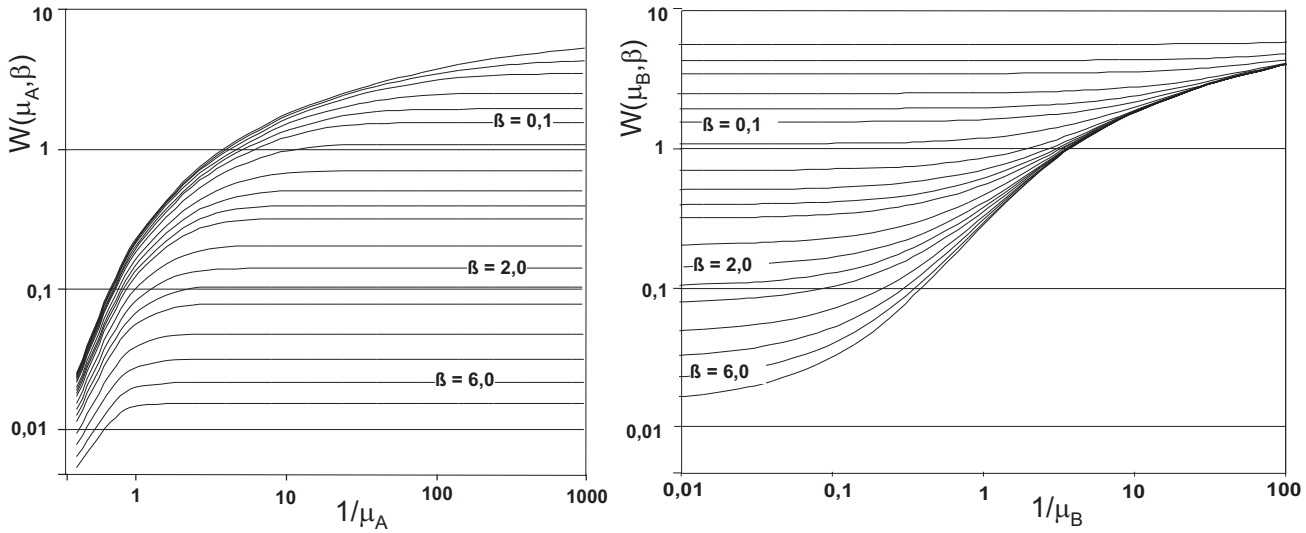


Figura 8.- Gráficos necesarios para la interpretación de un bombeo de ensayo

En el gráfico izquierdo dentro de la variable μ_A va incluido el coeficiente de almacenamiento *S*, que indica el agua liberada por almacenamiento elástico (ver la ecuación (3)). En el gráfico derecho dentro de la variable μ_B va incluida la porosidad eficaz (*specific yield*, o coeficiente de almacenamiento del acuífero libre, que refleja el vaciado de los poros (ver la ecuación (4)).

Habitualmente estos dos gráficos se presentan superpuestos, con el mismo eje vertical, pero conservando cada uno sus valores en el eje de abcisas. Para ello se supone que la porosidad eficaz es 10^4 veces mayor que el coeficiente de almacenamiento elástico (Fetter, 2001, p.165), es decir: $S_y = 10^4 \cdot S$. Por tanto, podemos superponer ambos gráficos deslizándolos horizontalmente hasta que el valor 100 de $1/\mu_A$ coincida con el valor 0,01 de $1/\mu_B$ (es decir, que uno sea 10^4 veces el otro), obteniendo el gráfico siguiente, que es como se presenta generalmente:

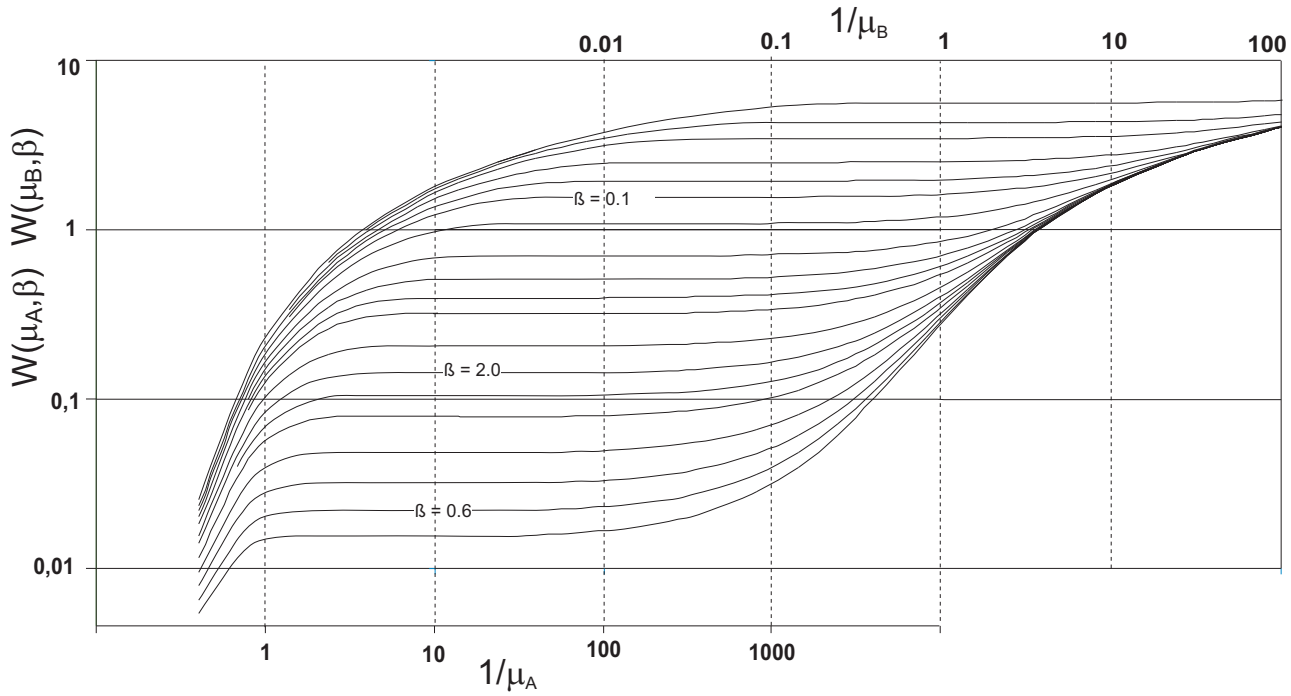


Figura 9.- Los dos gráficos de la figura 8, unidos (la escala horizontal es diferente para las dos funciones W)

Bombeo de ensayo: cálculo de los parámetros del acuífero

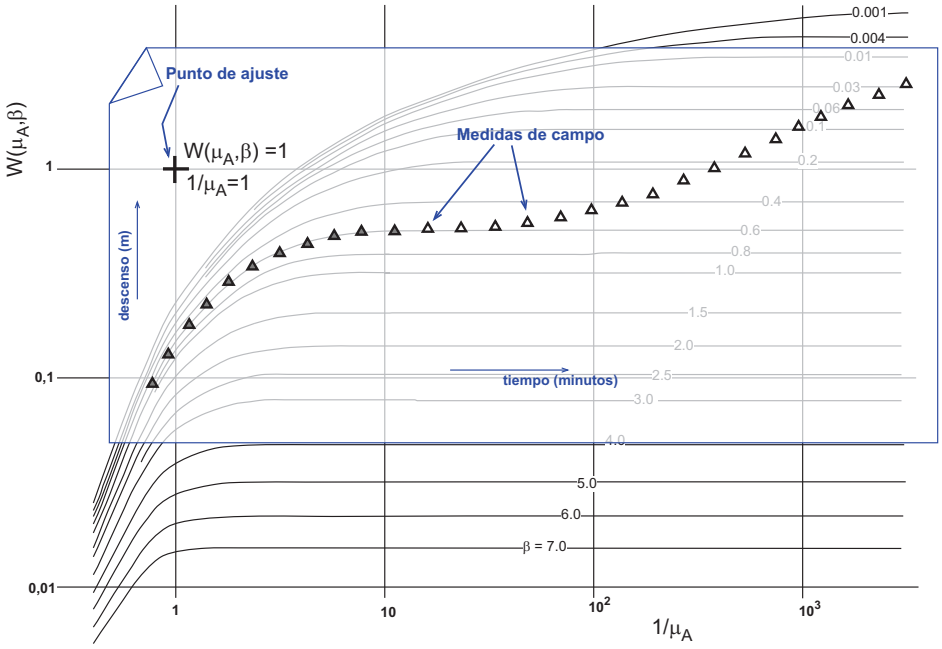
Análogamente a los bombeos de ensayo realizados en acuíferos confinados o semiconfinados, para medir los parámetros hidráulicos del acuífero libre debemos bombear un caudal constante en un pozo P y medir los descensos producidos a lo largo del tiempo en otro pozo A, situado a una distancia *r* (figura 2).

En un caso real, quizá los resultados no reflejen las tres fases indicadas en la figura 7: puede que la duración del bombeo no sea suficiente y no se alcance la tercera fase, o que las primeras fases sean tan breves que no se aprecien bien.

Como ejemplo supongamos que hemos bombeado 8 litros/segundo y que hemos medido los descensos a 11 metros del punto de bombeo. Hemos representado los datos en un gráfico logarítmico y hemos conseguido una curva *descensos-tiempo* similar a la figura 7. El proceso de cálculo sería el siguiente:

Utilizaremos los gráficos de la figura 8 dibujados a la misma escala que el papel logarítmico en que hemos representado los puntos[2].

Calcamos los puntos de campo en papel transparente y buscamos la superposición de la primera parte de los datos de campo sobre las curvas del gráfico $W(u_A,\beta) = f(1/\mu_A)$:



Tras conseguir la superposición (en este ejemplo, sobre la curva β=0,6), hemos marcado en el papel transparente un punto, sobre las coordenadas 1 y 1 del gráfico patrón (puede elegirse cualquier otro). Ese mismo punto sobre el gráfico de campo tiene otras coordenadas: descenso = 4,9 metros; tiempo = 2,0 minutos.

Con estas dobles coordenadas realizamos los cálculos igual que en el caso de un acuífero confinado (Theis), obteniendo el valor de T y el de S, de este modo: En la fórmula (1b) colocamos los valores de $W(u_A,\beta)$ y de descenso (s). Es decir, las **ordenadas** del punto de superposición en el gráfico patrón y en el gráfico de campo:

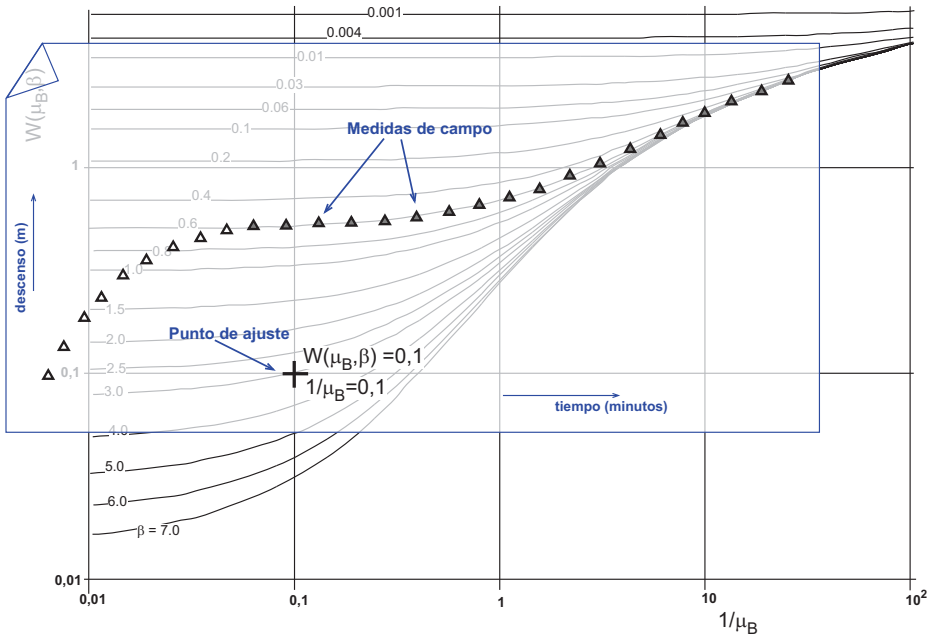
$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_A,\beta) \quad ; \quad 4{,}9 = \frac{8 \cdot 86{,}4}{4\pi T} \cdot 1 \quad ; \quad \mathbf{T = 11{,}2\ m^2/día}$$

[2] Se incluyen al final de este tema. Estos gráficos se han obtenido representando en Excel los datos numéricos de las tablas **Valores de la función W(μ..., β)**, elaborando después estos gráficos en Freehand para conseguir la escala requerida (módulo logarítmico: 62,5 mm.) y suavizando algunos tramos. Esta elaboración manual hace que la precisión de estos gráficos no esté garantizada.

En la fórmula (3) colocamos los valores de u_A y de tiempo (t). Es decir, las **abcisas** del punto de superposición en el gráfico patrón y en el gráfico de campo [en el gráfico habíamos leído $1/u$ y aquí debemos poner su inverso u, en este caso son iguales: 1; 1440 es para convertir 24 minutos a días]:

$$u_A = \frac{r^2 S}{4tT} \quad ; \quad 1 = \frac{11^2 \cdot S}{4 \cdot (2/1440) \cdot 11{,}2} \quad ; \quad S = 5{,}1 \cdot 10^{-4}$$

Ahora buscamos la superposición del tercer tramo de la curva de campo sobre las curvas del gráfico $W(u_B,\beta)$ = f $(1/\mu_B)$:.



En este ejemplo, tras conseguir la superposición sobre la misma curva β=0,6, hemos marcado en el papel transparente el punto, en este caso hemos elegido las coordenadas $W(u_B,\beta)$=0,1 y $1/u_B$=0,1 del gráfico patrón. Ese mismo punto sobre el gráfico de campo tiene otras coordenadas: descenso (s) = 0,45 metros ; tiempo = 24 minutos.

Realizando cálculos análogos a los anteriores [ecuaciones (1c) y (4)]:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_B,\beta) \quad ; \quad 0{,}45 = \frac{8 \cdot 86{,}4}{4\pi T} 0{,}1 \quad ; \quad T = 12{,}2 \text{ m}^2/\text{dia}$$

$$u_B = \frac{r^2 S_y}{4tT} \quad ; \quad 10 = \frac{11^2 \cdot S_y}{4 \cdot (24/1440) \cdot 12{,}2} \quad ; \quad S_y = 0.067 \ (\sim 6{,}7\%)$$

Los valores de transmisividad deberían ser iguales: la transmisividad de un acuífero es la misma tanto si se comporta como confinado o como libre. (Excepto que en la última fase habrá disminuido el espesor saturado del acuífero, con la consiguiente disminución de la T).

El coeficiente de almacenamiento obtenido en nuestro primer cálculo corresponde a los primeros minutos de bombeo: será el coeficiente de almacenamiento que refleja el agua conseguida por el almacenamiento elástico de agua y acuífero. El coeficiente S_y obtenido en los últimos cálculos corresponde al comportamiento del acuífero como libre: es la porosidad eficaz (*specific yield*) o agua conseguida por vaciado de los poros.

Si conocemos el espesor saturado del acuífero (b) podremos obtener conductividad hidráulica horizontal ($T=K_h \cdot b$). Y a partir del valor de β (en este ejemplo 0,6) obtener finalmente la conductividad hidráulica vertical (K_v) despejando en (2).

Si este proceso de interpretación se realiza sobre el gráfico conjunto de la figura 9, se buscan las dos superposiciones a un lado y otro del gráfico.

Condiciones

Estos cálculos son fiables si los descensos son pequeños en relación con el espesor inicial (Neuman, 1974, en Fetter, 2001), y en caso contrario es aconsejable corregir los descensos medidos en el campo mediante la relación siguiente (Jacob, 1944, en Kruseman y Ridder, 1990):

$$s' = s - (s^2/2b) \qquad (5)$$

b = espesor del acuífero
s = descenso en acuífero libre de espesor b
s' = descenso equivalente a s si el espesor saturado fuera constante (como es el caso en un acuífero confinado)

En cualquier caso, para que el cálculo realizado con las ecuaciones (1b) y (1c) sea correcto, además de cumplirse los requisitos habituales (acuífero infinito y homogéneo, diámetro de los pozos infinitesimal, ...) debemos suponer que el pozo de bombeo y el de observación atraviesan todo el espesor del acuífero y tienen la rejilla abierta en toda su longitud.

Cálculo de descensos conociendo las características del acuífero

Aunque conozcamos en detalle todas las características hidráulicas del acuífero, no es sencillo calcular el descenso producido a una distancia r del punto de bombeo transcurrido un tiempo t, como lo era en el caso de acuíferos confinados.

El tiempo del problema (para el que se quisiera efectuar el cálculo) no podemos saber en qué fase se encuentra, si está o no actuando el *drenaje diferido*. El cálculo se complica en las proximidades del pozo que bombea, al existir una componente vertical del flujo, lo que implica diferentes potenciales en una misma vertical, y si el pozo de observación está ranurado en toda su longitud, el nivel observado será la media de todos los niveles que observaríamos a lo largo de esa vertical.

De un modo simplificado, se puede calcular el descenso aplicando la fórmula de Theis y corrigiendo el resultado obtenido mediante la expresión (5) pero en este caso despejando s. Si en (5) despejamos s se obtiene:

$$s = b - \sqrt{b^2 - 2 \cdot s' \cdot b} \qquad (6)$$

En esta simplificación, el descenso calculado mediante la ecuación de Theis sería s' (descenso si el espesor fuera constante) y debemos corregirlo aplicando la expresión (6).

Bibliografía

Batu, V. (1998).- *Aquifer Hydraulics*. Wiley, 752 pp.

Fetter, C. W. (2001).- *Applied Hydrogeology*. Prentice-Hall, 4ª ed., 598 pp.

Kasenow, M. (2006).- *Aquifer Test Data: Evaluation and Analysis*. Water Resources Pub. 396 pp.

Kruseman, G.P. y N.A. Ridder. (1990).- *Analysys and Evaluation of Pumping Test Data*. International Institute for Land Reclamation and Improvement, 377 pp
http://content.alterra.wur.nl/Internet/webdocs/ilri-publicaties/publicaties/Pub47/Pub47.pdf

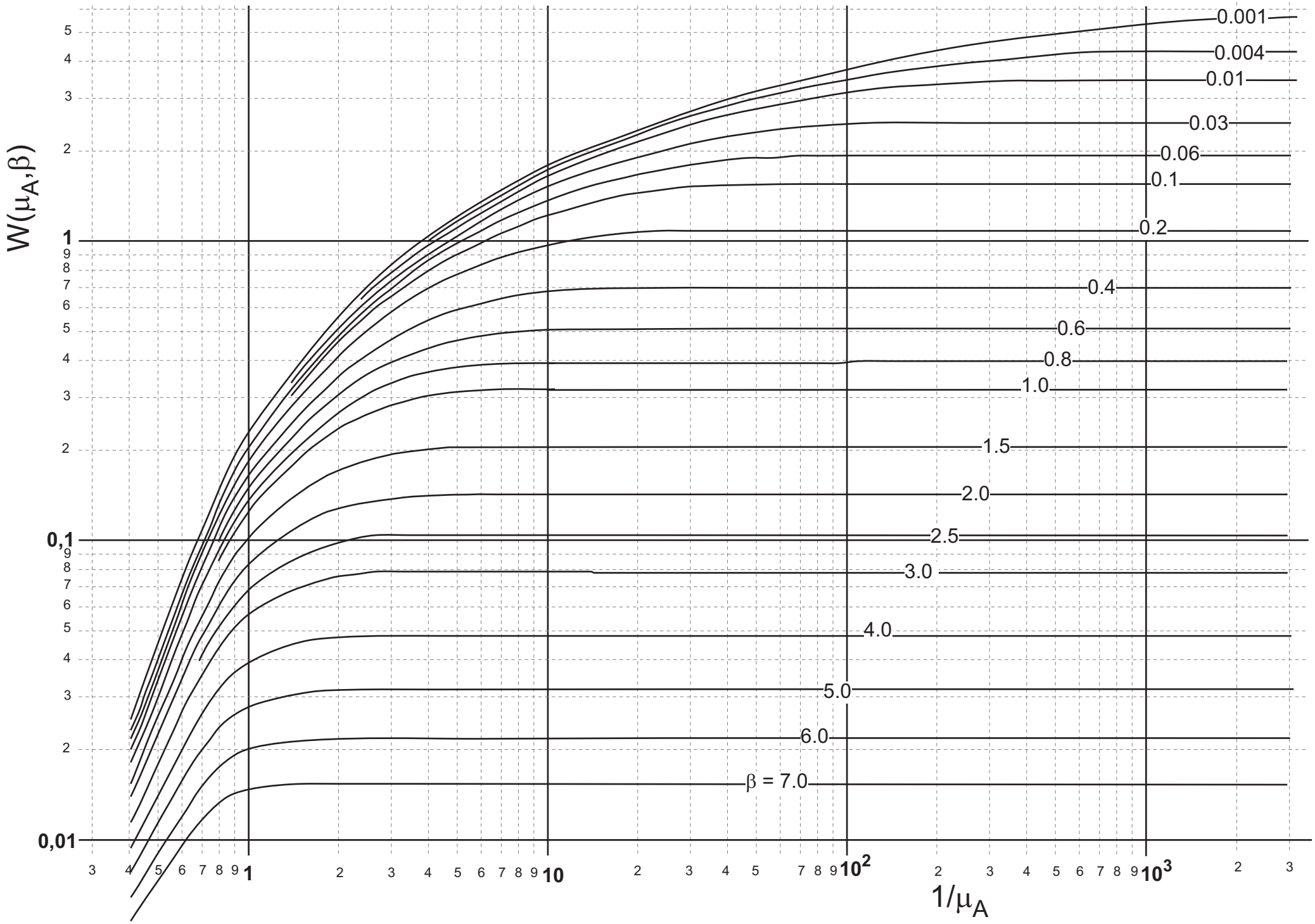
Schwartz, F. W. y H. Zhang (2003).- *Fundamentals of Groundwater*. Wiley, 592 pp.

Valores de la función $W(\mu_A, \beta)$ (según Neuman , 1975, en Kruseman, 1990)

$1/u_A$	ß = 0.001	ß = 0.004	ß = 0.01	ß = 0.03	ß = 0.06	ß = 0.1	ß = 0.2	ß = 0.4	ß = 0.6	ß = 0.8	ß= 1.0	ß= 1.5	ß = 2.0	ß = 2.5	ß = 3.0	ß = 4.0	ß = 5.0	ß = 6.0	ß = 7.0
0.4	0.0248	0.0243	0.0241	0.0235	0.023	0.0224	0.0214	0.0199	0.0188	0.0179	0.017	0.015	0.0138	0.0125	0.0113	0.0093	0.0077	0.0064	0.0053
0.8	0.145	0.142	0.14	0.136	0.131	0.127	0.119	0.108	0.0988	0.0915	0.085	0.071	0.0603	0.0511	0.0435	0.0317	0.0234	0.0174	0.0131
1.4	0.358	0.352	0.345	0.331	0.318	0.304	0.279	0.244	0.217	0.194	0.175	0.136	0.107	0.0846	0.0678	0.0445	0.0302	0.021	0.0151
2.4	0.662	0.648	0.633	0.601	0.57	0.54	0.483	0.403	0.343	0.296	0.256	0.182	0.133	0.101	0.0767	0.0476	0.0313	0.0214	0.0152
4	1.02	0.992	0.963	0.905	0.849	0.792	0.688	0.542	0.438	0.36	0.3	0.199	0.14	0.103	0.0779	0.0478		0.0215	
8	1.57	1.52	1.46	1.35	1.23	1.12	0.918	0.659	0.497	0.391	0.317	0.203	0.141						
14	2.05	1.97	1.88	1.7	1.51	1.34	1.03	0.69	0.507	0.394									
24	2.52	2.41	2.27	1.99	1.73	1.47	1.07	0.696											
40	2.97	2.8	2.61	2.22	1.85	1.53	1.08												
80	3.56	3.3	3	2.41	1.92	1.55													
140	4.01	3.65	3.23	2.48	1.93														
240	4.42	3.93	3.37	2.49	1.94														
400	4.77	4.12	3.43	2.5															
800	5.16	4.26	3.45																
1400	5.4	4.29	3.46																
2400	5.54	4.3																	
4000	5.59																		
8000	5.62																		
14000	5.62	4.3	3.46	2.5	1.94	1.55	1.08	0.696	0.507	0.394	0.317	0.203	0.141	0.103	0.0779	0.0478	0.0313	0.0215	0.0152

Valores de la función $W(\mu_B, \beta)$ (según Neuman , 1975, en Kruseman, 1990)

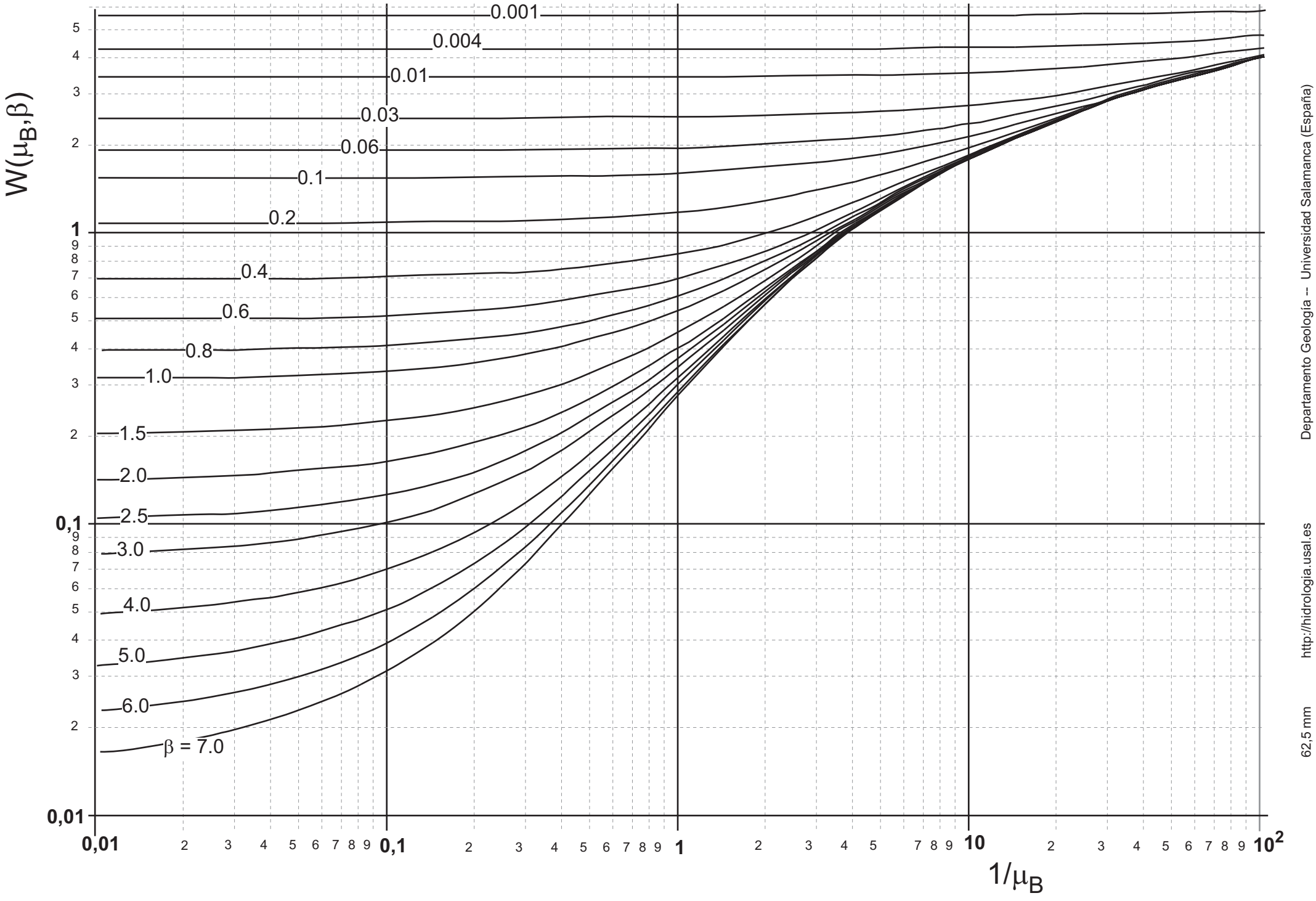
$1/u_B$	ß = 0,001	ß = 0,004	ß = 0,01	ß = 0,03	ß = 0,06	ß = 0,1	ß = 0,2	ß = 0,4	ß = 0,6	ß = 0,8	ß= 1,0	ß= 1,5	ß = 2,0	ß = 2,5	ß = 3,0	ß = 4,0	ß = 5,0	ß = 6,0	ß = 7,0
4E-04	5.62	4.3	3.46	2.5	1.94	1.56	1.09	0.697	0.508	0.395	0.318	0.204	0.142	0.104	0.078	0.0479	0.0314	0.0215	0.0153
8E-04															0.0781	0.048	0.0315	0.0216	0.0153
0.001														0.103	0.0783	0.0481	0.0316	0.0217	0.0154
0.002														0.104	0.0785	0.0484	0.0318	0.0219	0.0156
0.004								0.697	0.508	0.395	0.318	0.204	0.142	0.104	0.0789	0.0487	0.0321	0.0221	0.0158
0.008								0.697	0.509	0.396	0.319	0.205	0.143	0.105	0.0799	0.0496	0.0329	0.0228	0.0164
0.014								0.698	0.51	0.397	0.321	0.207	0.145	0.107	0.0814	0.0509	0.0341	0.0239	0.0173
0.024								0.7	0.512	0.399	0.323	0.209	0.147	0.109	0.0838	0.0532	0.0361	0.0257	0.0189
0.04								0.703	0.516	0.403	0.327	0.213	0.152	0.113	0.0879	0.0568	0.0393	0.0286	0.0215
0.08						1.56	1.09	0.71	0.524	0.412	0.337	0.224	0.162	0.124	0.098	0.0661	0.0478	0.0362	0.0284
0.14					1.94	1.56	1.1	0.72	0.537	0.425	0.35	0.239	0.178	0.139	0.113	0.0806	0.0612	0.0486	0.0398
0.24				2.5	1.95	1.57	1.11	0.737	0.557	0.447	0.374	0.265	0.205	0.166	0.14	0.106	0.0853	0.0714	0.0614
0.4				2.51	1.96	1.58	1.13	0.763	0.589	0.483	0.412	0.307	0.248	0.21	0.184	0.149	0.128	0.113	0.102
0.8	5.62	4.3	3.46	2.52	1.98	1.61	1.18	0.829	0.667	0.571	0.506	0.41	0.357	0.323	0.298	0.266	0.245	0.231	0.22
1.4	5.63	4.31	3.47	2.54	2.01	1.66	1.24	0.922	0.78	0.697	0.642	0.562	0.517	0.489	0.47	0.445	0.43	0.419	0.411
2.4	5.63	4.31	3.49	2.57	2.06	1.73	1.35	1.07	0.954	0.889	0.85	0.792	0.763	0.745	0.733	0.718	0.709	0.703	0.699
4	5.63	4.32	3.51	2.62	2.13	1.83	1.5	1.29	1.2	1.16	1.13	1.1	1.08	1.07	1.07	1.06	1.06	1.05	1.05
8	5.64	4.35	3.56	2.73	2.31	2.07	1.85	1.72	1.68	1.66	1.65	1.64	1.63	1.63	1.63	1.63	1.63	1.63	1.63
14	5.65	4.38	3.63	2.88	2.55	2.37	2.23	2.17	2.15	2.15	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14
24	5.67	4.44	3.74	3.11	2.86	2.75	2.68	2.66	2.65	2.65	2.65	2.65	2.64	2.64	2.64	2.64	2.64	2.64	2.64
40	5.7	4.52	3.9	3.4	3.24	3.18	3.15	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
80	5.76	4.71	4.22	3.92	3.85	3.83	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82
140	5.85	4.94	4.58	4.4	4.38	4.38	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37
240	5.99	5.23	5	4.92	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91
400	6.16	5.59	5.46	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42



Departamento Geología -- Universidad Salamanca (España)

http://hidrologia.usal.es

62,5 mm


W(μB,β)
0.001
0.004
0.01
0.03
0.06
0.1
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
4.0
5.0
6.0
β = 7.0
0,01
0,1
1
10
10²
1/μB
Departamento Geología -- Universidad Salamanca (España)
http://hidrologia.usal.es
62,5 mm

Principio de Superposición. Recuperación. Acuíferos limitados

Concepto

El efecto producido en la superficie freática o piezométrica por dos o más pozos que bombean (o inyectan) es el mismo que la suma de todos los efectos que habrían producido cada uno de los pozos individualmente, como si los otros no existieran.[1]

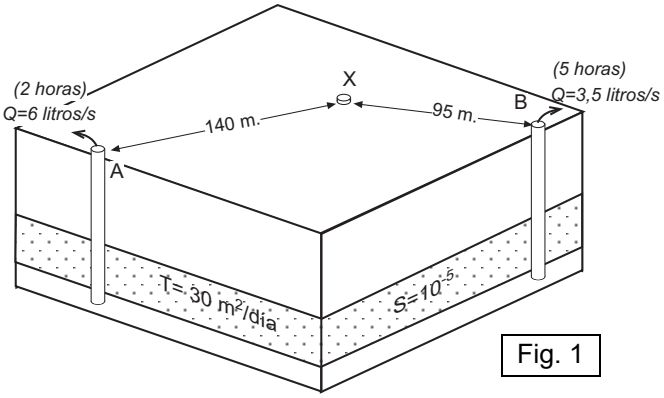


Fig. 1

Es mas sencillo explicarlo con un ejemplo: Supongamos que deseamos saber el descenso generado en el pozo X por los sondeos en A y en B con las características indicadas en la figura 1.

Si disponemos de los datos suficientes para calcular el descenso que produciría A si B no bombeara, y análogamente el que produciría solamente B, en el caso real (bombean los dos) bastará calcular el descenso producido por uno y por otro y sumarlos.

Para que los cálculos sean lo más simples posible, supongamos que el ejemplo de la figura se desarrolla en un acuífero confinado perfecto. Primero aplicamos la ecuación de Jacob[2] para obtener el descenso producido por A:

$$s_A = 0{,}183\frac{6.86{,}4}{30}\log\frac{2{,}25.30.2/24}{140^2.10^{-5}} = 4{,}61\,metros$$

Después calculamos el descenso producido por B, y después sumamos ambos descensos

$$s_B = 0{,}183\frac{3{,}5.86{,}4}{30}\log\frac{2{,}25.30.5/24}{95^2.10^{-5}} = 4{,}05\,metros$$

$$s_{total} = s_A + s_B = 4{,}61 + 4{,}05 = 8{,}66\,metros$$

Representando los descensos a lo largo del plano vertical que pasa por A y B observamos (figura 2) el cono generado por A (trazos largos), el generado por B (trazos cortos) y la suma de ambos, que sería lo observado en la realidad. Para el cálculo y trazado de esta figura se han utilizado los datos del ejemplo anterior, suponiendo que la distancia entre A y B es de 200 metros.

---

[1] El Principio de Superposición se define y utiliza en varios campos de la Física, especialmente para la superposición de ondas.

[2] A lo largo de todo el tema utilizamos la ecuación de Jacob (acuíferos confinados) porque es la más simple. Por supuesto, en todos los ejemplos habría que aplicar la ecuación correspondiente al tipo de acuífero de que se trate (acuífero semiconfinado, libre...).

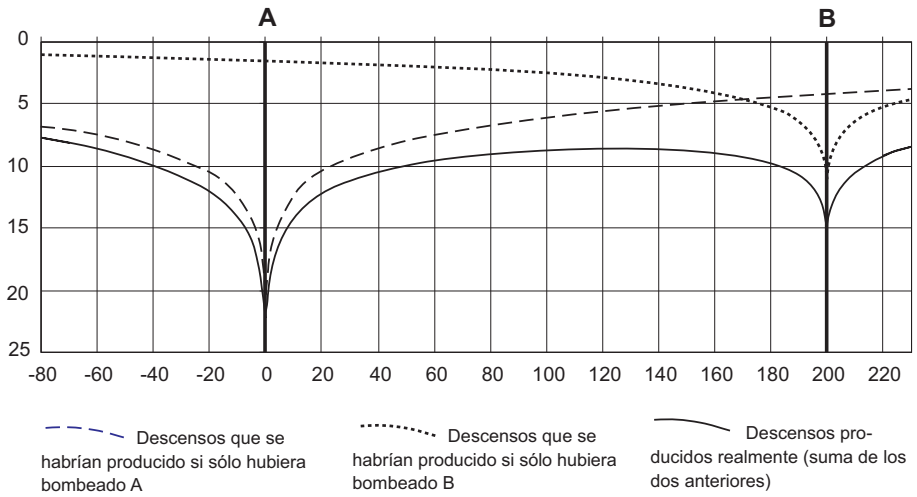


Figura 2.- Conos de descensos producidos por los dos bombeos de la figura 1

Bombeo con caudal variable

El principio de superposición nos permite calcular descensos cuando el caudal es variable.

Por ejemplo, supongamos que en un acuífero de características conocidas se ha bombeado durante 15 horas: las 10 primeras, un caudal de 4 litros/seg , y las 5 horas siguientes se aumenta el caudal a 7 litros/seg.

Para ello, podemos suponer que en el mismo sondeo están funcionando dos bombas (fig. 3): una mantiene el caudal de 4 litros/seg hasta el final , y a las 10 horas, la segunda bomba, introducida en el mismo sondeo comenzara a extraer 3 litros/seg (el incremento de caudal que realmente se produjo). Esta ficción tiene que producir el mismo efecto que la realidad, puesto que las últimas 5 horas se bombeaban 4+3= 7 litros/seg.

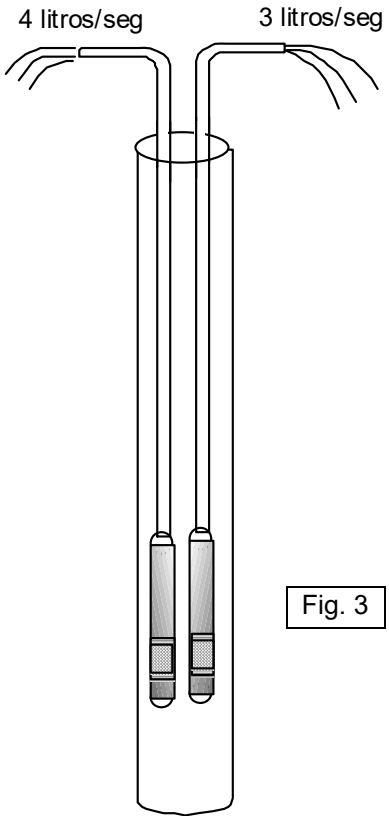
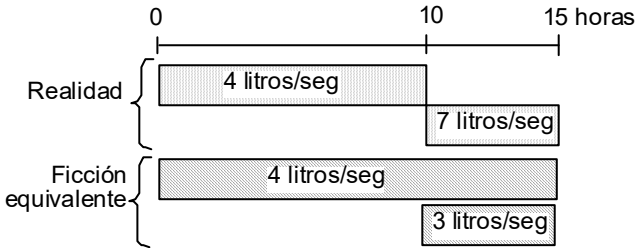
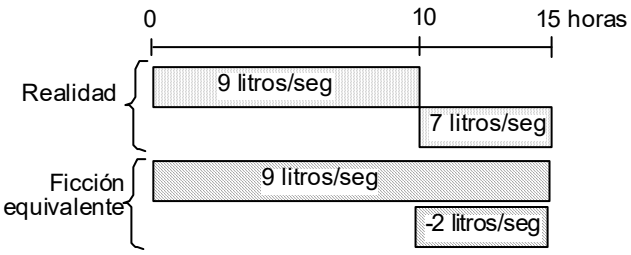


Fig. 3



También es sencillo simular una disminución de caudal. Supongamos que en un caso similar al anterior, el caudal disminuye de 9 litros/seg. a 7. Bastará suponer que el caudal de 9 permanece constante, y que una segunda bomba comienza a inyectar un caudal de 3 (por tanto, -3 litros/seg.), como se esquematiza en la figura adjunta [3]:

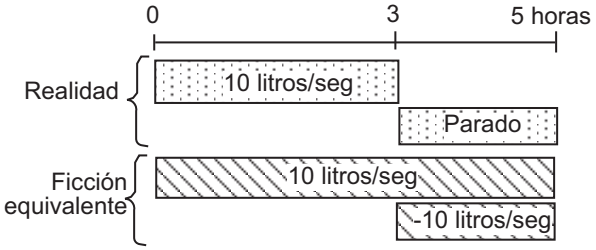


[3] Si se inyecta un caudal se genera un cono de ascensos idéntico al que se hubiera creado al bombear el mismo caudal, pero invertido. Para calcularlo es suficiente utilizar la fórmula adecuada al tipo de acuífero de

También puede plantearse el caso de que deseemos conocer los descensos existentes después de un tiempo τ (t griega, tau) de bombeo y de un tiempo *t* de descanso.

Supongamos que el sondeo estuvo bombeando 10 litros/seg. durante 3 horas, después se detuvo, y ha estado 2 horas parado. Se desea conocer el descenso después de esas 2 horas de descanso.

Basta suponer (de nuevo la imagen de las dos bombas en el mismo sondeo) que el bombeo no se interrumpió, sino que a esa misma hora comenzó a inyectarse el mismo caudal que se está extrayendo. Es obvio que extraer 10 litros/seg. y simultáneamente inyectar 10 litros/seg. sería lo mismo que no extraer nada.



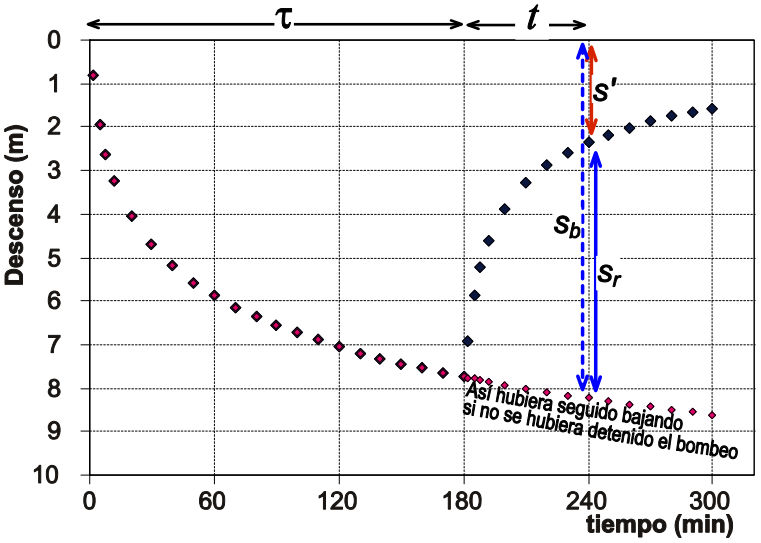
Con las cifras de la figura adjunta, bastaría aplicar la fórmula correspondiente dos veces: 1º) Q=10 litros/seg. y tiempo=5 horas, 2º) Q= –10 litros/seg. y tiempo=2 horas. Finalmente, sumar los valores obtenidos por ambos cálculos.

Esta idea general es válida para cualquier acuífero: sólo habría que aplicar las fórmulas adecuadas a acuíferos semiconfinados o libres. Pero vamos a ver aquí brevemente la aplicación a acuíferos confinados, que siempre es lo más simple.

En la figura adjunta vemos los descensos en un acuífero confinado que estuvo bombeando 3 horas tras las cuales ha estado detenido otras 2 horas.[4]

En la figura 4 se han señalado descensos a los 240 minutos, cuando llevaba parado 1 hora: Si el bombeo no se hubiera detenido (hubiera bombeado 4 horas) el descenso alcanzado hubiera sido de s_b La virtual inyección de un caudal idéntico al bombeado, tras 1 hora, habría generado un ascenso s_r . Por tanto, el descenso residual es :

$$s' = s_b - s_r$$



s_b= descenso si no se hubiera detenido el bombeo)

s_r= ascenso debido a la recuperación o a la supuesta inyección de un caudal idéntico al bombeado

s'= descenso residual, lo observado realmente = $s_b - s_r$

Figura 4.- Descensos residuales, durante la recuperación

El cálculo con la fórmula de Jacob sería así:

---

que se trate, simplemente introduciendo en la fórmula un valor negativo para el caudal, con lo que la fórmula nos devuelve un descenso negativo, es decir: un ascenso

[4] El gráfico se ha calculado con la fórmula de Theis y con los siguientes datos:
T=100 m²/día, S= 5.10⁻⁵, Q= 10 litros/seg, r= 50 m

$$s' = s_b - s_r = 0{,}183\frac{Q}{T}\log\frac{2{,}25\ T\ (\tau + t)}{r^2\ S} - 0{,}183\frac{Q}{T}\log\frac{2{,}25\ T\ t}{r^2\ S} = 0{,}183\frac{Q}{T}\log\frac{(\tau + t)}{t} \qquad (1)$$

Si conocemos solamente un dato de descenso residual (s') tras un tiempo de recuperación t, y el caudal (Q), podemos utilizar la expresión anterior para evaluar la transmisividad (T) del acuífero.

Ejemplo 1: Se ha bombeado un caudal de 5 litros/seg durante 2 horas (τ). Se detiene el bombeo y 1,5 horas después, el descenso residual es de 0,93 m. Calcular la Transmisividad.

Despejando T en la última fórmula, resulta:

$$T = 0{,}183\frac{Q}{s'}\log\frac{\tau + t}{t} = 0{,}183\frac{5\ .\ 86{,}4}{0{,}93}\log\frac{2 + 1{,}5}{1{,}5} = 31{,}3\ m^2\ /\ día$$

El cálculo anterior sólo es correcto si sabemos que el acuífero es confinado o que se está comportando como tal. Para disipar esa duda, lo correcto es disponer de todos los datos de la recuperación y representar s' en función de $log(\tau + t\ /\ t)$. El cálculo de T es muy sencillo, por el mismo procedimiento que la práctica del método de Jacob, como vemos en el ejemplo siguiente:

Ejemplo 2: Se ha bombeado un caudal de 7 litros/seg durante 3 horas (τ), y tras la detención del bombeo se han medido en un piezómetro próximo los tiempos y descensos residuales que se indican en las dos primeras columnas de la tabla adjunta:

t desde stop (min)	Descenso residual (s')	$\frac{\tau + t}{t}$
5	5,43	37,0
10	4,43	19,0
15	3,86	13,0
20	3,46	10,0
30	2,93	7,0
40	2,56	5,5
60	2,09	4,0
95	1,63	2,9

Calculamos la tercera columna, $(t+\tau)/\ t$. Por ejemplo, para 5 minutos será: (180+5)/5

Representamos en un gráfico semilogarítmico los descensos residuales en funcion de $(\tau+t)/\ t$:

Si aplicamos la ecuación (1) a dos puntos de la recta de modo que en abcisas uno sea 10 veces mayor que el otro, y restamos miembro a miembro, resulta (ver la figura adjunta):

$$\Delta s' = 0{,}183\frac{Q}{T}\log 10$$

Con los datos del grafico adjunto leemos que para una variación en abcisas de 2 a 20, el incremento en ordenadas es 3,4 metros. Aplicando la fórmula anterior, resulta:

$$3{,}4 = 0{,}183\frac{7 \cdot 86{,}4}{T}\ \cdot\ 1$$

T =32,6 m²/dia

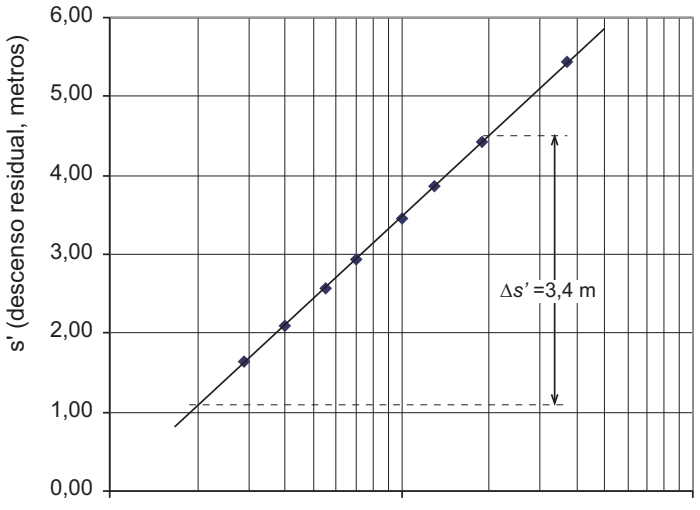
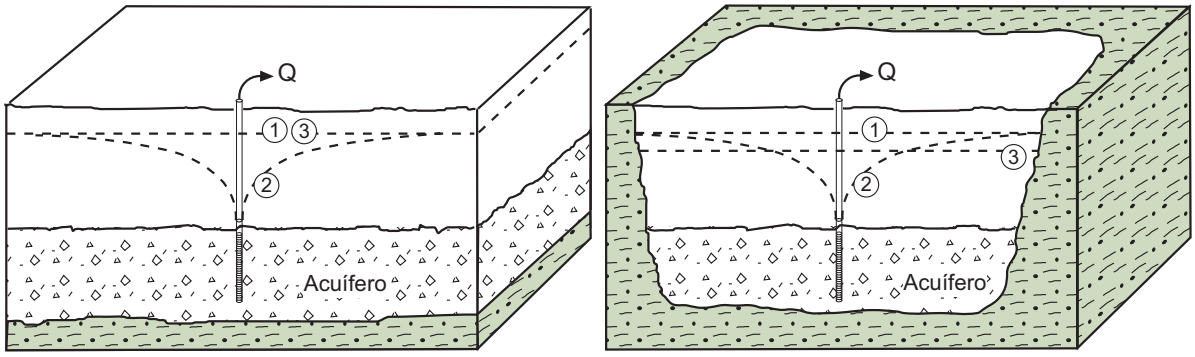


Fig. 5.- Recuperación: descensos en función de $(\tau + t)/\ t$

Recuperación incompleta en acuíferos limitados

En un acuífero ilimitado, tras cesar el bombeo la superficie inicial se recupera hasta la misma posición en que se encontraba (En la figura 6-a, posiciones ① y ③), ya que afluye agua desde la periferia del cono de descensos hasta que se alcanza la recuperación completa.



(a) Acuífero indefinido: Recuperación completa **(b)** Acuífero limitado: Recuperación incompleta

Posiciones sucesivas de la superficie piezométrica:
① Previa al bombeo ② En el momento de detener el bombeo ③ Tras la recuperación

Fig. 6.- Recuperación total en un acuífero ilimitado y recuperación parcial en otro limitado

En cambio, en un acuífero limitado (figura 6-b), el volumen de agua extraído hace que tras la recuperación la superficie freática o piezométrica quede más abajo de la posición inicial[5]. En la Figura 6-b el espacio comprendido entre las superficies ① y ③ corresponde al volumen de agua extraído (teniendo en cuenta el coeficiente de almacenamiento o porosidad eficaz).

Ejemplo 3: En un entorno similar a la figura 6-b se han bombeado 15 l/s durante 12 horas, y tras la recuperación, la superficie piezométrica ha quedado 1,20 metros más baja que su posición inicial. Si conocemos el coeficiente de almacenamiento podemos evaluar la extensión del acuífero (Ejemplo modificado de Villanueva e Iglesias, 1984).

Volumen extraído = 15 litros/seg * 10^{-3} m^3/litro * 3600 seg/hora * 12 horas = 648 m^3

Si el coeficiente de almacenamiento es S= 10^{-4} y la superficie del acuífero es A, podemos establecer que :

Volumen descendido = [A $m^2 \cdot 1{,}2$ m $\cdot 10^{-4}$] m^3

Igualando el volumen extraído con el volumen descendido se puede evaluar la superficie del acuífero afectada por el bombeo.

$$648\ m^3 = [A \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-4}]\ m^3 \quad \Longrightarrow \quad A = \frac{648\ m^3}{1{,}2\ m \cdot 10^{-4}} = 5{,}4 \cdot 10^{-6}\ m^2 = 5{,}4\ km^2$$

En el caso de la recuperación total, la recta de la figura del ejemplo 2 debe pasar por el punto (1, 0). Eso es debido a que para un tiempo muy largo, $(\tau+t)/t$ tiende a 1 y la recuperación será completa, es decir: *descenso*= 0.

En cambio, si la recuperación no ha restituido el nivel previo al bombeo, la recta

s'= función de $(\tau+t)/t$

no pasará por el punto (1,0), sino que para $(\tau+t)/t$ = 1 (tiempo infinito) nos indicará el descenso no recuperado (marcado como *z* en la figura 7):

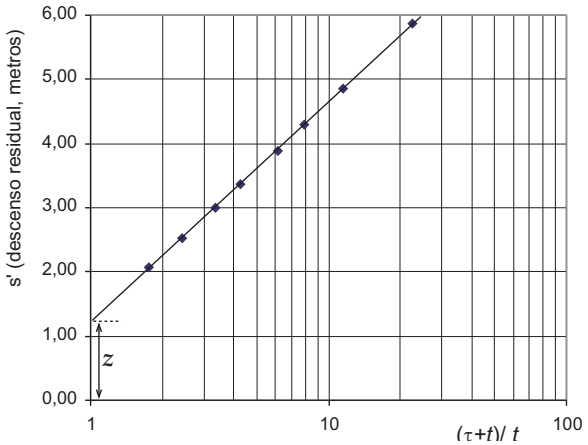


Fig. 7.- Recuperación incompleta

[5] En la figura se representa un acuífero confinado. El razonamiento sería idéntico para un acuífero libre, y las superficies ①, ② y ③ serían posiciones de la superficie freática.

Acuíferos limitados: Teoría de las Imágenes

Cuando el acuífero termina lateralmente mediante un plano que pueda asimilarse más o menos a un plano vertical y rectilíneo, puede aplicarse la *Teoría de las Imágenes*, también basada en el Principio de Superposición .

El plano límite puede ser de dos tipos: **borde negativo** (barrera impermeable) o **borde positivo** (un lago o río, cuyo nivel no se ve afectado por el bombeo).

Analicemos primero el caso de un **borde negativo** o impermeable. Si una situación de este tipo se produce en la realidad, el cono nunca es simétrico, sino que baja más por el lado del borde impermeable, ya que por ese lado le llega menos agua.

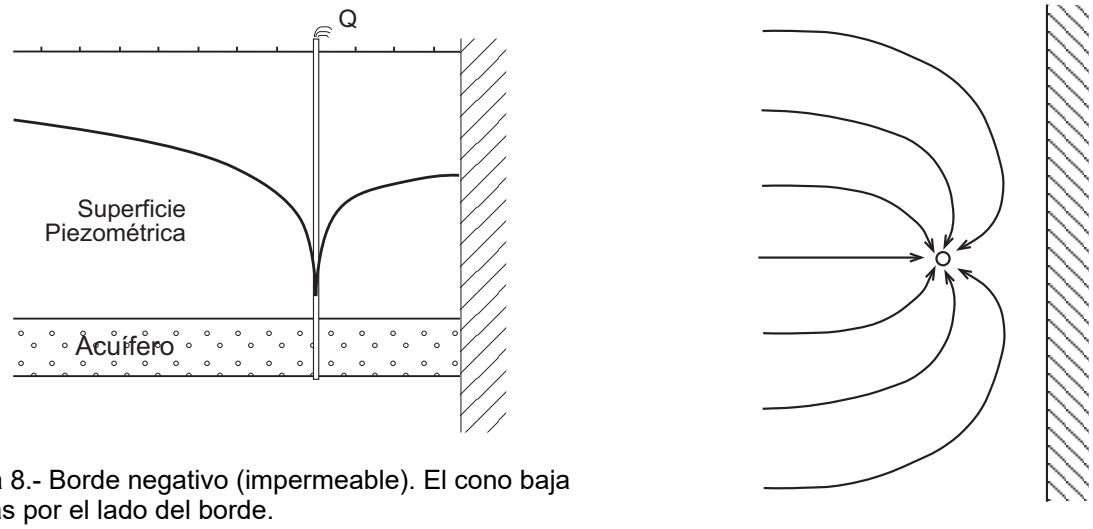


Figura 8.- Borde negativo (impermeable). El cono baja más por el lado del borde.

A la derecha, flujo hacia la captación, en planta:

La Teoría de las Imágenes en este caso podría enunciarse así: *Los descensos generados por un sondeo en un acuífero limitado por un borde negativo son los que se producirían si el acuífero fuera ilimitado, pero que existiera otro sondeo idéntico al que bombea reflejado por el borde negativo que actúa como un plano de simetría .*

En la figura 9 observamos cómo podemos generar el cono observado en la realidad mediante la superposición de dos conos idénticos: el del pozo real y el del pozo imagen, si no existiera la barrera.

Este pozo imagen suponemos que es un reflejo exacto del real: comienza a bombear en el mismo instante y el mismo caudal que el pozo real (y, por supuesto, que bombea en el mismo acuífero, que hemos supuesto indefinido). El cono de la mitad izquierda de la figura 9 es idéntico al mostrado en la figura 8.

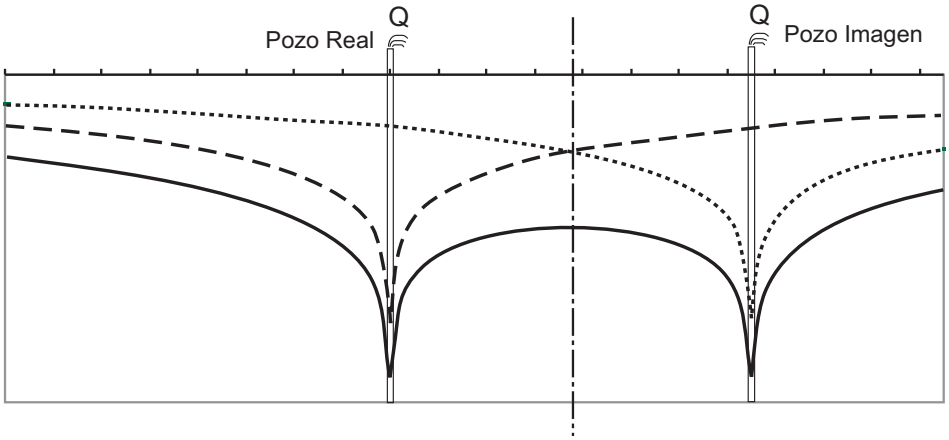


Fig. 9.- La suma de los descensos generados por el pozo real y el pozo imagen (si el acuífero fuera indefinido) produce el mismo efecto que el borde impermeable en la realidad.

En el caso real de un **borde positivo** el cono llegará a estabilizarse cuando todo el caudal extraído sea tomado por el acuífero del río o lago, quedando un cono asimétrico, como se aprecia en la figura.

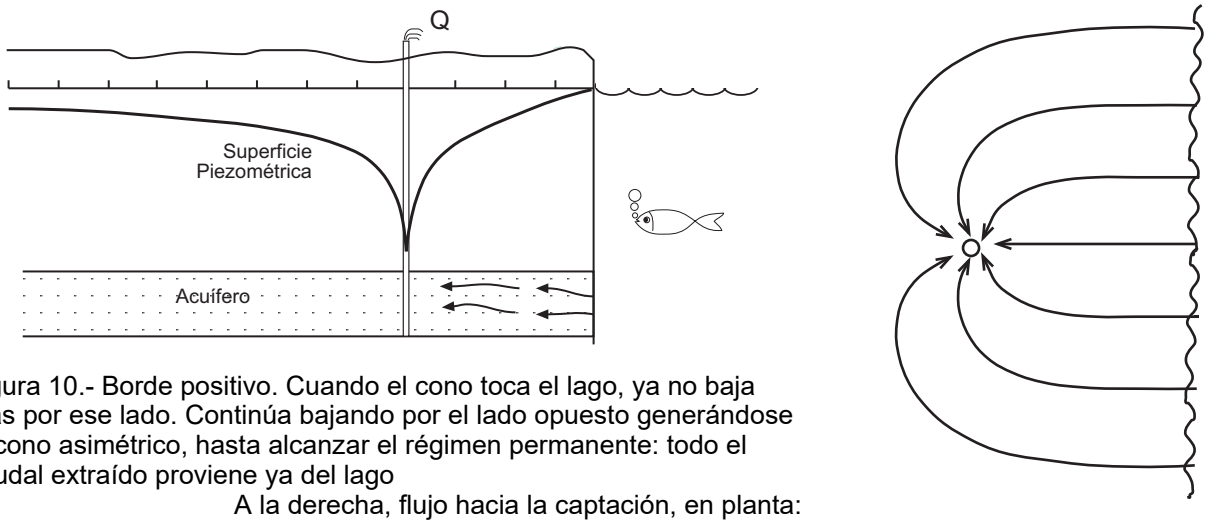


Figura 10.- Borde positivo. Cuando el cono toca el lago, ya no baja más por ese lado. Continúa bajando por el lado opuesto generándose el cono asimétrico, hasta alcanzar el régimen permanente: todo el caudal extraído proviene ya del lago

A la derecha, flujo hacia la captación, en planta:

De nuevo podemos generar este resultado mediante la Teoría de las Imágenes: suponemos que el borde positivo no existe (el acuífero es ilimitado) y que al otro lado (de nuevo el borde actúa como un espejo) hay otro sondeo idéntico al real, pero que inyecta un caudal idéntico al que se bombea en el pozo real.

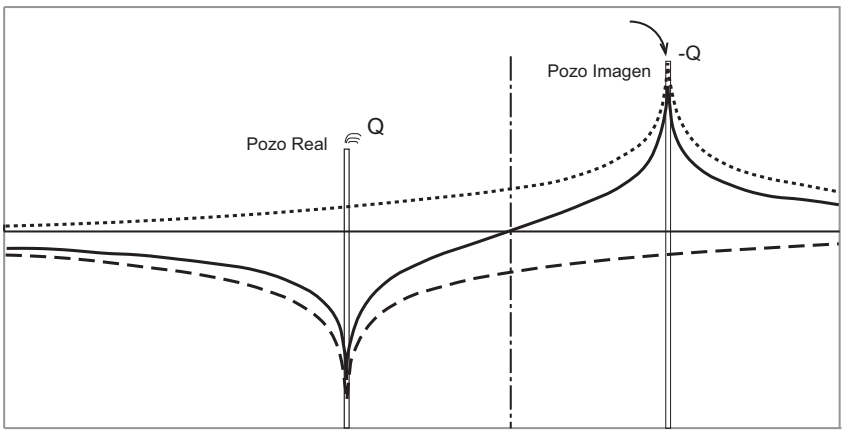


Fig. 11.- El pozo imagen produce el mismo efecto que el borde positivo

El pozo imagen generaría un cono de ascensos idéntico al cono generado por el pozo real (si el acuífero fuera ilimitado) pero invertido, sería la línea de puntos de la figura 11. Cuando aplicamos el principio de superposición, ambos conos se anulan justo en el plano de simetría, coincidiendo con la realidad: la mitad izquierda de la figura 11 coincide con la figura 10, el cono real al tocar el lago ya no baja más.

El gráfico descensos en función del tiempo resultaría como se indica en la figura 12.

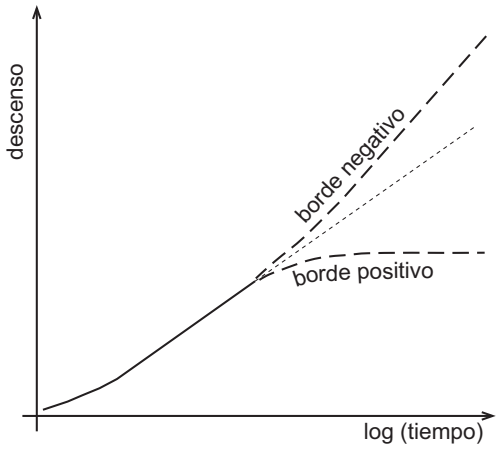


Figura 12.-

Los descensos se comportan como si el acuífero fuera indefinido hasta que el cono alcanza el borde, es el tramo continuo (recta de Jacob).

Cuando el cono toca el borde, si es negativo, aumenta la pendiente de la recta, como si la transmisividad del acuífero hubiera disminuido.

Si el borde es positivo, la línea llega a hacerse horizontal (régimen permanente)

Cálculo del descenso en un punto cualquiera (borde positivo o negativo): Como el pozo imagen no aparece en los mapas (¡!), si queremos aplicar esta teoría para conocer el descenso en un punto A cualquiera los pasos serán los siguientes :

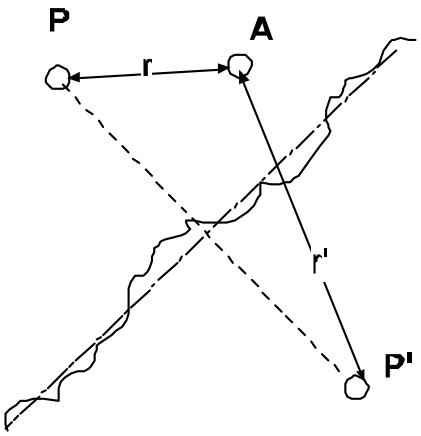
1º. Asimilar el borde real , que siempre es irregular, a una recta

2º. Dibujar la perpendicular y el pozo imagen, simétrico de P, utilizando la recta trazada en el punto anterior como plano de simetría.

3º. Medir, aplicando la escala del mapa, las distancias desde A hasta los pozos real (P) e imagen (P') : ***r*** y ***r'***

4º. Aplicar la fórmula correspondiente al tipo de acuífero para calcular el descenso producido en A por P (con la distancia ***r***) y el producido en A por P' (con la distancia ***r'***), y sumar los resultados de ambos cálculos. Si es un borde positivo, el descenso en A debido a P' será negativo: un ascenso.

Cálculo del descenso estabilizado con un borde positivo (acuífero confinado, simplificación de Jacob**):** En el caso de un borde positivo, se alcanzará el régimen permanente cuando toda el agua extraída por el pozo provenga del lago. Para **acuífero confinado**, podemos obtener la fórmula que nos proporcionará el descenso estabilizado. Utilizamos la figura 13, suponiendo que el borde representado en ella es positivo:



(Vista en planta)

Fig. 13.- Cálculo de descensos sustituyendo el borde positivo por un pozo imagen

Descenso en A producido por P:

$$s_P = 0{,}183\frac{Q_P}{T}\log\frac{2{,}25.T.t}{r^2.S}$$

Descenso en A producido por P':

$$s_{P'} = 0{,}183\frac{Q_{P'}}{T}\log\frac{2{,}25.T.t}{r'^2.S} = -0{,}183\frac{Q_P}{T}\log\frac{2{,}25.T.t}{r'^2.S}$$

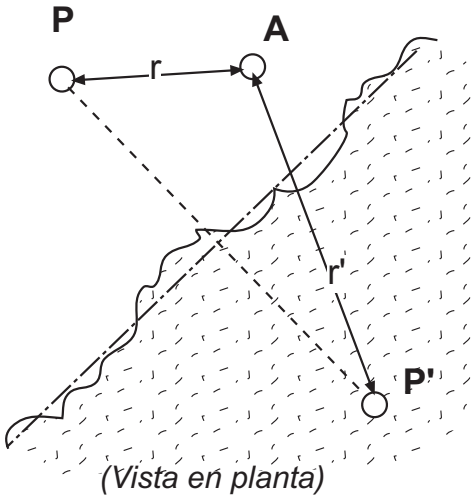
Recordemos que el caudal de P' es el mismo que el de P, pero con diferente signo: $Q_{P'} = -Q_P$

Sumando los dos descensos se obtiene el descenso producido en A:

$$s_P + s_{P'} = 0{,}183\frac{Q_P}{T}\left(\log\frac{2{,}25.T.t}{r^2.S} - \log\frac{2{,}25.T.t}{r'^2.S}\right) = 0{,}183\frac{Q_P}{T}\log\frac{r'^2}{r^2} = 0{,}183\frac{Q_P}{T}2.\log\frac{r'}{r}$$

Hemos obtenido una fórmula de régimen permanente: no aparece el tiempo (t) ni el coeficiente de almacenamiento (S); nos proporciona el descenso estabilizado en función de la distancia al pozo real y al pozo imagen.

Cálculo del descenso con un borde negativo (acuífero confinado, simplificación de Jacob**):** En el caso de un borde negativo, el cálculo es similar, sumar los efectos producidos por el pozo real y el pozo imagen (figura 14).



(Vista en planta)

Fig. 14.- Cálculo de descensos sustituyendo el borde negativo por un pozo imagen

Descenso en A producido por P: $$s_P = 0{,}183\frac{Q_P}{T}\log\frac{2{,}25.T.t}{r^2.S}$$

Descenso en A producido por P': $$s_{P'} = 0{,}183\frac{Q_{P'}}{T}\log\frac{2{,}25.T.t}{r'^2.S}$$

El descenso generado en A será la suma de los dos descensos, producidos por P y por P':

$$s_P + s_{P'} = 0{,}183\frac{Q_P}{T}\left(\log\frac{2{,}25.T.t}{r^2.S} + \log\frac{2{,}25.T.t}{r'^2.S}\right) = 0{,}183\frac{Q_P}{T}\cdot\log\left(\frac{2{,}25.T.t}{r^2.S}\cdot\frac{2{,}25.T.t}{r'^2.S}\right)$$

$$= 0{,}183\frac{Q_P}{T}\cdot 2\log\left(\frac{2{,}25.T.t}{r\,r'.S}\right)$$

Se obtiene una fórmula casi idéntica a la original de Jacob, con dos diferencias: en el denominador, en lugar de r^2 aparece $r\,.\,r'$, y además aparece un factor 2: eso indica que el descenso producido será del orden del doble que si el acuífero fuera infinito. Eso tiene lógica ya que al pozo P no le llega agua por uno de sus lados (el borde impermeable).

El descenso sería exactamente el doble que en acuífero infinito si el punto de observación considerado (A en la figura 14) estuviera justamente en el borde negativo, a la misma distancia de P que de P' (ya que en la fórmula se cumpliría que $r\,.\,r' = r^2$).

Infinitas imágenes

Si enfrentamos dos espejos y colocamos un objeto entre ellos, la imagen reflejada se refleja a su vez, observándose una serie infinita de imágenes reflejadas. Eso mismo es aplicable en este campo, siempre teniendo en cuenta que cuando el plano de simetría está constituido por un borde positivo, el pozo imagen tendrá un caudal de signo contrario (el reflejo de +Q será –Q y viceversa), mientras que cuando el plano de simetría es un borde negativo, el pozo imagen tiene un caudal del mismo signo.

En la figura 15 presentamos un borde positivo y un borde negativo solamente con las primeras y segundas imágenes reflejadas del pozo P (en esta figura, el mundo real es solamente el cuadrante inferior derecho):

P = pozo real
P'$_1$= Pozo imagen de **P** reflejado en el borde positivo
P'$_2$= Pozo imagen de **P** reflejado en el borde negativo
P''$_1$= Pozo imagen de **P'$_1$** reflejado en el borde negativo
P''$_2$= Pozo imagen de **P'$_2$** reflejado en el borde positivo

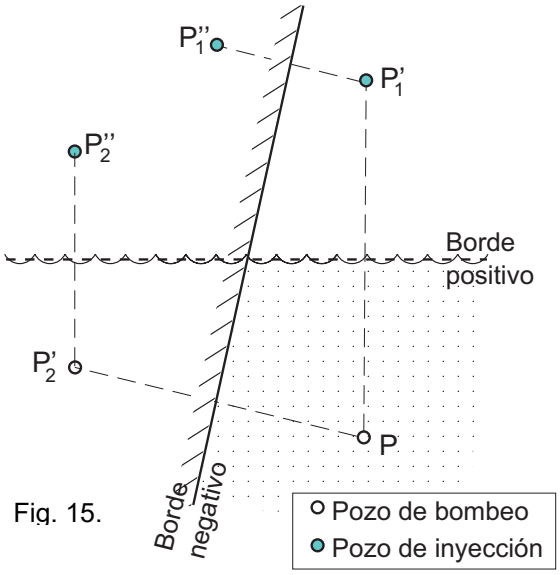


Fig. 15.

Se puede continuar trazando imágenes de las imágenes... El cálculo del descenso en cualquier punto se haría sumando los efectos de todos esos pozos imágenes

Bibliografía

Custodio, E. (1983) .- *Hidráulica de captaciones de agua subterránea.* **In:** *Hidrología Subterránea*. (2 tomos), Custodio, E. y M. R. Llamas (Eds.) Omega, pp. 9.1-9-392.

Ferris, J.C. (1962).- *Theory of aquifer tests.* Geological Survey Water Supply Paper 1536-E (En internet: http://pubs.usgs.gov/wsp/wsp1536-E/html/pdf.html)

Hall, P. (1996) .- *Water Well and Aquifer Test Analysis*. Water Resources Pub., 412 pp. Capítulo 10.

Schwartz, F. W. & H. Zhang (2003).- Fundamentals of Groundwater. Wiley, pp.298-307

Villanueva, M. y A. Iglesias (1984) :Pozos y Acuíferos. Técnicas de Evaluación mediante ensayos de bombeo, IGME, pp.113-154 (http://www.igme.es/internet/sistemas_infor/PublicAgotadasPDF/pozos_acuiferos_2.pdf)

Eficiencia de una captación: Bombeos escalonados

Todas las fórmulas de hidráulica de captaciones nos proporcionan la forma del cono de descensos en condiciones ideales. Pero en el mundo real, aunque se cumplan los presupuestos básicos de la fórmula que estemos utilizando, el cono de descensos real siempre es más profundo de lo calculado en las inmediaciones del sondeo que bombea, y esa diferencia es especialmente notoria en el propio sondeo.

Esto es debido a pérdidas de energía por rozamientos que, lógicamente, no están previstas en las ecuaciones, y que son las siguientes:

-Pérdidas en el propio acuífero, ya que en las proximidades del sondeo la velocidad de flujo es tan alta que no se cumple la Ley de Darcy, y, por supuesto, todas las fórmulas que calculan descensos se basan en la validez de Darcy.

-Pérdidas en la rejilla. Una rejilla pobre o mal diseñada tiene el mismo efecto que un grifo semicerrado que regula el caudal de agua, aunque la presión en la red de abastecimiento sea elevada.

-Pérdidas en la bomba y en el propio sondeo. Unas ciertas pérdidas son inevitables, pero una bomba mal diseñada, mal instalada o en malas condiciones dará lugar a pérdidas de carga suplementarias.

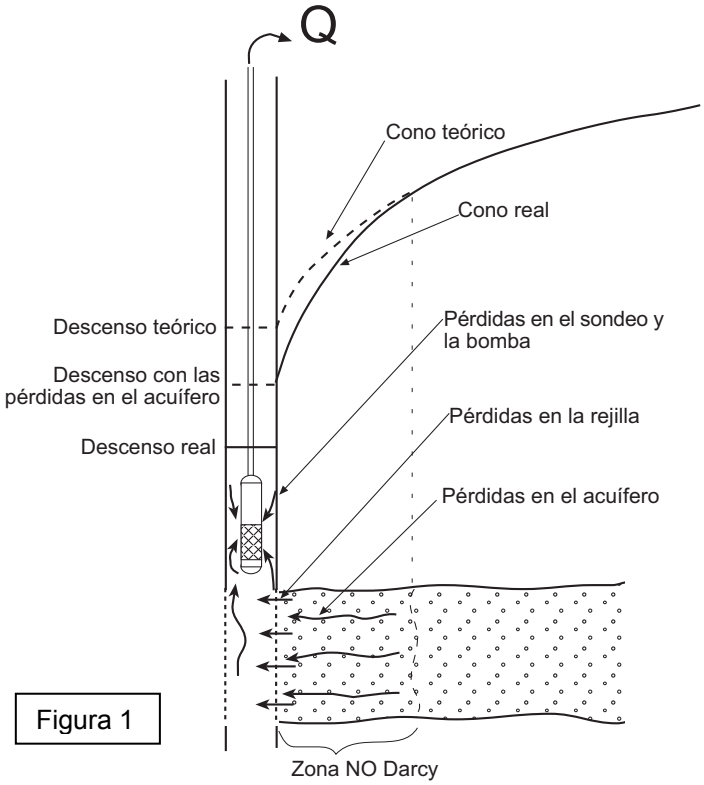


Figura 1

En resumen:

$$s_{real} = s_{teórico} + s_{pérdidas} \qquad (1)$$

s_{real} = descenso observado en el sondeo

$s_{teórico}$ = descenso teórico (calculado para una distancia r =radio del sondeo).

$s_{pérdidas}$ = descenso adicional provocado por las pérdidas referidas arriba

Si recordamos cualquiera de las fórmulas, el **descenso teórico siempre es una función lineal del caudal**, es decir, que podría resumirse así:

$$s_{teórico} = B \cdot Q \qquad (2)$$

siendo B una constante (constante para un acuífero determinado y para un caudal de bombeo y un tiempo dados).

Por otra parte, Jacob dedujo en 1946 que los **descensos adicionales debidos a pérdidas** por rozamientos eran una **función potencial del caudal**, aproximadamente función del cuadrado del caudal. O sea que :

$$s_{pérdidas} = C \cdot Q^2 \qquad (3)$$

siendo C otra constante que depende de esa obra de captación concreta.

Por tanto el descenso observado en la realidad será la suma de los dos anteriores:

$$s_{real} = B \cdot Q + C \cdot Q^2 \qquad (4)$$

Finalmente, se define la **eficiencia de una captación** como la relación entre el descenso teórico y el descenso real, expresado en porcentaje, o sea:

$$Eficiencia = \frac{s_{teórico}}{s_{real}}.100 \qquad (5)$$

La fórmula es obvia, basta comprobar que si el descenso real fuera el doble del que predice la teoría, la fórmula (5) nos daría una eficiencia de 50%.

Sustituyendo las expresiones (2) y (4) en (5), resulta:

$$Eficiencia = \frac{B.Q}{B.Q + C.Q^2} \;\; 100 = \frac{B}{B + C.Q} \;\; 100 \qquad (6)$$

Hasta aquí hemos expuesto una simplificación; en realidad, el exponente de las ecuaciones (3) y (4) no siempre es igual a 2, y la ecuación (4) en su forma general es así:

$$s_{real} = B.Q + C.Q^n \qquad (7)$$

Y la fórmula para calcular la eficiencia, también en su forma general resulta así:

$$Eficiencia = \frac{B \cdot Q}{B \cdot Q + C \cdot Q^n} = \frac{B}{B + C \cdot Q^{n-1}} \qquad (8)$$

Por tanto, si pudiéramos calcular las constantes B y C (y n, si es distinto de 2) obtendríamos la eficiencia de esa captación para cualquier caudal Q.

Cálculo de las constantes B y C: Bombeos escalonados

Supongamos el caso más sencillo, considerando que el exponente $n = 2$. Para calcular las constantes B y C es necesario efectuar al menos dos bombeos sucesivos con dos caudales distintos, y medir los descensos obtenidos en cada caso.

Supongamos que bombeamos un caudal Q_1 durante un tiempo determinado, Δt, por ejemplo 1 hora, y medimos el descenso s_1 obtenido en la captación al cabo de ese tiempo. Cuando el descenso se haya recuperado totalmente, bombeamos un caudal también constante, pero mayor, Q_2, y medimos el correspondiente descenso s_2 generado en la captación, transcurrido **el mismo incremento de tiempo** (Δt en la figura 2).

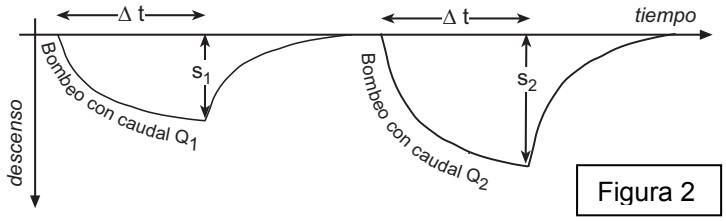


Figura 2

Aplicando la expresión (4) a estas dos parejas de valores, tendríamos:

$s_1 = B \,.\, Q_1 + C \,.\, Q_1^{\,2}$ $\qquad$ $s_1/Q_1 = B + C \,.\, Q_1$

$s_2 = B \,.\, Q_2 + C \,.\, Q_2^{\,2}$ $\qquad$ y dividiendo por Q resulta: $\qquad$ $s_2/Q_2 = B + C \,.\, Q_2$ $\qquad$ (9)

Con lo que disponemos de un sencillo sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para obtener las constantes B y C deseadas.

Ejemplo 1.

Para calcular la eficiencia de la captación se ha efectuado el siguiente bombeo escalonado. Bombeando una hora 3,1 litros /s. se ha producido un descenso de 1,40 m. y (después de recuperarse el nivel) con un caudal de 5,8 litros/s. durante una hora se ha medido un descenso de 3,60 m.

En la tabla adjunta, calculamos las columnas 2ª y 4ª (en la 4ª utilizamos el Q previamente convertido a m^3/día) [1]:

Q (l/s)	Q (m^3/día)	s (m)	s / Q
3,1	*267,8*	1,40	$5{,}23 \,.\, 10^{-3}$
5,8	*501,1*	3,60	$7{,}18 \,.\, 10^{-3}$

[1] En éste y en los siguientes ejercicios, se puede trabajar con los caudales en litros/seg. Se obtienen valores de B y C diferentes, pero, utilizando el Q en litros/s en el cálculo de la eficiencia de la captación, se obtiene el mismo resultado. No obstante, parece más coherente computar *m/(m³/día)* que *m/(litros/seg)*.

Con los datos de esta tabla, aplicamos el sistema de ecuaciones (9):

$$5{,}2 \cdot 10^{-3} = B + C \cdot 267{,}8$$
$$7{,}2 \cdot 10^{-3} = B + C \cdot 501{,}2$$

Obtenemos los valores de B y C:

$$B = 2{,}98 \cdot 10^{-3} \quad ; \quad C = 8{,}39 \cdot 10^{-6}$$

Finalmente, podemos calcular la eficiencia del sondeo mediante la fórmula (6) para cualquier caudal; por ejemplo para 5 litros/seg. (=432 m^3/día):

$$Eficiencia = \frac{2{,}98.10^{-3}.}{2{,}98.10^{-3} + 8{,}39.10^{-6}.432}.100 = 45\%$$

Exponente distinto de 2: Necesidad de tres escalones

En un caso general el exponente es distinto de 2, y debemos obtener tres incógnitas: *A, B* y *n* para calcular la eficiencia [Ecuación (8)]. Para ello debemos realizar en el campo un bombeo escalonado de tres escalones (tres caudales sucesivamente crecientes) midiendo sus correspondientes descensos. Así podemos establecer un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, aplicando la ecuación (7) a cada uno de los tres escalones:

$s_1 = B \cdot Q_1 + C \cdot Q_1^n$ $\qquad$ $s_1/Q_1 = B + C \cdot Q_1^{n-1}$

$s_2 = B \cdot Q_2 + C \cdot Q_2^n$ $\qquad$ $s_2/Q_2 = B + C \cdot Q_2^{n-1}$

$s_3 = B \cdot Q_3 + C \cdot Q_3^n$ $\qquad$ Dividiendo por Q resulta: $\qquad$ $s_3/Q_3 = B + C \cdot Q_3^{n-1}$

Resolviendo este sistema, obtenemos los valores de *B*, *C* y *n*.

Ejemplo 2. Tres escalones, comprobamos que *n* = 2

Se ha efectuado un bombeo escalonado, obteniéndose las siguientes parejas de valores caudal - descenso con tiempos de bombeo iguales :

1,9 litros /seg.--> 9,91 metros
3,2 litros /seg. -->19,20 metros
5,1 litros/seg --> 36,56 metros

Vamos a explorar la posibilidad de que $n = 2$. Organizamos los cálculos en la tabla siguiente con $\boldsymbol{n = 2}$:

Q (litros/seg)	Q^{n-1} (m^3/día)	s (metros)	s/Q [m/(m^3/d)]
1,9	164	9,91	$6{,}04 \cdot 10^{-2}$
3,2	276	19,20	$6{,}96 \cdot 10^{-2}$
5,1	440	36,56	$8{,}31 \cdot 10^{-2}$

Las variables de la tabla son las mismas que las del ejemplo 1 (2 escalones), ya que si $n = 2$, $Q^{n-1} = Q$

Representamos gráficamente las columnas 2ª y 4ª de la tabla, *Q* en abcisas y *s/Q* en ordenadas, si se obtiene una recta quiere decir que el exponente es efectivamente 2, como en el caso más sencillo expuesto inicialmente, ya que si *s/Q* es una función lineal de *Q*, entonces *n* =2 [ver las ecuaciones (9)]

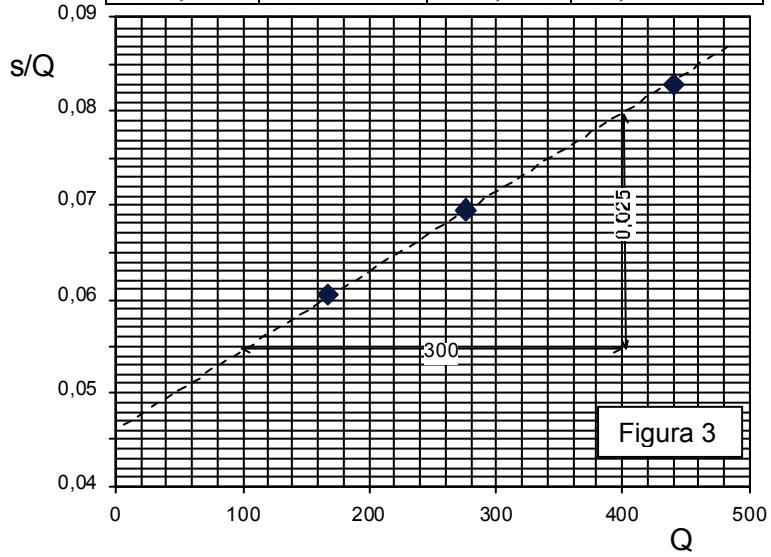


Figura 3

En este caso, comprobamos que los puntos están alineados, trazamos la recta y leemos la ordenada en el origen y calculamos la pendiente, que son los valores de *B* y de *C*:

B= (ordenada en el origen) = 0,046

C = (pendiente de la recta) = $0{,}025/300 = 8{,}33 \cdot 10^{-5}$

Por supuesto que este procedimiento gráfico de resolver el sistema de ecuaciones (de calcular B y C) también puede utilizarse con dos escalones –como en el ejemplo 1–)

Finalmente, calculamos la eficiencia de la captación mediante la fórmula (6):

$$Eficiencia = \frac{0{,}046}{0{,}046 + 8{,}33.10^{-5} Q} \quad 100$$

Por ejemplo, para un caudal Q = 5 litros /seg. (equivalentes a 432 m^3/día) obtenemos una eficiencia de 56%.

Ejemplo 3. Tres escalones, comprobamos que $n \neq 2$

Se ha efectuado un bombeo escalonado, obteniéndose las siguientes parejas de valores caudal - descenso con tiempos de bombeo iguales :

2,1 litros /seg.--> 5,62 metros
3,5 litros /seg. -->13,36 metros
5,0 litros /seg.--> 27,95 metros

Confeccionamos una tabla análoga a la del ejemplo anterior con n = 2, y representamos s/Q en función de Q^{n-1}, observando que los puntos no están alineados (Figura 4).

n =2			
Q (litros/s)	Q^{n-1} (m^3/día)	s (metros)	s/Q [m/(m^3/d)]
2,1	181,4	5,62	0,03097
3,5	302,4	13,36	0,04418
5	432,0	27,95	0,06470

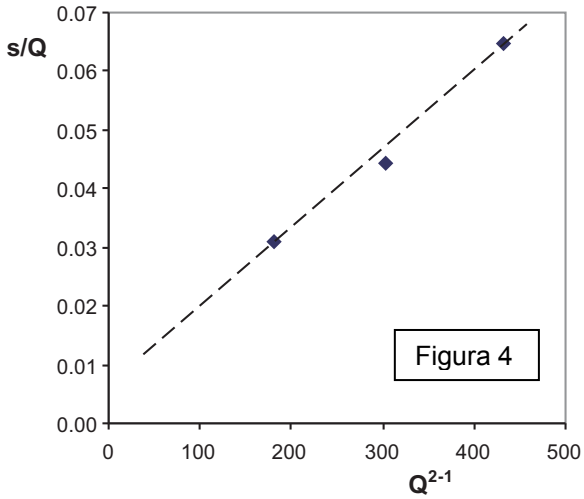


Figura 4

Repetimos la tabla y la representación gráfica para varios valores de n, consiguiendo que los tres puntos estén en línea recta con n = 2,9: [2]

n = 2,9			
Q (litros/s)	Q^{n-1} (m^3/día)	s (metros)	s/Q [m/(m^3/d)]
2,1	18541	5,62	0,03097
3,5	48678	13,36	0,04418
5	95508	27,95	0,06470

La ecuación de esta recta es:

$$s/Q = B + C \cdot Q^{2,9-1}$$

Calculamos B leyendo la ordenada en el origen y C por la pendiente de la recta:

B = 0,023

C = $0{,}043 / 10^5 = 4{,}3 \cdot 10^{-7}$

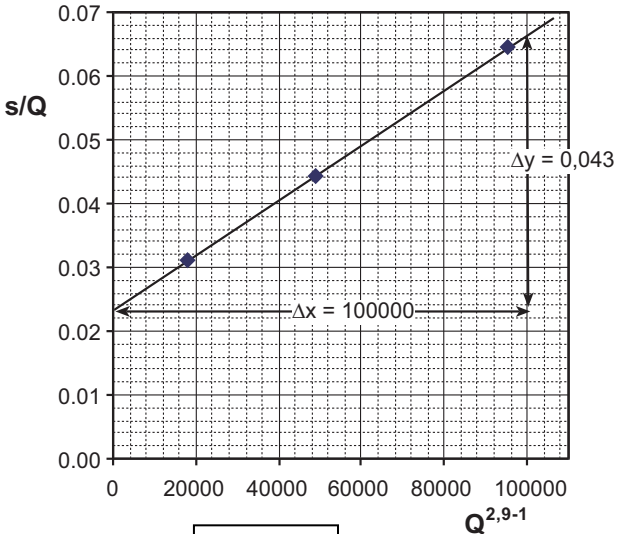


Figura 5

[2] Resolviendo el sistema de ecuaciones con estos datos se obtiene n =2,890

Bombeos escalonados sin recuperación

Respecto a la medida de los descensos correspondientes a cada escalón, hemos indicado la situación más simple de explicar: después de cada escalón se recupera el nivel inicial y realizamos el siguiente.

En la vida real no es práctico tener que esperar a que los niveles se recuperen totalmente para llevar a cabo el siguiente escalón. Para mayor rapidez, bombearemos un caudal Q_1 durante un Δt determinado, obteniendo un s_1. Tras ese Δt aumentaremos el caudal hasta un valor Q_2 que generará un descenso s_2, transcurrido el mismo Δt, etc...
Los resultados se esquematizan en la figura 6, y vemos en ella que puede presentarse dos posibilidades:

En la primera, la más afortunada y que se puede ver en la figura 6A, los descensos ya se han estabilizado al terminar cada uno de los Δt. Se mide fácilmente el descenso s_1 debido a Q_1 y el descenso s_2 debido a Q_2.

Más frecuente (figura 6B) es que transcurrido el Δt correspondiente a cada escalón, el descenso no se ha estabilizado. En ese caso, el descenso debido a Q_2 en el Δt **no** será el valor XZ de la figura, sino s_1 + **YZ**.

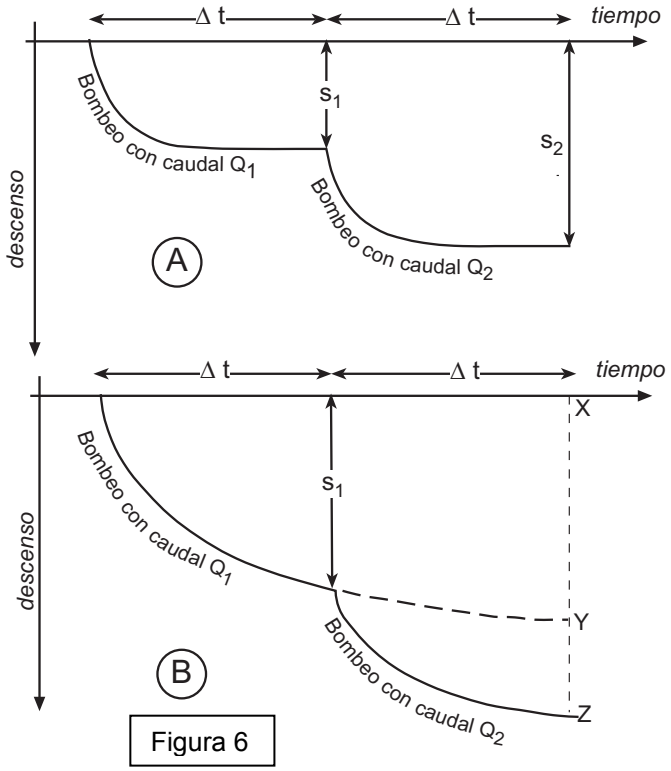


Figura 6

Explicación: Supongamos que el primer escalón se bombean 5 litros/seg y en el segundo escalón 7 litros/seg, ambos durante una hora. ¿Qué descenso habríamos obtenido si hubiéramos vuelto un segundo día, con los descensos totalmente recuperados, y hubiéramos bombeado un caudal 7 litros/seg durante una hora? Por el principio de superposición de efectos, el descenso provocado sería el mismo que la suma de los obtenidos si hubiéramos bombeado simultáneamente con dos bombas introducidas en el mismo sondeo: una bombeando 5 y la otra 2. La bomba de 5 litros/seg habría generado un descenso s_1 (el mismo del primer escalón), y la bomba de 2 litros/seg habría generado un descenso equivalente al tramo YZ de la figura.

Por ejemplo, los datos del ejemplo 1, en lugar de esperar a la recuperación del primer bombeo, podrían haberse obtenido como se indica en la figura 7. Hemos representado el tiempo en escala logarítmica para que la prolongación del primer tramo sea más sencilla.

Medimos, en la figura 7, en vertical los valores de s_1 (a los 60 minutos) y el Δ *descenso* generado por el Δ*caudal* (a los 120 minutos); es el tramo que señalábamos como **YZ** en la figura 6.

s_1 = 1,40 m
Δ *descenso* =2,20 m.
s_2 = 1,40 + 2,20 =3,60 metros

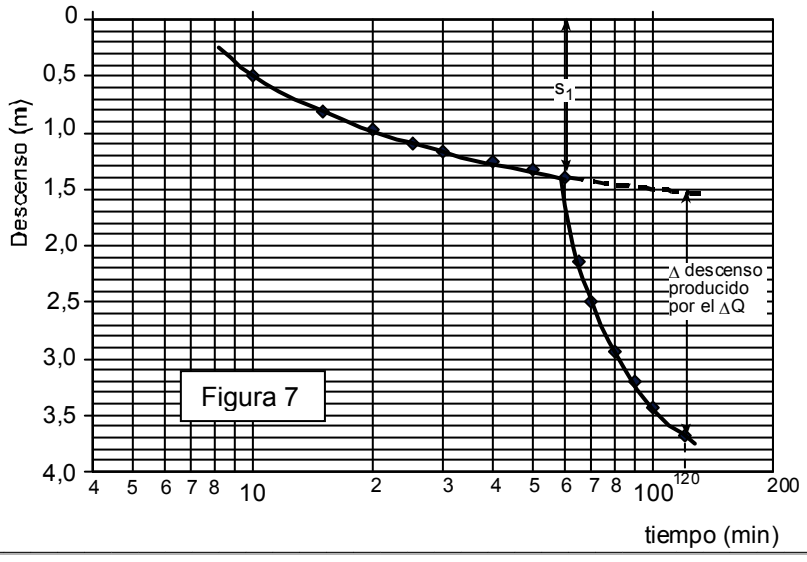


Figura 7

Análogamente se realiza la lectura de descensos cuando hay tres o más escalones. En la figura 8 vemos tres escalones de 1 hora de duración (aunque por la escala logarítmica no parezcan iguales). En el recuadro de la misma figura 8 se indica el descenso correspondiente a cada caudal.

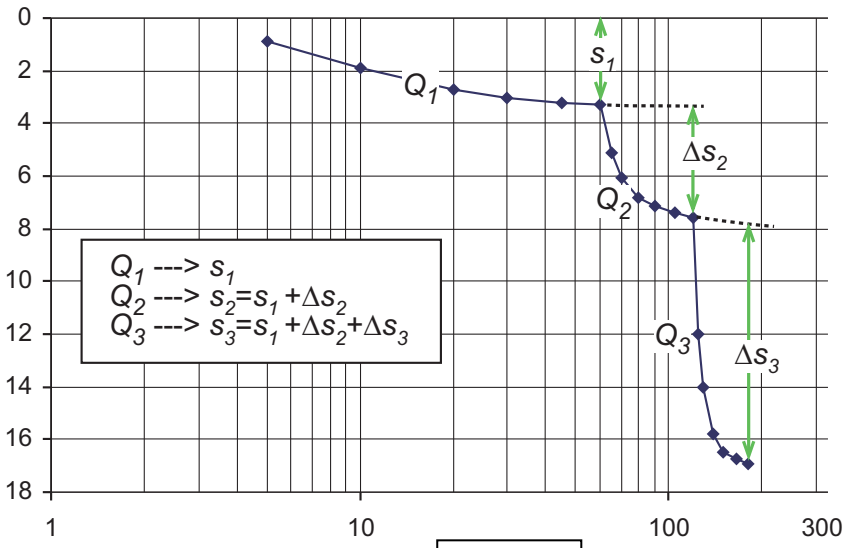


Figura 8

Para el 2º escalón, como hemos explicado más arriba, el descenso que hubiera producido el caudal Q_2 si hubiera bombeado 1 hora desde el principio sería: $s_1+\Delta s_2$.

Para el tercer escalón, si hubiéramos bombeado 1 hora comenzando desde el principio con el caudal mayor Q_3, por el principio de superposición, podemos imaginar que el descenso obtenido, s_3, habría sido el mismo que se habría obtenido si durante 1 hora se hubieran bombeado simultáneamente 3 caudales: Q_1, (Q_2-Q_1) y (Q_3-Q_2). Esos tres caudales habrían provocado, respectivamente, los descensos marcados en la figura 6 como s_1, Δs_2 y Δs_3

O sea: $s_3 = s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3$

Bibliografía

Custodio, E. (1983) .- *Hidráulica de captaciones de agua subterránea.* **In:** *Hidrología Subterránea*. (2 tomos), Custodio, E. y M. R. Llamas (Eds.) Omega, pp. 9.1-9-392.

Hall, P. (1996) .- *Water Well and Aquifer Test Analysys*. Water Resources Pub., 412 pp.

Kruseman, G.P. y N.A. de Ridder (2000).- *Analysis and evaluation of pumping test data.* International Institute for Land Reclamation and Improvement, Holanda, 377 pp. En internet: http://content.alterra.wur.nl/Internet/webdocs/ilri-publicaties/publicaties/Pub47/Pub47.pdf
En la misma web se encuentra la traducción al español de la edición anterior (1975): http://content.alterra.wur.nl/Internet/webdocs/ilri-publicaties/bulletins/Bul11s/Bul11s.pdf

Villanueva & Iglesias (1984).- *Pozos y Acuíferos. Técnicas de Evaluación mediante ensayos de bombeo.* Instituto Geológico y Minero de España, 426 pp. en: http://aguas.igme.es/igme/publica/libro35/lib35.htm

Medidas puntuales de permeabilidad ("*slug tests*")

Introducción

Hemos visto que los **bombeos de ensayo** nos permiten calcular la **transmisividad** (T) y el **coeficiente de almacenamiento** (S) de un acuífero, bombeando en un sondeo y midiendo descensos en otro sondeo próximo. Pero esto es costoso y laborioso, y en ocasiones no es posible, porque no existen dos sondeos próximos en el mismo nivel acuífero o por otros motivos.

La alternativa más sencilla son las *medidas puntuales de la permeabilidad*[1]. No sustituyen a los bombeos de ensayo, porque, además de otras diferencias, éstos pueden realizarse en acuíferos profundos, mientras que las medidas puntuales de permeabilidad normalmente se realizan en perforaciones de pocos metros. Son muy aplicadas en Geotecnia.

Existen dos tipos:

- **Nivel constante**: Introducimos un caudal conocido para mantener constante el nivel dentro de la perforación. Estabilizado el proceso, a partir de dicho caudal y de la longitud y diámetro de la perforación, calculamos la permeabilidad
- **Nivel variable**: Se introduce (o se extrae) súbitamente un volumen de agua en un sondeo (normalmente de pequeño diámetro, 5 a 10 cm), lo que provoca un ascenso (o descenso) instantáneo del nivel del agua dentro de la perforación. Se miden los descensos-tiempos a medida que se recupera el nivel inicial.

En los de nivel variable, si se desea ascender súbitamente el nivel del agua, frecuentemente en lugar de inyectar agua, se introduce una barra que hace subir el nivel como si hubiéramos introducido un volumen de agua igual al del objeto sólido. Puede ser más cómodo (la barra se recupera y sirve para otras medidas) y el ascenso es verdaderamente instantáneo. Por ello se denominan, en inglés, *slug test* (*slug* significa barra o lingote).



Medida de permeabilidad por inyección de agua (Cortesía de TYPSA)

Cuanto mayor sea la permeabilidad del terreno, más deprisa se recuperará el nivel. Si se trata de arenas gruesas o gravas, en unos pocos segundos se habrá recuperado el nivel inicial. Si son arcillas o limos puede demorarse horas o días. En el primer caso será necesario un sensor con registro automático, sería imposible medir y anotar manualmente una docena de niveles en un minuto o menos. En cambio, en formaciones poco permeables las medidas pueden realizarse con un hidronivel normal, y anotarlas manualmente.

Los métodos citados por todos los manuales de **Hidrogeología**[2] son los de nivel variable de **Hvorslev** (1951) para acuíferos libres, de **Cooper** et al. (1967) para acuíferos confinados y el de **Bower y Rice** (1976) para acuíferos libres.

En **Geotecnia** e Ingeniería Geológica en general se utilizan los ensayos **Lefranc** y **Lugeon**; menos conocido es el de **Gilg-Gavard.** Los ensayos Lugeon se utilizan en rocas duras introduciendo agua a presiones elevadas y su ejecución no es sencilla. Describiremos aquí los métodos de Lefranc y Gilg-Gavard. Ambos se pueden realizar con nivel constante o nivel variable.

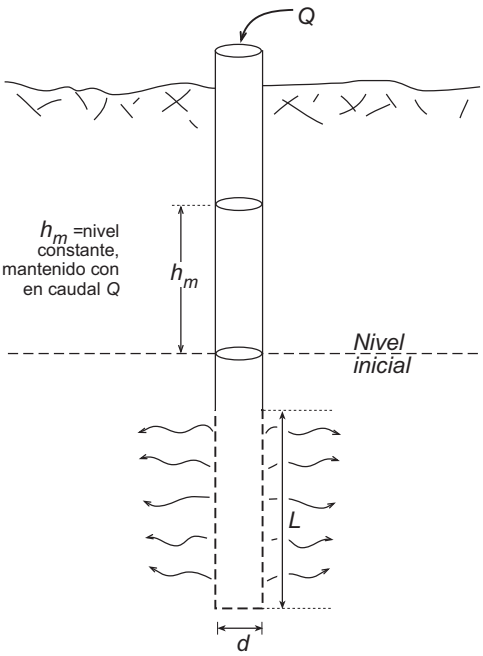
[1] La denominación ortodoxa de la constante de la Ley de Darcy es "conductividad hidráulica". Aunque sea incorrecto, por comodidad y por tradición con frecuencia utilizaremos el término "permeabilidad".

[2] Por ejemplo: Fetter (2001) y Schwartz. & Zhang (2003) entre los dedicados a la Hidrogeología en general; Hall, P. (1996) y Kruseman & Ridder (2000) son textos específicos sobre bombeos de ensayo y similares.

Ensayos Lefranc

Custodio (1983), González et al. (2002), Jiménez Salas, (1981), Puertos del Estado (1994)

Ensayo Lefranc con nivel constante



Se introduce un caudal constante, Q, para mantener el nivel del agua dentro del sondeo estabilizado a una altura h_m. Ver la figura adjunta para las variables usadas en las fórmulas siguientes.

La conductividad hidráulica se obtiene por esta expresión:

$$K = \frac{Q}{C.\,h_m} \qquad (1)$$

donde: K = conductividad hidráulica

Q = caudal inyectado

h_m = altura del agua dentro del sondeo, por encima del nivel estático previo

C = factor de forma[3]:

$$C = \frac{2\pi\, L}{\ln\left(2L/d\right)} \qquad (2)$$

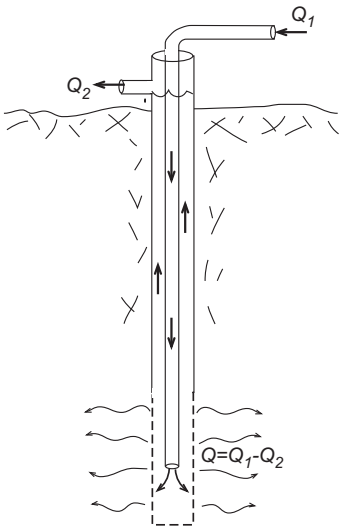
L = longitud de la zona filtrante

d = diámetro la zona filtrante

(Unidades homogéneas, por ejemplo: metros, segundos, m^3/s, m/s)

Si la única zona filtrante es solamente la boca del sondeo, de diámetro d, puede tomarse (Puertos del Estado, 1994):

$$C = 2{,}75\ .\ d \qquad (3)$$



Para poner en práctica el procedimiento, Custodio (op. cit.) propone un dispositivo como el esquematizado en la figura adjunta: se inyecta un caudal Q_1, rebosa un caudal Q_2, por tanto el caudal inyectado en el terreno será: $Q = Q_1 - Q_2$.

En formaciones poco o muy poco permeables bastará con añadir volúmenes conocidos de agua para mantener el nivel constante, por ejemplo en la boca del sondeo.

Ejemplo:

En un sondeo de 9 cm de diámetro y una longitud de zona filtrante de 70 cm se mantiene constante el nivel a una altura de 3,85 m sobre el nivel estático inicial mediante la inyección de un caudal constante de 8 litros/minuto. Evaluar la permeabilidad.

---

[3] Esta expresión de C es válida si la longitud de la zona filtrante es grande en relación al diámetro (L/d >4 según Jiménez Salas, 1981; L/d >2 según Puertos del Estado, 1994). La expresión general de C para cualquier caso es:

$$C = \frac{2\pi\, L}{\ln\left(L/d + \sqrt{\left(L/d\right)^2 + 1}\right)}$$

La expresión de C en Custodio (1983) es ligeramente diferente a la indicada aquí (Jiménez Salas, 1981), pero proporciona resultados casi idénticos. En cambio, la expresión de C ofrecida por González et al. (2002) da resultados muy distintos.

Solución:

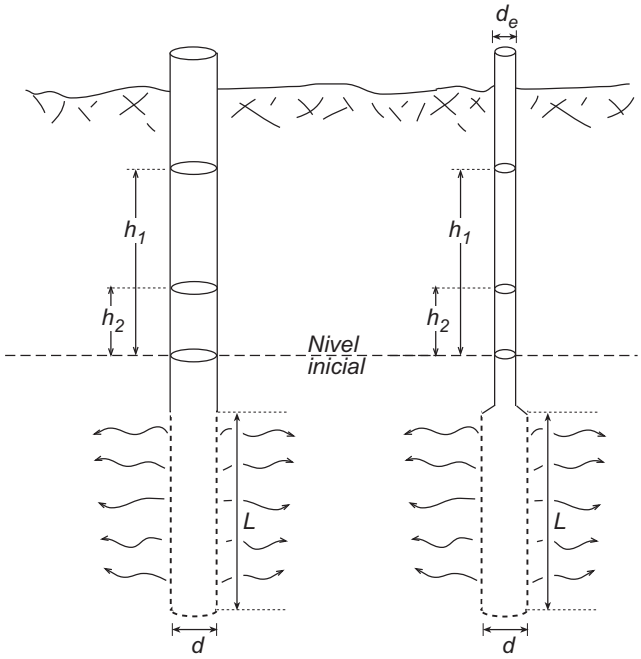
Como la relación $L/d>4$, para cálculo manual podemos utilizar la expresión simplificada de C:

$$C = \frac{2\pi\ L}{\ln\left(2L/d\right)} = \frac{2\pi\ 0,7}{\ln\left(2.0,7/0,09\right)} = 1,603 \qquad ; \qquad K = \frac{Q}{C.\ h_m} = \frac{8\ .\ 1,44}{1,603\ .\ 3,85} = 1,87\ m/dia$$

El 1,44 del numerador es para convertir litros/minuto en m^3/día; así la K se obtiene en m/dia

Ensayo Lefranc con nivel variable

Jiménez Salas (1981, p.100) indica este método como poco fiable, meramente indicativo. Pueden presentarse dos casos: que la zona filtrante tenga un diámetro igual o distinto que la entubación del piezómetro (Ver figura).



Subida inicial, medida de descensos

Se hace subir el nivel hasta una altura h_0, y posteriormente medimos dos niveles, h_1 y h_2, entre las que ha transcurrido un tiempo t.

La permeabilidad se calcula mediante la expresión siguiente:

$$K = \frac{d_e^2 \ln\left(2L/d\right)}{8\ L\ t}\ ln\frac{h_1}{h_2} \qquad (4)$$

donde: K = conductividad hidráulica

h_1 , h_2 = altura del agua al principio y al final del ensayo

t = tiempo transcurrido entre la observación de los niveles h_1 y h_2

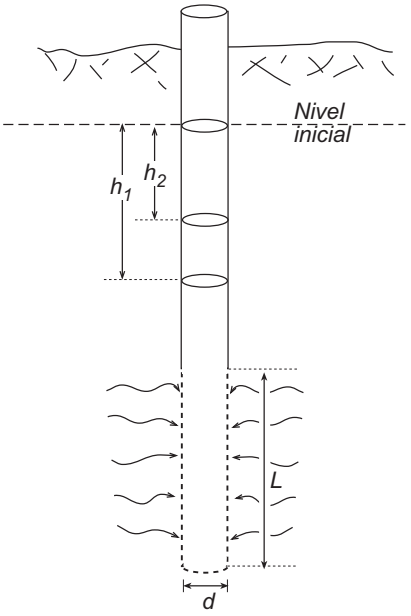
L = longitud de la zona filtrante

d = diámetro de la zona filtrante

d_e = diámetro de la entubación (puede ser igual a d)

(***Unidades homogéneas, por ejemplo: metros, segundos, m^3/s, m/s***)

El ensayo puede realizarse con una extracción instantánea de agua o con una inyección de agua (o un sólido equivalente, *slug*). En inglés se denominan respectivamente "rising head test" y "falling head test".



Descenso inicial, medida de ascensos

Ejemplo.- En un sondeo de 9 cm de diámetro se dispone de una zona filtrante del mismo diámetro y de longitud 0,70 metros. Se hace subir el nivel del agua, tras lo cual se miden dos niveles sucesivos respecto al nivel inicial: 2,41 m, y una hora después el ascenso residual es de 1,02 m. Evaluar la conductividad hidráulica.

$$K = \frac{0,09^2 \ln\left(2.0,7/0,09\right)}{8\ .0,70\ .\ 3600}\ ln\frac{2,41}{1,02} = 9,48.10^{-7}\ m/s = 0,082\ m/día$$

(1 hora = 3600 seg)

Método de Gilg-Gavard

Custodio (1983), Vidal (1962), González et al. (2002)

Gilg-Gavard con nivel constante

Se introduce un caudal constante, Q, para mantener el nivel del agua dentro del sondeo estabilizado a una altura h_m.

La permeabilidad (o conductividad hidráulica) K se obtiene por la expresión:

$$K = \frac{Q}{600.A.\,h_m} \qquad (5)$$

donde: K = permeabilidad (**cm/seg**)

Q = caudal inyectado (**litros/minuto**)

h_m = altura constante del agua por encima del mivel inicial (metros)

A = factor de forma, según Custodio, 1983, p. 971:

$$A = (1{,}032\,.\,L + 30\,d) \qquad (\text{Si } L > 6 \text{ m})$$

$$A = (1{,}032\,.\,L + 30\,d).\,(-0{,}014\,L^2 + 0{,}178\,L + 0{,}481) \qquad (\text{Si } L \leq 6 \text{ m})$$

L = longitud de la zona filtrante (**metros**)

d = diámetro de la zona filtrante (**metros**)

Se añade agua para mantener el nivel aproximadamente constante, normalmente hasta la boca del sondeo. El volumen añadido se expresa en forma de caudal considerando el tiempo que hemos estado introduciendo agua.

La longitud de la zona filtrante, L , puede corresponder a una parte de la entubación dotada de rejilla o bien que se ha tirado hacia arriba de la entubación, dejando unos cm sin entubar.

Ejemplo (mismo problema que el calculado con Lefranc de nivel constante):

En un sondeo de 9 cm de diámetro y una longitud de zona filtrante de 70 cm se mantiene constante el caudal a una altura de 3,85 m sobre el nivel estático inicial mediante la inyección de un caudal constante de 8 litros/minuto. Evaluar la permeabilidad

Solución:

Como L< 6 metros, utilizamos la segunda expresión de A:

$A = (1{,}032\,.\,\mathbf{0{,}7} + 30\,.\,\mathbf{0{,}09}).\,(-0{,}014\,.\,\mathbf{0{,}7}^2 + 0{,}178\,.\,\mathbf{0{,}7} + 0{,}481) = 2{,}049$

$$K = \frac{Q}{600.A.\,h_m} = \frac{8}{600\,.\,2{,}049\,.\,3{,}85} = 1{,}343.10^{-3} \text{ cm/seg} = \mathbf{1{,}46\ m/día}$$

Recordamos que en esta fórmula el caudal se introduce en litros/min y la K se obtiene en cm/seg

Este resultado es relativamente similar al obtenido con la formulación de Lefranc (1,87 m/dia)

Gilg-Gavard, nivel variable

Se introduce un volumen de agua en el instante inicial, y posteriormente se mide la evolución de la recuperación.

En este caso, se utiliza la expresión:

$$K = \frac{1{,}308\,d^2}{A.\,h_m}.\frac{\Delta h}{\Delta t} \qquad (6)$$

donde: K = permeabilidad (**cm/seg**)

Δh = bajada del nivel (**metros**) en un tiempo Δt

Δt = intervalo de tiempo (**minutos**) en el que hemos medido el descenso Δh

d = diámetro de la entubación (**metros**)

A = factor de forma, misma fórmula que para el Gilg-Gavard de nivel constante

h_m = altura del agua por encima del nivel inicial (**metros**), en este caso, el nivel medio en el intervalo Δt

Ejemplo.- (Mismo problema que el realizado con Lefranc a nivel variable):

En un sondeo de 9 cm de diámetro se dispone de una zona filtrante del mismo diámetro y de longitud 0,70 metros. Se hace subir el nivel del agua, tras lo cual se miden dos niveles sucesivos respecto al nivel inicial: 2,41 m, y una hora después el ascenso residual es de 1,02 m. Evaluar la conductividad hidráulica.

Solución:

Como L< 6 metros, utilizamos la segunda expresión de A:

A = (1,032 . **0,7** + 30 . **0,09**). (-0,014 . **0,7** ^{2} + 0,178 . **0,7** +0,481) = 2,049

$$K = \frac{1{,}308 \cdot 0{,}09^2}{2{,}049 \cdot \frac{(2{,}41+1{,}02)}{2}} \cdot \frac{(2{,}41-1{,}02)}{60} = 6{,}984.10^{-5}\, cm/s = 0{,}06\, m/día$$

Es un valor similar al obtenido por el método de Lefranc (K=0,08 m/dia)

Método de Hvorslev

Se genera un ascenso inicial (h_o) y se miden los niveles en función del tiempo. Para ser utilizado en piezómetros que no necesariamente atraviesan el acuífero en su totalidad[4]. La permeabilidad del terreno viene dada por la siguiente expresión:

$$K = \frac{r_{tu}^2 \ln\left(\frac{L}{r_f}\right)}{2\, L\, t_{37}} \qquad (7)$$

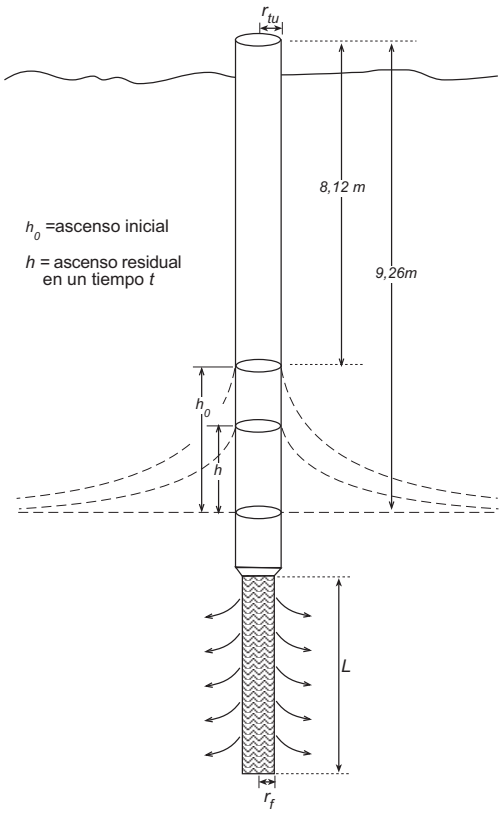
donde :K = permeabilidad o conductividad hidráulica

r_{tu} = radio de la entubación

L = longitud de la rejilla o parte ranurada de la perforación

r_f = radio de la zona filtrante

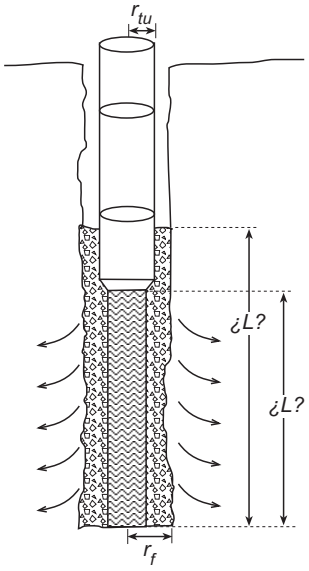
t_{37} = tiempo en el que aún perdura el 37% del ascenso instantáneo inicial[5]



[4] Aunque Fetter (2001) indica que esta fórmula es para acuiferos libres, está desarrollada para confinados, aunque parece que aporta buenos resultados en acuíferos libres.

[5] El 37% no está tomado a capricho: aparece en la deducción de la fórmula debido a que: *ln* (1/0,37) =1, o lo que es lo mismo: 1/e = 0,37

Las unidades pueden ser cualesquiera, a condición de que L, r_{tu} y r_f estén expresadas homogénamente. Si, por ejemplo, esas tres variables están en **cm** y t_{37} en **segundos**, la conductividad hidráulica K se obtendría en **cm/seg**.



El radio de la entubación influye en el volumen de agua almacenado dentro del tubo, el radio de la rejilla o de la zona filtrante influye en el area de paso del agua para infiltrarse en el terreno. Ambos pueden ser iguales.

Si existe un empaque de gravas, y en formaciones de baja permeabilidad, debemos considerar el radio del empaque de gravas como radio de la zona filtrante, ya que esa es la pared del cilindro que debe atravesar el agua para pasar a la formación geológica. (El radio del empaque de gravas será el radio de la perforación). Hay criterios diversos en la bibliografía para considerar la longitud de la zona filtrante (L): la longitud de la rejilla o la longitud del empaque de gravas (Figura adjunta)

La única de las variables que necesita un proceso de cálculo es la última: t_{37}. Veámoslo con un ejemplo:

Ejemplo.

Disponemos de una perforación en que la entubación y la rejilla tienen el mismo diámetro: 9 cm. La rejilla tiene una longitud de 2,6 metros. El **nivel inicial** estaba a una profundidad de **9,26 metros**, y al introducir un volumen de agua, el nivel subió hasta **8,12 metros**. (ver figura en la página anterior). En los siguientes minutos se realizaron las medidas de profundidad del nivel del agua dentro de la perforación que aparecen en las dos primeras columnas de la tabla:

Calcular la permeabilidad del terreno.

Solución:

El **ascenso máximo inicial (h_o)** será igual a:

$$h_0 = 9{,}26 - 8{,}12 = 1{,}14 \text{ m}$$

Medidas			
t(min)	prof (m)	h (m)	h/h_0
1	8,32	0,94	0,82
3	8,62	0,64	0,56
4,5	8,76	0,50	0,44
7	8,95	0,31	0,27
9	9,04	0,22	0,19
11	9,11	0,15	0,13

En la tabla aparecen en la segunda columna las profundidades (medidas realizadas):

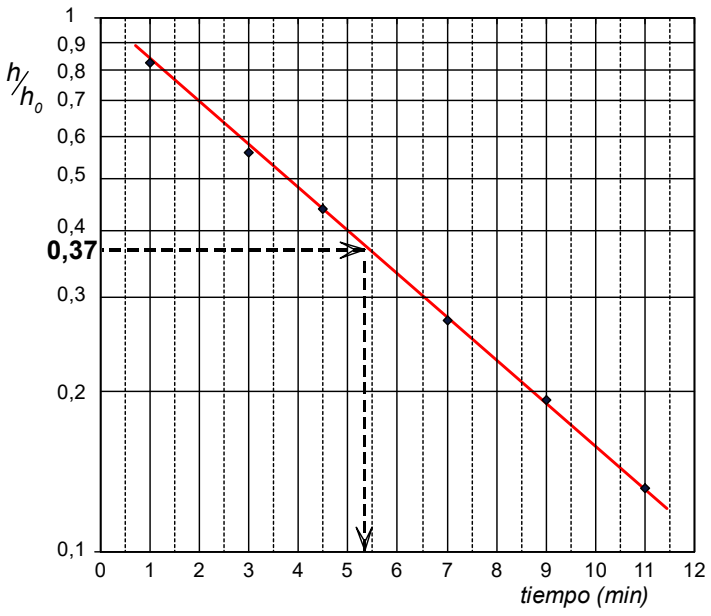
En la tercera columna anotamos el **ascenso residual (h)**, que lo obtenemos así, por ejemplo para la primera línea:

9,26 - 8,32 = 0,94 metros

En la última columna calculamos $\boldsymbol{h/h_o}$, por ejemplo para la primera línea:

$$h/h_0 = \frac{\text{ascenso residual}}{\text{ascenso máximo inicial}} = \frac{0{,}94}{1{,}14} = 0{,}82$$

Representamos el logaritmo de h/h_0 respecto al tiempo. Por tanto utilizamos un papel semilogarítmico. Los puntos debería quedar aproximadamente alineados; trazamos una recta que nos va a servir para encontrar el valor de $\boldsymbol{t_{37}}$. Buscamos en el eje vertical el valor **0,37** y obtenemos el tiempo correspondiente (ver las flechas en la figura). En este ejemplo serían **5,4 minutos**.



Aplicando la fórmula de Hvorslev:

$$K = \frac{0{,}045^2 \ln\left(\frac{2{,}60}{0{,}045}\right)}{2 \,.\, 2{,}6 \,.\, {}^{5{,}4}\!/_{1440}} = 0{,}42 \text{ metros/día}$$

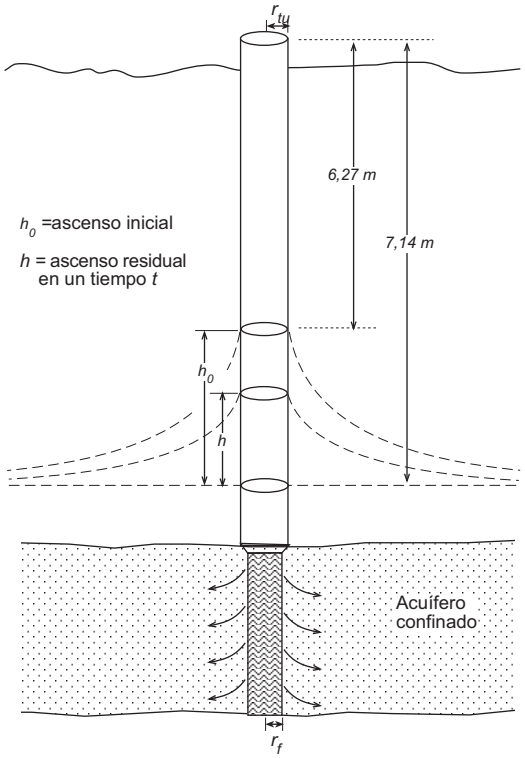
Se han aplicado el radio y la longitud en **metros** y el tiempo en **días** (1440 son los minutos que tiene un día), de modo que la K se obtiene en **metros/día**

La fórmula original de Hvorslev ofrece diversas variaciones dependiendo principalmente de la geometría de la perforación en que se realiza la prueba. Ver Anexo II.

Método de Cooper-Bredehoeft-Papadopoulos

Este método está diseñado para sondeos totalmente penetrantes, en acuíferos confinados.

El procedimiento de campo es el mismo indicado anteriormente: subida inicial de nivel (h_o) y medida de los niveles en función del tiempo a medida que el agua va pasando de la perforación al terreno.



Se precisa un **gráfico patrón** que representa h/h_o en función de β ($=T.t/r_{tu}^2$) para distintos valores de α ($=S.r_f^2/r_{tu}^2$). [r_f, r_{tu} : ver la figura]. Presentamos este gráfico al final, como Anexo I, dibujado a partir de los datos originales (Cooper,Bredehoeft y Papadopoulos, 1967).

Superponiendo los datos de campo sobre estas curvas obtendremos la Transmisividad y una estimación del Coeficiente de Almacenamiento.

Veámos el método con un **ejemplo**:

En un sondeo con tubo y rejilla de 10 cm de diámetro se provoca una subida brusca del nivel del agua, registrándose posteriormente las medidas de profundidad del nivel piezométrico que se muestran en las columnas 1ª y 2ª de la tabla:

Profundidad previa= 7,14 m

Profundidad tras el ascenso inicial= 6,27 m

Evolución posterior (TABLA):

La elaboración de las medidas es igual al procedimiento de Hvorslev:

h_o = 7,14 - 6,27 = **0,87** m

Cálculo de h y h/h_o para la 1ª fila de la tabla:

h = 7,14 - 6,32 = ***0,82*** m

h/h_o = 0,82 / **0,87** = ***0,94***

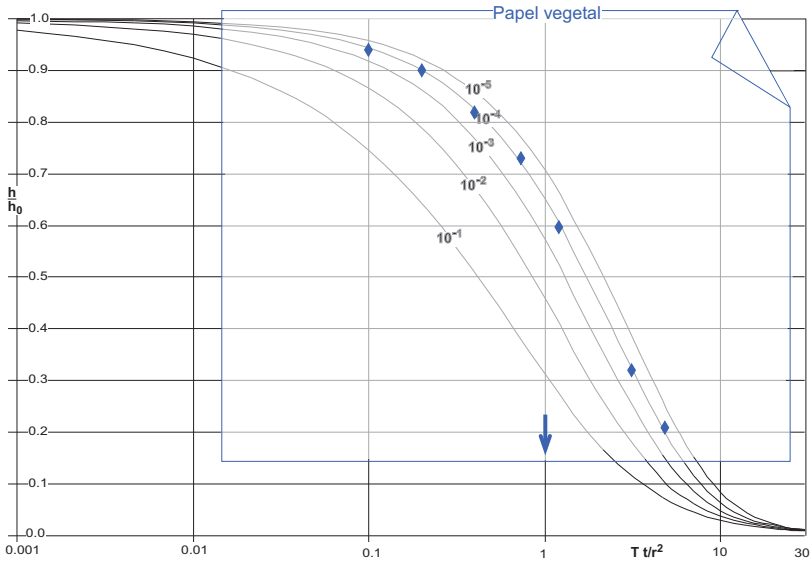
t (seg)	prof (m)	*h* (m)	*h/ho*
15	6,32	*0,82*	*0,94*
30	6,36	*0,78*	*0,90*
60	6,43	*0,71*	*0,82*
110	6,51	*0,63*	*0,72*
180	6,62	*0,52*	*0,60*
470	6,86	*0,28*	*0,32*
720	6,96	*0,18*	*0,21*

Representamos los valores de *h/ho* en ordenadas y el tiempo (en escala logarítmica) en abcisas. Estos valores deben ser representados en un papel semilogarítmico que tenga la misma escala que el gráfico patrón, tanto en horizontal (logarítmica) como vertical (aritmética, de 0 a 1). Presentamos ambos al final de este documento (Anexo I).

Calcamos los puntos en papel vegetal y lo superponemos sobre el gráfico patrón para buscar la coincidencia con una de las curvas del patrón o una posición intermedia entre dos curvas. Podemos movernos lateralmente, pero NO verticalmente, ni rotar el vegetal, claro. (Ver la figura en la pág. siguiente). Aunque en nuestra figura no se aprecia, en el vegetal hay que marcar alguna línea **horizontal**, por ejemplo, h/h_0=1, para evitar rotar el papel y para no subirlo o bajarlo: hay que deslizarlo horizontalmente, y las ordenadas de los datos de campo y del gráfico patrón deben coincidir en todo momento.

Cuando hayamos logrado una superposición aceptable, calcamos **en el vegetal** un valor del eje de abcisas **del gráfico patrón**, por ejemplo: **1** (Ver la flecha ↓ en la figura).

Volvemos al gráfico de campo, a la misma posición en que calcamos los puntos. Leemos el valor (*tiempo*) en abcisas correspondiente a la marca ↓ que hemos trazado sobre el valor Tt/r^2 =1. En este ejemplo, al superponer el vegetal sobre el gráfico de datos de campo, se obtiene: t =150 segundos.



Por tanto, la marca ↓ tiene dos abcisas: una en el gráfico de datos de campo (en tiempo) y otra en el gráfico patrón (en $T.t/r^2$), y ambas coinciden. Si hemos elegido el valor $\mathbf{T.t/r^2 = 1}$ en el patrón, se cumple que:

$$\frac{T.t}{r_{tu}^{\ 2}} = 1 \qquad ; \qquad t = 150\text{seg} = 150/86400 \text{ días}$$

donde: T = Transmisividad

t = tiempo (el tiempo leído tras la superposición sobre el gráfico con los datos de campo, en nuestro ejemplo: 150 seg)

r_{tu} = radio de la entubación del sondeo

Sustituyendo: $$\frac{T \,.\, {}^{150}\!/_{86400}}{0,05^2} = 1 \qquad ; \qquad T = 1{,}44 \text{ m}^2/\text{día}$$

Hemos introducido el tiempo en **días**, y el radio (5 cm) en **metros**. Por tanto la transmisividad (T) se obtendrá en **metros^2/día**.

Estimación del coeficiente de almacenamiento:

Hemos logrado la superposición sobre la curva de valor α ($=S.\, r_{rejilla}^{\ 2}/r_{tubo}^{\ 2}$) = 10^{-4}. Por tanto:

$$10^{-4} = \frac{S.r_f^2}{r_{tu}^{\ 2}}$$

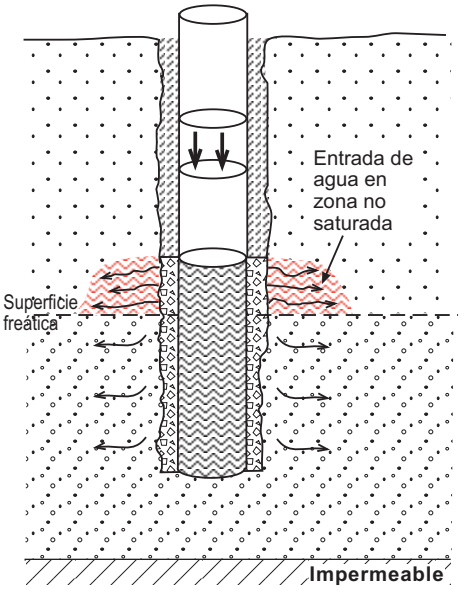
siendo: S = Coeficiente de almacenamiento
r_{tu} = radio de la entubación
r_f = radio de la rejilla o zona filtrante

Observamos que si el radio de la rejilla es el mismo que el del sondeo, el número de curva nos da directamente el valor del coeficiente de almacenamiento S (en este ejemplo, $S = 10^{-4}$).

Suele advertirse (por ejemplo, Kruseman y Ridder,2000) que este dato no es preciso, porque puede lograrse la superposición en varias curvas.

Método de Bower-Rice

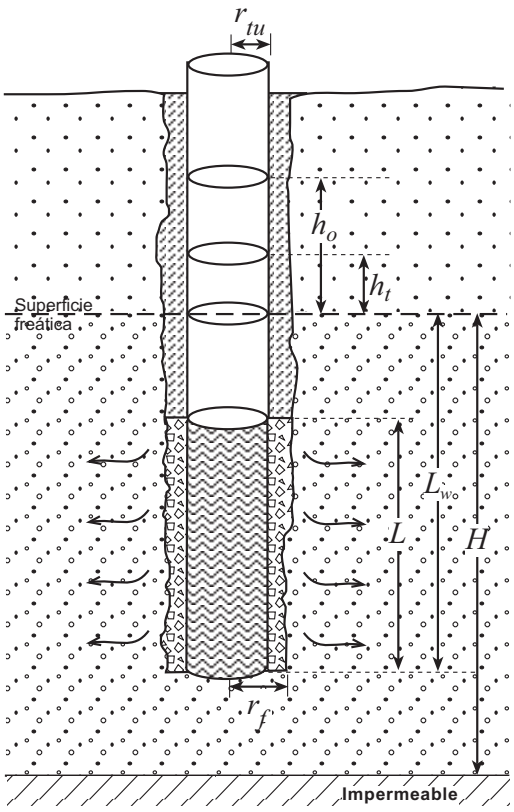
Este método se desarrolló para acuíferos libres (Bower y Rice, 1976), para pozos que atraviesan total o parcialmente el acuífero. No obstante, Bower (1989) admite que puede porporcionar valores fiables de K en acuíferos confinados o semiconfinados.



Causa de error si existe zona filtrante por encima de la superficie freática inicial

Aunque el método se describió inicialmente haciendo descender súbitamente el nivel y midiendo posteriormente los **ascensos**, también puede utilizarse a la inversa (subiendo súbitamente el nivel y midiendo los **descensos**), con la condición de que toda la zona filtrante esté por debajo de la superficie freática inicial.

Si se realiza con ascenso inicial de nivel y parte de la zona filtrante se encuentra por encima de la superficie freática inicial, parte del agua que entra en el terreno lo haría a través de la zona no saturada y acarrearía un error importante en el cálculo de la K.



Si hemos provocado un súbito ascenso, medimos dos niveles, h_o y h_t separados por un tiempo t [6]. El cálculo de la conductividad hidráulica (K) se realiza mediante la siguiente expresión:

$$K = \frac{r_{tu}^2 \cdot \ln\left(R_e / r_f\right)}{2L} \cdot \frac{1}{t} \cdot \ln\left(\frac{h_o}{h_t}\right) \qquad (8)$$

donde:

L = longitud de la zona filtrante

r_{tu} = radio de la entubación

h_o = Nivel (desde de la superficie freática) antes del intervalo de tiempo t

h_t = Nivel (desde de la superficie freática) tras el intervalo de tiempo t

r_f = radio de la zona filtrante[7]

L_w = altura de la superficie freática desde el límite inferior del filtro

H = espesor saturado del acuífero libre

R_e es el radio de influencia de la prueba, no es posible medirlo ni calcularlo. El grupo **$\ln(R_e/r_f)$** se calcula conjuntamente con una de las siguientes fórmulas:

(Si L_w=H):

$$\ln\left(R_e / r_f\right) = \left(\frac{1{,}1}{\ln\left(\frac{L_w}{r_f}\right)} + \frac{C}{\left(\frac{L}{r_f}\right)} \right)^{-1} \qquad (9)$$

(Si L_w<H:)

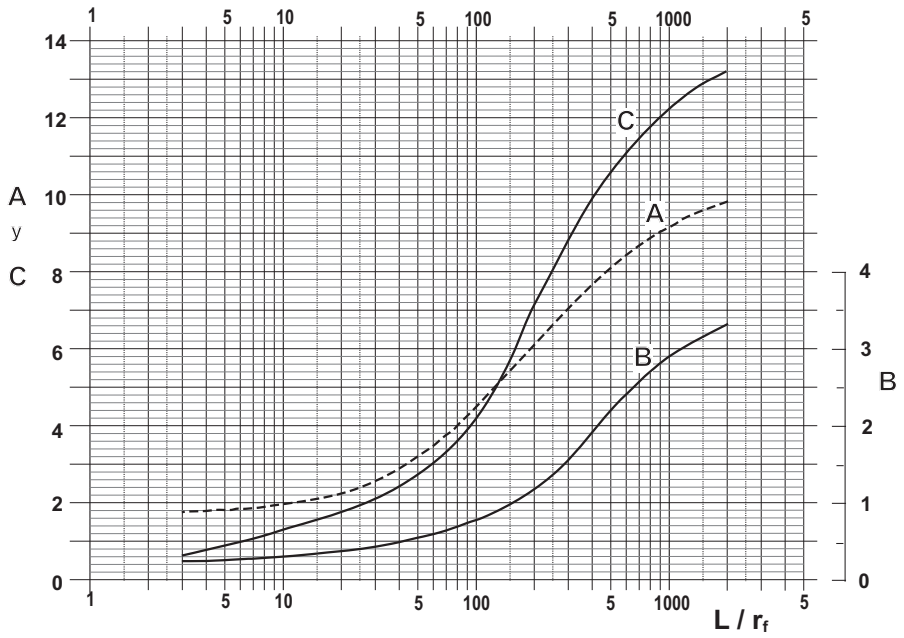
$$\ln\left(R_e / r_f\right) = \left(\frac{1{,}1}{\ln\left(\frac{L_w}{r_f}\right)} + \frac{A \cdot B \cdot \ln\left(\frac{H - L_w}{r_f}\right)}{\left(\frac{L}{r_f}\right)} \right)^{-1} \qquad (10)$$

[6] Bower habla de nivel h_o <u>en el *momento inicial*</u> y nivel h_t transcurrido un tiempo t, pero es evidente que el resultado es el mismo si adoptamos dos niveles h_1 y h_2 para dos tiempos t_1 y t_2 separados por un intervalo t

[7] Bower se refiere a esta magnitud como "distancia radial hasta la zona de acuífero no alterada". Creo que coincide con lo que en otro métodos se denominaba "radio de la zona filtrante"

En estas expresiones *A, B, C* son parámetros adimensionales que se obtienen del siguiente gráfico, en función de L/r_f:

(A, B y C se pueden calcular con Excel. Ver la Práctica correspondiente en la sección *Prácticas Subterránea*. De hecho, este gráfico se ha dibujado mediante el cálculo de esa hoja Excel.)



Ejemplo.

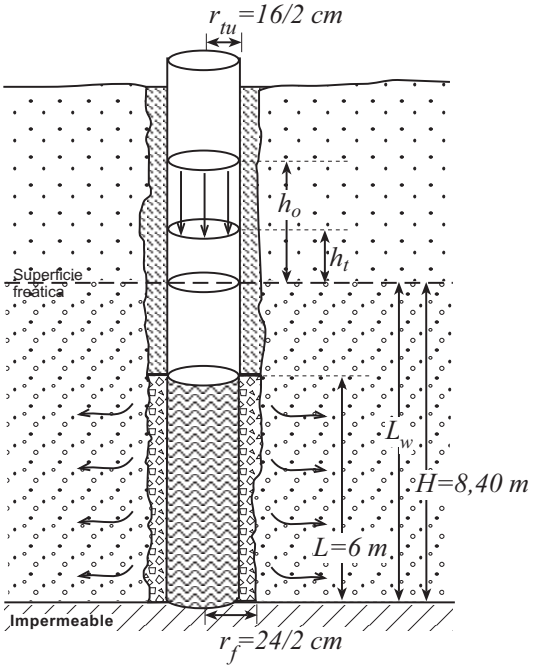
En un acuífero libre de 8,40 metros de espesor saturado disponemos de un sondeo que atraviesa completamente el acuífero y dispone de filtro en los 6 metros inferiores.

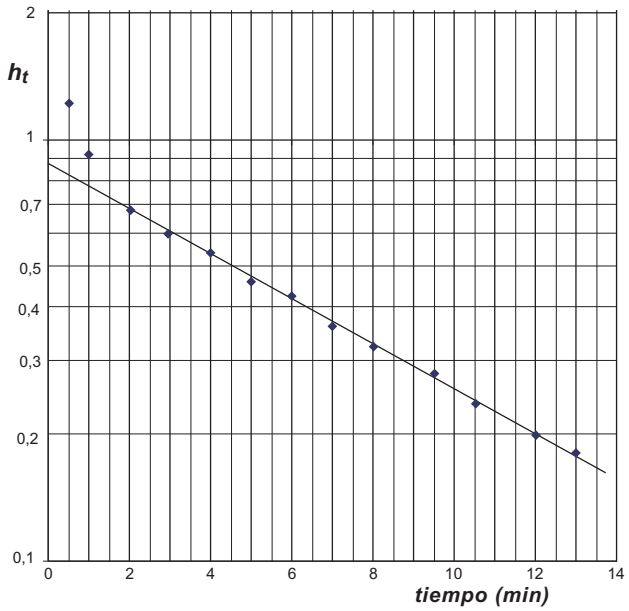
Diámetro de la perforación= 24 cm

Diámetro de la entubación y filtro= 16 cm

Entre la entubación y la pared de la perforación se xolocó un empaque de gravas, lo que nos permite suponer que el radio de la superficie filtrante es igual que el radio de la perforación.

Se provocó un súbito ascenso del agua dentro del pozo, midiéndose los niveles (h = ascenso residual medido desde la superficie freática) que se reflejan en este gráfico:





En la ecuación (8) vemos que para un caso determinado todo son constantes excepto h y t, y que h se relaciona linealmente con le logaritmo de t. Es por ello que en el gráfico los puntos están alineados. Interpolamos una recta y tomamos las cooordenadas de dos puntos de esa recta: Para t=0 => h_o=0,88, y para t=12 => h_t=0,20.

Muchas veces los primeros puntos forman otra recta de mayor pendiente; Bower (1989) sugiere que puede deberse al efecto del empaque de gravas o la zona inmediata a la captación que puede haberse desarrollado (liberado de finos) por bombeos previos. Ese tramo inicial debe despreciarse para el cálculo.

$$L/r_f = 6 / 0{,}12 = 50$$

Como $L_w=H$, debemos utilizar la fórmula (9); para ello obtenemos el valor de C del gráfico. Para $L/r_f = 50$, tomamos el valor C =2,7. Aplicamos la fórmula (9) y después la (8)

$$\ln\left(R_e/r_f\right) = \left(\frac{1{,}1}{\ln\left(L_w/r_f\right)} + \frac{C}{\left(L/r_f\right)}\right) = \left(\frac{1{,}1}{\ln\left(8{,}3/0{,}12\right)} + \frac{2{,}7}{6/0{,}12}\right)^{-1} = 3{,}19$$

$$K = \frac{r_{tu}^2 \cdot \ln\left(R_e/r_f\right)}{2L} \cdot \frac{1}{t} \cdot \ln\left(\frac{h_o}{h_t}\right) = \frac{0{,}08^2 \cdot 3{,}19}{2 \cdot 6} \cdot \frac{1}{12/1440} \cdot \ln\left(\frac{0{,}88}{0{,}2}\right) = 0{,}30 \text{ m/dia}$$

Aplicación de métodos 'slug test' a recuperación en pozos de gran diámetro

Estos métodos pueden ser aplicados para analizar la recuperación en pozos de gran diámetro. Mace (1999) midió la conductividad hidráulica en ensayos de recuperación practicados en pozos de gran diámetro con procedimientos específicos para estos pozos y con diversos métodos 'slug test' (Hvorslev, Cooper et al. y Bower-Rice), concluyendo que los resultados eran similares, y que, por tanto, estos métodos pueden ser utilizados para medir K en ensayos de recuperación en pozos excavados de grán diámetro. Ya indicamos en la introducción que los "*slug tests*" de nivel variable pueden realizarse con un ascenso o con un descenso inicial; este sería el caso de un descenso inicial para medir después los niveles durante la recuperación.

El principal inconveniente es que en un pozo de varios metros de diámetro la extracción de agua no puede ser instantánea, como exigen todos los procedimientos 'slug test'. No obstante, en formaciones de baja permeabilidad, aunque la extracción se prolongue varias horas, el agua bombeada procede principalmente de la almacenada en el pozo, y en muy pequeña proporción es agua procedente del acuífero. Esto puede comprobarse aproximadamente si el gráficos "descensos – tiempo" es lineal, lo que indicaría que el bombeo simplemente está vaciando el agua contenida en el pozo (Mace, op. cit).

Si se utiliza el método de Hvorslev, no se debe aplicar la fórmula (7), sino la expresión (II.7) del Anexo II, ya que en pozos excavados el valor de *Longitud/radio* siempre es pequeño.

Bibliografía

Bower, H. y R.C. Rice (1976).- A slug test for determining hydraulic conductivity of unconfined aquifers rith completely or partially penetrating wells. *Water Resources Research*: **27,** 3: 423-428

Bower, H. (1989).- The Bower and Rice slug test – Un update. *Ground Water*: **12**: 304-309

Chapuis, R.P.. (1989).- Shape factors for permeability tests in boreholes and piezometers. *Ground Water*, **27** (5):57-65

Cooper, H.H.; J.D. Bredehoeft y I.S. Papadopoulos (1967).- Response of a finite diameter well to an instantaneous charge of water. *Water Res. Research,* **3:** 263-269.

Custodio, E. (1983) .- *Hidráulica de captaciones de agua subterránea*. **In**: *Hidrología Subterránea*, pp. 969-981. Custodio, E. y M. R. Llamas (Eds.). Omega, 2 tomos, 2350 pp.

Fetter, C. W. (2001).- *Applied Hydrogeology*. Prentice-Hall, 4ª ed., 598 pp

Freeze, R.A. y J.A. Cherry (1979).- *Groundwater*. Prentice-Hall

González, L.I.; M. Ferrer; L. Ortuño y C. Oteo (2002).- *Ingeniería Geológica*. Prentice-Hall, 715 pp.

Hall, P. (1996) .- *Water Well and Aquifer Test Analysys*. Water Resources Pub., 412 pp.

Hvorslev, M.J. (1951).- Time lag and soil permeability in ground water obsertations. *US Army Corps of Engineers Waterway Experimentation Station,* Bull. 36.

Jiménez Salas, J.A.; J.L. de Justo y A.A. Serrano (1981).- *Geotecnia y Cimientos II: Mecánica del suelo y de las rocas*. Ed. Rueda, 1188 pp.

Kruseman, G.P. y N.A. de Ridder (2000).- *Analysis and evaluation of pumping test data.* International Institute for Land Reclamation and Improvement, Holanda, 377 pp. En internet: http://content.alterra.wur.nl/Internet/webdocs/ilri-publicaties/publicaties/Pub47/Pub47.pdf
En la misma web se encuentra la traducción al español de la edición anterior (1975): http://content.alterra.wur.nl/Internet/webdocs/ilri-publicaties/bulletins/Bul11s/Bul11s.pdf

Mace, R.E. (1999).- Estimation of hydraulic conductivity in large-diameter, hand-dug wells using slug-test methods. *Journal of Hydrology*: **219**: 34-45

Puertos del Estado (1994).- *ROM 0.5-94. Recomendaciones geotécnicas para construcciones marítimas y portuarias.* Ministerio de Obras Públicas, Madrid, 446 pp.

Schwartz, F. W. & H. Zhang (2003).- *Fundamentals of Groundwater*. Wiley, 592 pp.

Vidal, M. (1962).- Estudio acerca de la permeabilidad del terreno. *Informaciones y Estudios*, Boletín nº 15. Servicio Geológico del Ministerio de Obras Públicas. Madrid.

Weight, W.D. (2008).- *Hydrogeology. Field Manual*. McGraw Hill, 751 pp.

Anexo I (Dos gráficos, al final)

Función f (α,β) para interpretar *slug tests* en acuíferos confinados, según Cooper et al., 1967

Papel semilogarítmico para *slug tests* en acuíferos confinados, según Cooper et al., 1967

Anexo II : Otras expresiones de la ecuación de Hvorslev

La expresión general de la fórmula de Hvorslev (Freeze y Cherry, 1979, p.340) es la siguiente:

$$K = \frac{\pi \cdot r_{tu}^2}{t_{37} \cdot c} \qquad \text{(II.1)}$$

donde :

K = permeabilidad o conductividad hidráulica

r_{tu} = radio de la entubación

t_{37} = tiempo en el que aún perdura el 37% del ascenso instantáneo inicial

c = factor de forma

Este 'factor de forma' c ya lo hemos considerado al tratar los ensayos Lefranc; el utilizado habitualmente es:

$$c = \frac{2\pi \cdot L}{\ln\left(L/r_f\right)} \qquad \text{(II.2)}$$

donde :

L= Longitud de la rejilla o zona filtrante

r_f = radio de la rejilla o zona filtrante

Sustituyendo (II.2) en (II.1) obtenemos la expresión de Hvorslev utilizada anteriormente y que es la que aparece generalmente en la bibliografía y que presentamos anteriormente como fórmula (7) :

$$\boxed{K = \frac{r_{tu}^2 \ln\left(\frac{L}{r_f}\right)}{2\,L\,t_{37}}} \qquad \text{(II.3)}$$

Acuíferos Libres

Según Mace (1999), para acuíferos libres es más adecuado utilizar el siguiente 'factor de forma':

$$c = \frac{2\pi \cdot L}{\ln\left(\frac{L}{2r_f} + \sqrt{1 + \left(\frac{L}{2r_f}\right)^2}\right)} \qquad \text{(II.4)}^{8}$$

Sustituyendo (II.4) en (II.1) obtenemos la fórmula para calcular la conductividad hidráulica en acuíferos libres:

$$\boxed{K = \frac{r_{tu}^2 \cdot \ln\left(\frac{L}{2r_f} + \sqrt{1 + \left(\frac{L}{2r_f}\right)^2}\right)}{2L \cdot t_{37}}} \qquad \text{(II.5)}$$

Longitud pequeña o radio grande

Todo lo anterior solamente es válido cuando L/r_f>8. Cuando el diámetro es grande o la longitud de la zona filtrante es pequeña, no se cumple esta condición. En este caso, Chapuis (1989, en Mace, op.cit) comprobó que es adecuado el siguiente 'factor de forma' [9]:

$$c = 4\pi \cdot r_{re}\sqrt{\frac{L}{2r_f} + 0{,}25} \qquad \text{(II.6)}$$

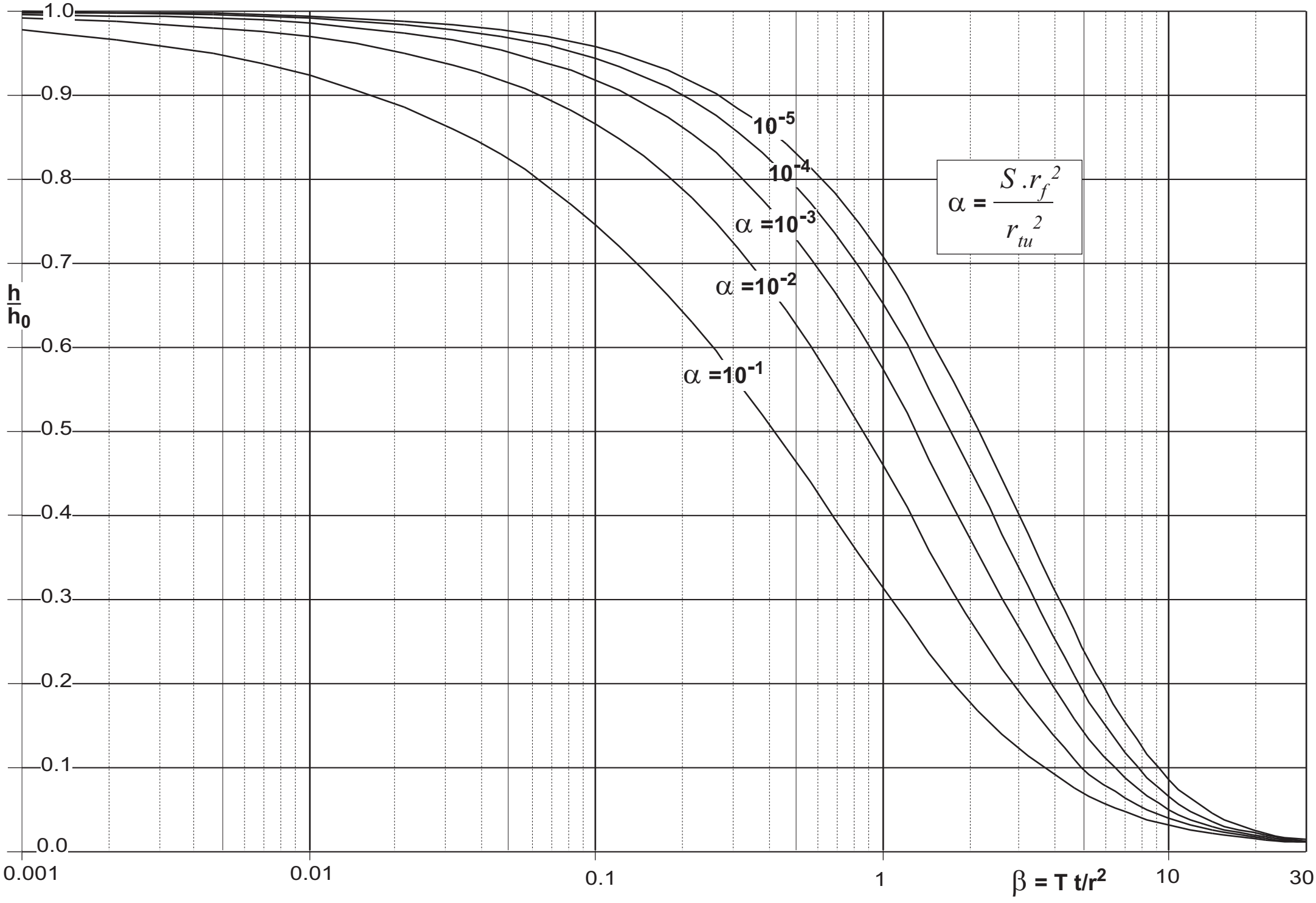
que introducido en (II.1) da lugar a:

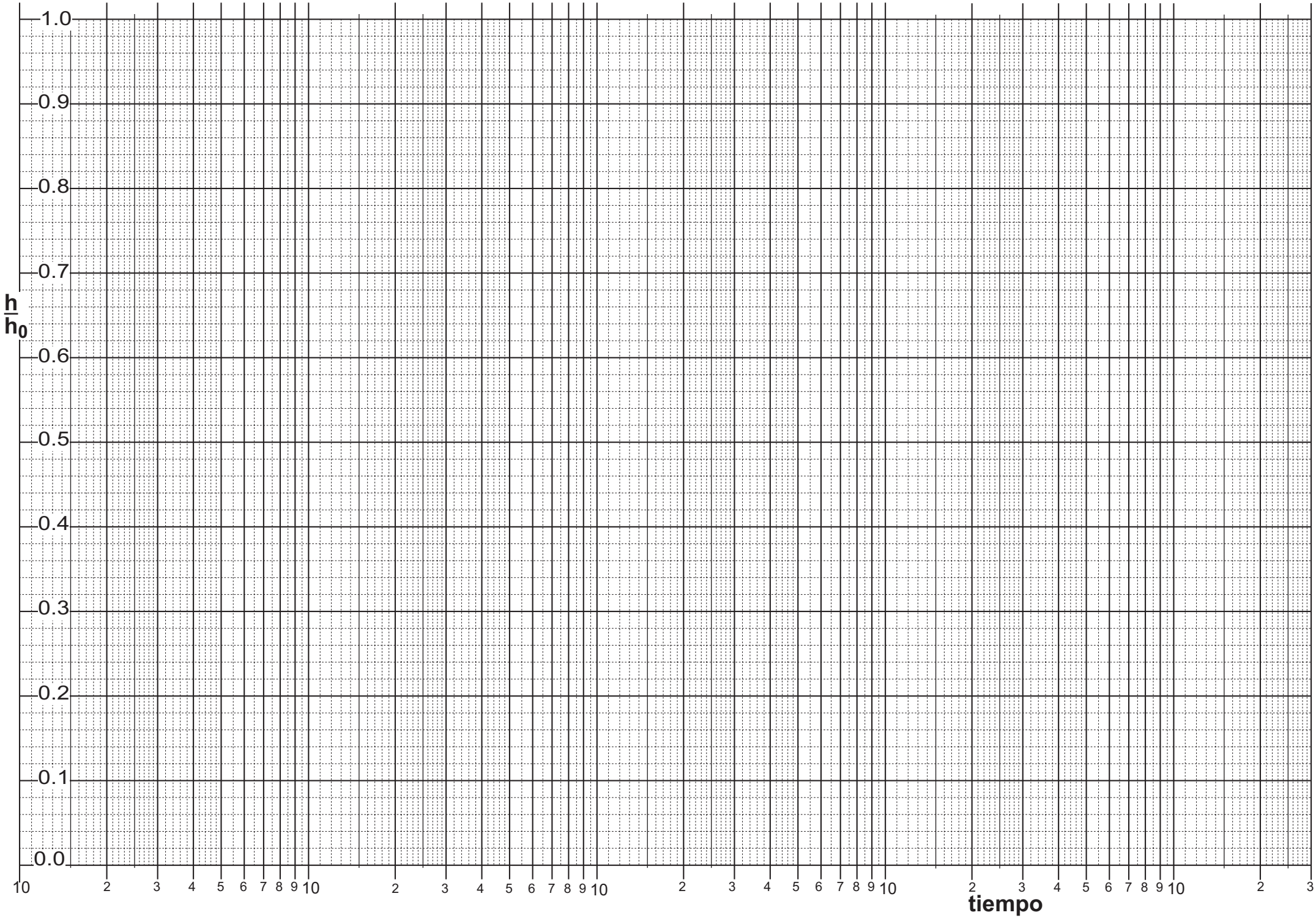
$$\boxed{K = \frac{r_{tu}^2}{4 \cdot t_{37} \cdot r_f \sqrt{\frac{L}{2r_f} + 0{,}25}}} \qquad \text{(II.7)}$$

---

[8] En Mace (1999) aparece r_f en lugar de $2r_f$, como indicamos aquí, pero se trata de una errata, ya que en Chapuis (1989) y en Jiménez Salas (1981) aparece el diámetro tal como indicamos ($2r_f$) en las fórmulas (II.4) y (II.5).

[9] En Chapuis (1989), en el denominador, antes de la raíz, aparece solamente 2π en lugar de 4 π r_f. En este caso, la errata es de Chapuis (comunicación personal de Robert Mace, 2008)


1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
h/h0
10-5
10-4
α =10-3
α =10-2
α =10-1
α = S .rf2 / rtu2
0.001
0.01
0.1
1
10
30
β = T t/r2


1.0
0.9
0.8
0.7
h/h0
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
10 2 3 4 5 6 7 8 9 10 2 3 4 5 6 7 8 9 10 2 3 4 5 6 7 8 9 10 2 3 4 5 6 7 8 9 10 2 3
tiempo

Hidroquímica. Conceptos Fundamentales

Este tema se refiere a la química de las **aguas subterráneas**, aunque, lógicamente, los conceptos básicos son válidos para aguas superficiales.

Composición química de las aguas naturales

Las sustancias disueltas en un agua pueden sumar de unos pocos mg/L en un manantial de montaña hasta más de 100.000 mg/L. Las aguas *potables (agua dulce,* inglés: *fresh water*) tienen menos de 1000, hasta 5000 se denominan *salobres*, el agua del mar 35000 mg/L. Un litro de agua puede llegar a contener más de 300 gramos de sales. (*salmueras,* inglés: *brines*).

Aniones	Cationes	No iones
Cl^-	Na^+ (K^+)	SiO_2
$SO_4^=$	Mg^{++}	CO_2 [gas]
HCO_3^-	Ca^{++}	(O_2)

Más del 99% de estas sustancias disueltas en un agua no contaminada corresponde a las siguientes (los paréntesis indican menor concentración):

Estos se denominan *componentes mayores* en las *aguas subterráneas*, y se encuentran siempre en concentraciones >1 mg/L. En este grupo habría que añadir el anión NO_3^-, que generalmente se encuentra en este rango, pero no es un componente natural, siempre se debe a contaminación orgánica.

Los *componentes menores* (1 a 0,1 mg/L en aguas subterráneas) más frecuentes son F^-, PO_4^{3+}, $CO_3^=$, Sr^{2+}, Fe^{2+}. Se consideran *componentes traza* los que se encuentran en concentraciones inferiores a 0,1 mg/L, y en ese grupo puede aparecer cualquier elemento químico o sus combinaciones iónicas.

Expresión de las concentraciones

Las unidades empleadas son mg/L, que equivalen a ppm (partes por millón)[1]. También se utilizan moles/L y equivalentes/L [generalmente como milimoles/L (mmol/L) y miliequivalentes/L (meq/L)].

La conversión es la siguiente:

Moles = gramos / peso molecular (1)
Equivalentes = gramos / peso equivalente (2)
Peso equivalente = Peso molecular / Valencia (3)

Ejemplo: Convertir 60 mg/L de Ca^{2+} en moles/L y equivalentes/L (Peso del Ca^{++}= 40)

Concentración en Moles, aplicando la expresión (1):

$$\text{Concentración en moles/L} = \frac{60 \cdot 10^{-3}\ \text{g/L}}{40} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{moles/L} = 1{,}5\ \text{mmoles/L}$$

O más abreviadamente: 60 / 40 = 1,5 mmol/L (milimoles /litro)

Concentración en equivalentes, utilizando (3) y (2):

Peso equivalente del Ca^{2+}: 40 / 2 = 20

$$\text{Concentración en equivalentes/L} = \frac{60 \cdot 10^{-3}\ g/L}{20} = 3 \cdot 10^{-3}\ \text{eq/L} = 3\ \text{meq/L}$$

Se utilizan mmoles/L para efectuar cálculos en equlibrios químicos.

[1] No es lo mismo, porque mg/L es masa/volumen, mientras que ppm corresponde a masa/masa. Son equivalentes ya que un litro de agua pura tiene una masa de un millón de miligramos.

Los meq/L son necesarios porque las reacciones químicas se producen equivalente a equivalente (un equivalente de A reacciona con un equivalente de B), y en el agua la cantidad de meq de aniones es igual a la de meq de cationes, como calcularemos a continuación.

Condición de electroneutralidad

La suma de aniones ha de ser igual a la suma de cationes (expresados en meq/L). Lógicamente siempre hay un cierto error que se calcula con la esta fórmula:

$$Error = \frac{\sum aniones - \sum cationes}{\sum aniones + \sum cationes} \times 100$$

Suelen admitirse errores <10% en aguas poco salinas y <1 ó 2% en aguas con más de 1000 mg/L.

Si el error es mayor, puede ser debido a errores analíticos o a la presencia excepcional de alguna sustancia no analizada (Por ejemplo, hay aguas con >20 mg/L de F^-, y este anión muchas veces no se analiza).

Parámetros físico-químicos

Temperatura

Lógicamente es una medida que hay que realizar en el campo. En un agua subterránea (de un manantial o la extraída en una captación) hay que tomarla en el momento de la surgencia, antes de que se altere con la temperatura ambiente. En las aguas subterráneas es aproximadamente la temperatura media anual más el gradiente geotérmico regional (normalmente la temperatura del subsuelo aumenta 3 ºC cada 100 metros de profundidad). Por ejemplo, si la temperatura media anual es de 15ºC, un agua subterránea a 300 metros de profundidad estaría a 24ºC.

Si la temperatura es menor, la explicación es simple: un sondeo de 300 metros nos puede proporcionar agua de un nivel acuífero situado a 60 metros de profundidad. En el caso contrario, si la temperatura es mayor, puede ser debido a que el gradiente geotérmico es localmente anómalo o bien a que el sondeo ha cortado una fractura profunda: un sondeo de 100 metros en realidad puede estar extrayendo agua de una profundidad mucho mayor, que asciende por una fractura con una pérdida de temperatura escasa. Es la misma explicación que puede aplicarse a manantiales de agua caliente: el agua asciende desde gran profundidad hasta la surgencia a través de fracturas, con poca pérdida de temperatura.

En un sistema de flujo regional, en ocasiones puede detectarse una ligera anomalía térmica positiva en las áreas de descarga. (Domenico y Schwartz, 1998, p. 199).

Conductividad

Es la facilidad del agua para conducir la corriente eléctrica. Su medida es muy sencilla y existen conductivímetros portátiles para utlizar en el campo.

Unidades: La resistividad, constante que aparece en la Ley de Ohm, está en *ohmios x metro.* La conductividad es el inverso de ésta, de modo que sus unidades son ohmios^{-1} /metro. El inverso del ohmio se denomina Mho o Siemens. Por tanto sería: *Siemens/metro*, pero es usual *µS/cm* (microSiemens/cm).

El agua destilada es prácticamente aislante, pero la conductividad aumenta rápidamente con la cantidad de iones disueltos. De ahí su importancia: una medida rápida nos indica aproximadamente la salinidad del agua, Las relaciones aproximadas son las siguientes, aunque es preferible establecer esa relación para una región determinada si se dispone de datos:

Suma de sales disueltas (**mg/L**) ≈ Conductividad (µS/cm)* 0,75

Suma de iones disueltos (**meq/L**) ≈ Conductividad (µS/cm) / 50 (para Cond≤1500)

Los valores de la conductividad se presentan en la tabla siguiente:

La conductividad varía con la temperatura, hay conductivímetros que introducen la corrección automáticamente, en otros hay que medir previamente la temperatura con un termómetro y realizar el ajuste manualmente en el aparato.

	C (μS/cm)
Pura	0,05
Destilada	0,5-5
Lluvia	5-30
Subterránea potable	30-1000
Mar	50.000

Si disponemos de un análisis químico completo, la conductividad no aporta nada. Es útil en situaciones como éstas:

- En un estudio preliminar de la hidroquímica de una zona, disponiendo de muchos datos, podemos elaborar un *mapa de isoconductividades*, que nos indicará la iso-salinidad del agua subterránea.
- En zonas con tipos de agua muy distintos (muy salinas y poco salinas) nos puede permitir establecer un *muestreo inteligente*, sabiendo *a priori* qué tipo de agua estamos muestreando.
- En las zonas costeras, y introduciendo un conductivímetro con un cable largo en un sondeo se utiliza para detectar la profundidad de la interfase agua dulce-agua salada

pH

Mide la acidez del agua. Es igual a $-log\ (H^+)$. Siendo (H^+) la actividad[2] de iones Hidrógeno.

Por ejemplo, un agua con ph=6 tiene 100 veces más H^+ que un agua con pH=8 (las respectivas actividades de H^+ serían 10^{-6} y 10^{-8})

En las aguas naturales oscila entre 5,5 y 8,5, en aguas subterráneas habitualmente entre 6,5 y 8,5 (Agua del mar aprox. 8)

Residuo Seco

Es el residuo que queda después de secar un volumen medido de agua. Se expresa en mg/L No equivale a la suma de sales disueltas ya que parte del anión HCO_3^- se evapora como CO_2. Aproximadamente se cumple que: Sales disueltas ≈ Residuo Seco + $^1/_2\ HCO_3^-$

Con los métodos analíticos actuales no presenta especial interés, pero se incluye en muchos análisis.

Dureza

Propiedad de un agua caracterizada por la dificultad de hacer espuma con jabón. Es debida principalmente a la presencia de: Ca^{++} y Mg^{++}. Otros iones (Fe^{++}, Sr^{++}, Mn^{++}) también generan dureza pero se encuentran en menores concentraciones. Por razones históricas se mide como mg/L de $CaCO_3$.

El cálculo de la dureza en mg/L de $CaCO_3$ consiste en sumar los meq/L de los cationes responsables (Ca^{++}, Mg^{++}, ...) y considerar que todos esos meq/L fueran de $CaCO_3$ (multiplicando por 50, peso equivalente del $CaCO_3$). Si sólo consideramos Ca^{++} y Mg^{++} el cálculo sería:

$$Dureza\ (mg/L\ \text{de}\ CaCO_3) = \left(\frac{Ca^{++}\ (mg/L)}{20} + \frac{Mg^{++}\ (mg/L)}{12} \right) \cdot 50$$

Antiguamente se medía la dureza total y el Ca, y se calculaba por diferencia el contenido de Mg, que era más difícil de analizar. En la actualidad, normalmente no se mide en laboratorio sino que se calcula a partir de los cationes. Continúa considerándose este parámetro por su interés práctico, debido a los problemas que plantean las aguas duras, especialmente incrustaciones en instalaciones de agua, calderas,...

[2] Actividad=concentración x coeficiente de actividad. Este coeficiente es igual a 1 en las disoluciones muy diluidas, y va descendiendo (0,9 ± 0,8 ± 0,7 ...) a medida que aumenta la salinidad del agua. Es menor para iones divalentes que para monovalentes.

Dureza temporal y permanente: Al hervir se pierde CO_2 y se precipitan carbonatos, eliminándose así parte del Ca^{++} y Mg^{++} (*dureza temporal*); la dureza después de la ebullición se denomina *permanente*.

Otros parámetros

En un análisis completo también pueden especificarse las siguientes características: color, turbidez, olor, sabor, materia en suspensión.

Evolución geoquímica de las aguas subterráneas

Si sabemos interpretar los análisis químicos de las aguas subterráneas, nos aportarán mucha información de la historia de esas aguas. Si consideramos conjuntamente muchos análisis de una zona, podremos extraer conclusiones acerca del flujo regional . Para ello hay que tener una idea de los procesos que inciden en la evolución química del agua. El tema es muy complejo, vamos a reseñar los aspectos más fundamentales

Precipitaciones

El agua de la lluvia, incluso en zonas libres de contaminación, tiene pequeñas cantidades de sustancias disueltas (cantidades del orden de 0,2-0,4 mg/L en cada ión, en ocasiones mayores); en áreas costeras el Na^+ puede llegar a unos pocos mg/L por el aerosol de agua marina. Estas pequeñísimas concentraciones se concentran por destilación (Si se evapora el 90% de la precipitación, las concentraciones se multiplicarán por 10).

Evolución en el suelo

La etapa de infiltración a través del suelo es muy importante para la composición química de un agua subterránea. Esto es debido principalmente a que el agua en el suelo es ácida por la reacción del CO_2 con el agua (los poros del suelo presentan una elevada concentración en este gas):

$$CO_2 + H_2O = HCO_3^- + H^+$$

Esta acidez hace que el agua sea muy agresiva con los silicatos y carbonatos. En las reacciones de disolución de estos minerales intervienen los H^+, y la acidez disminuye. Por ejemplo:

$$\text{Anortita} + H_2O + \mathbf{H^+} \pm \text{Arcilla} + Ca^{++} + \text{Sílice}$$

Si el agua permanece en el suelo, recupera su acidez mediante la reacción anterior y mantiene su agresividad, pero si ya ha llegado a un acuífero, en el medio saturado no hay aportes de acidez, luego el agua se hace básica y pierde su capacidad de disolver carbonatos y alterar silicatos.

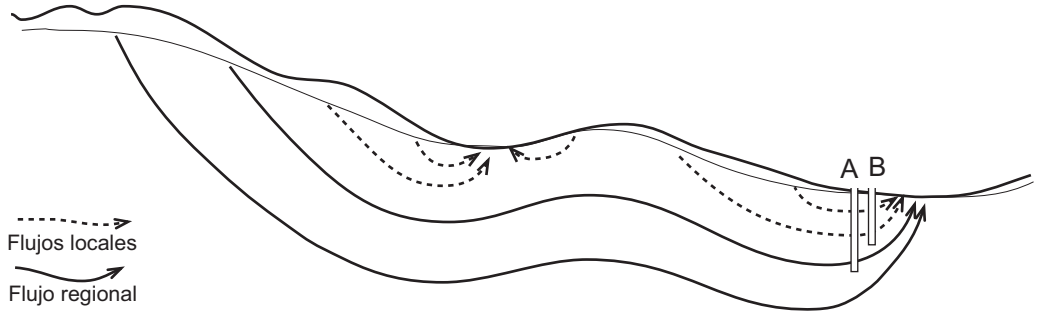
Evolución en los acuíferos

Desde que el agua alcanza la superficie freática más próxima hasta que sale al exterior en un río, manantial o captación, pueden transcurrir unos días o miles de años, y el recorrido puede ser muy corto o de varios kilómetros. Por tanto, la evolución química del agua dependerá de los minerales con los que entre en contacto y del tiempo. Hay aspectos obvios: si atraviesa yesos se obtendrán $SO_4^=$ y Ca^{++} , si encuentra niveles salinos con sales cloruradas adquirirá Cl^- , Na^+ , K^+, si pasa por formaciones calizas adquiere HCO_3^-. El HCO_3^- predomina sobre el $CO_3^=$ debido a que a pH normal se produce la reacción:

$$CO_3^= + H^+ \pm HCO_3^-$$

Aunque las reacciones y procesos químicos que se desarrollan son muy variados, como norma general, se observa que las aguas subterráneas con menor tiempo de permanencia en el subsuelo son generalmente bicarbonatadas. Después predomina el sulfato, y las aguas más salinas son cloruradas. Esta evolución se denomina *secuencia de Chevotareb*:

	------Recorrido y tiempo de permanencia en el acuífero ------ >>>>>				
Aniones predominantes:	HCO_3^- -->	HCO_3^- --> $SO_4^=$	$SO_4^=$-->	$SO_4^=$--> Cl^-	Cl^-
	---------- Aumento de la salinidad --------->>>>>>>				



En la composición catiónica la secuencia análoga sería : $Ca^{++} \pm Mg^{++} \pm Na^{+}$, pero no es tan clara y es mayor el número de excepciones.

En una misma área pueden extraerse aguas de composiciones muy distintas aunque la litología sea homogénea: vemos en la figura que el sondeo A capta un flujo regional mientras que el sondeo B intercepta un flujo local, de modo que su química puede ser muy diferente.

Bibliografía

APPELO, C. Y POSTMA, D. (2005).- *Geochemistry, groundwater and pollution.* Balkema, 649 pp.

CUSTODIO, E. & LLAMAS, M. R. (1983) .- *Hidrología Subterránea*. (2 tomos). Omega, 2350 pp.

DREVER, J.I. (1997).- *The geochemistry of Natural Waters*. Prentice Hall, 3ª ed. 436 pp.

LANGMUIR, D. (1997).- *Aqueous Environmental Geochemistry.* Prentice-Hall, 600 pp.

LLOYD, J.W. Y HEATHCOTE, J.A. (1985).- *Natural Inorganic Hydrochemistry in relation to groundwater*. Claredon Press, 296 pp.

DOMENICO, P.A. Y SCHWARTZ, F. W. (1998).- *Physical and chemical hydrogeology*. Wiley, 502 pp.

Diagramas de Piper

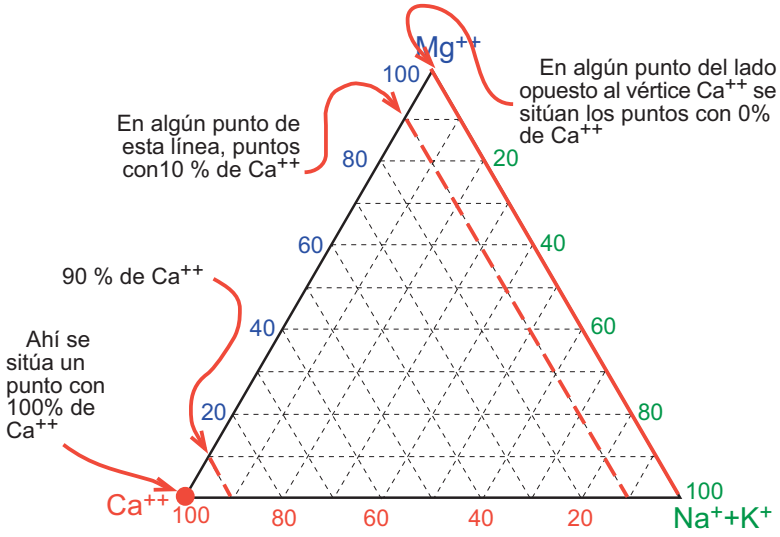
Los **diagramas triangulares** se utilizan para representar la proporción de tres componentes en la composición de un conjunto o de una sustancia.

La suma de los tres componentes debe representar el 100% de la composición de lo que se considera.

En hidroquímica se utiliza un triángulo para los cationes principales y otro para los aniones. Veamos un ejemplo para situar un punto en un triángulo Ca^{++} / Mg^{++} / (Na^{+}+K^{+})

Un vértice representa el 100% de ese componente. Por el contrario, los puntos que contengan 0% de ese componente estarán en el lado opuesto al vértice correspondiente.

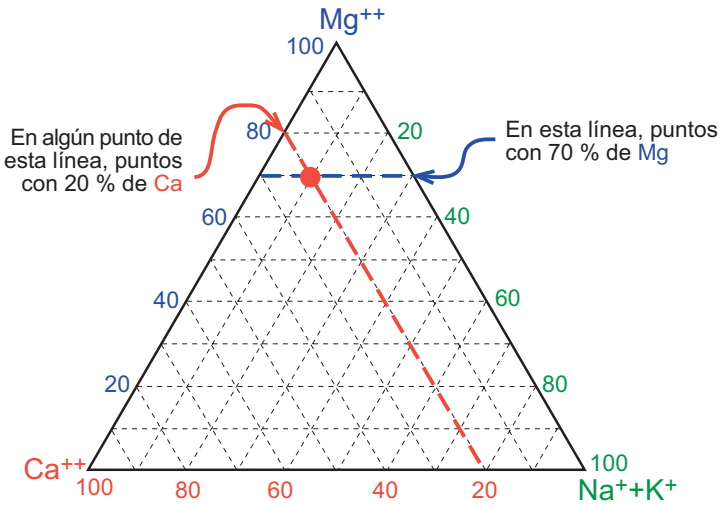
El vértice Ca^{++} representa 100% de Ca^{++}, mientras que todos los puntos del lado opuesto a ese vértice suponen 0% de Ca^{++}:



Por ejemplo , un punto que tuviera 20 % de Ca^{++}, 70% de Mg^{++} y 10% de (Na^{+}+K^{+}) se representaría así:

Donde se cortan las dos líneas se sitúa el punto.

Vemos que para representar un punto son suficientes las coordenadas de dos de las tres variables. La tercera puede utilizarse para comprobar (en este ejemplo, el 10% de (Na^{+}+K^{+})).



Normalmente, los tres valores iniciales no suman 100, y es necesario calcular la proporción:

Supongamos un agua con la siguiente composición de cationes:

Ca^{++} = 82 meq/L; Na^{+}+K^{+} = 104 meq/L; Mg^{++} = 49 meq/L

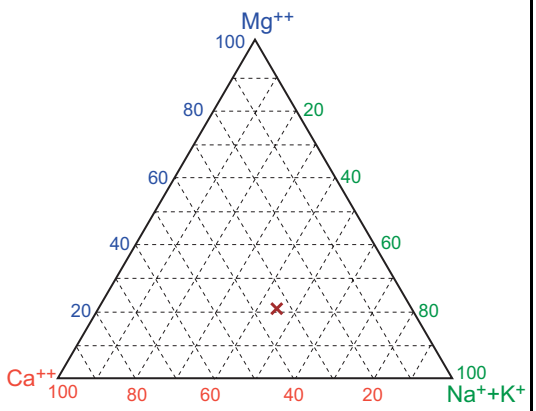
Suma de cationes= 235 meq/L

Porcentaje de Ca^{++}: $\frac{235}{82} = \frac{100}{x}$; $x = 34{,}9\%$

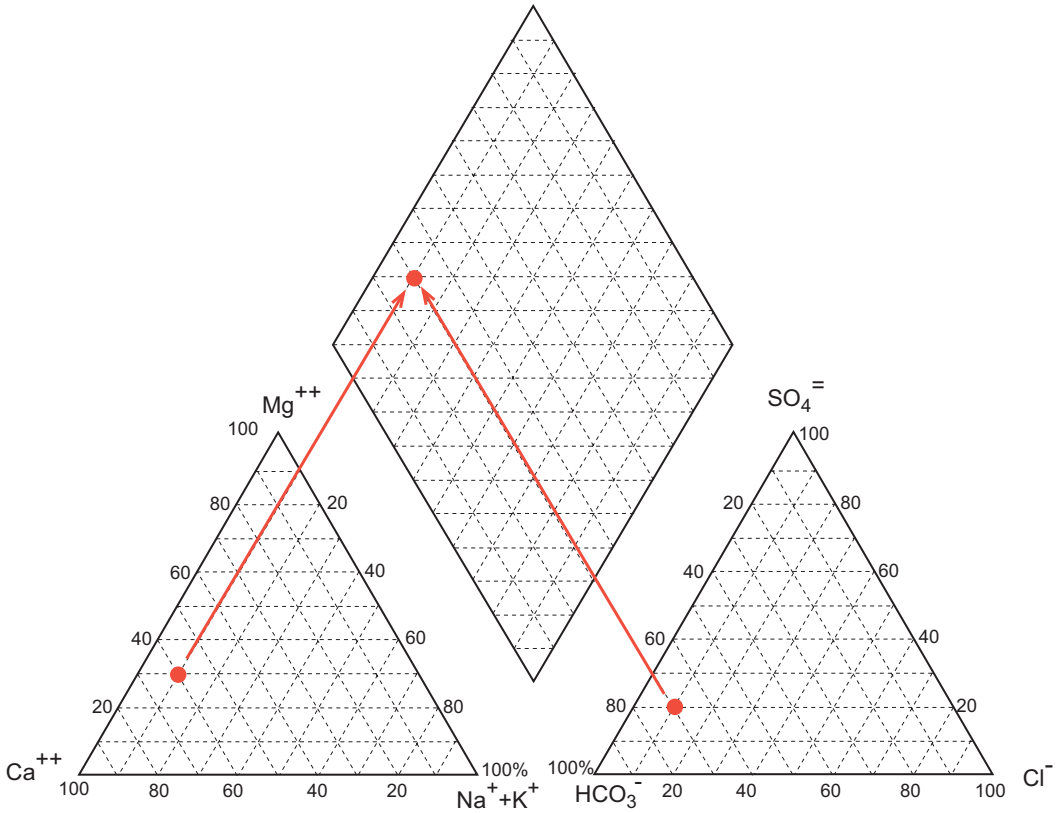
Mediante cálculos análogos obtenemos que:

Na^{+}+K^{+} = 44,3 % y Mg^{++}= 20,8%

El punto correspondiente sería el marcado en la figura:



El **diagrama de Piper**[1] está formado por dos triángulos con un rombo que recoge la información de ambos triángulos:



En uno de los triángulos se representan los cationes (Na^++K^+ sumados) y en el otro los aniones principales. El paso desde ambos triángulos hasta el rombo es inmediato y muy simple, como se indica en la figura. Por tanto, cada análisis queda representado por tres puntos (los dos triángulos y el rombo.

En la figura anterior está representado el análisis de un agua con la siguiente composición:

Ca^{++} = 60% ; Mg^{++}= 30% ; $Na^+ + K^+$ = 10%

HCO_3^- = 70% ; $SO_4^=$ = 20% ; Cl^- = 10%

Lógicamente, los datos de partida deben ser meq/L de cada ión, y es preciso calcular los porcentajes de un modo similar al del ejemplo anterior, considerando separadamente:

Σ cationes = 100 (para el triángulo izquierdo)

Σ aniones = 100 (para el triángulo derecho).

Dibujo con ordenador

Muchos programas de estadística y de trazado de gráficos son capaces de dibujar diagramas triangulares. Triplot es un programa autónomo que dibuja diagramas triangulares [2] y también existen "libros" de Excel programados para ello[3].

[1] Su denominación completa es Piper-Hill-Langellier

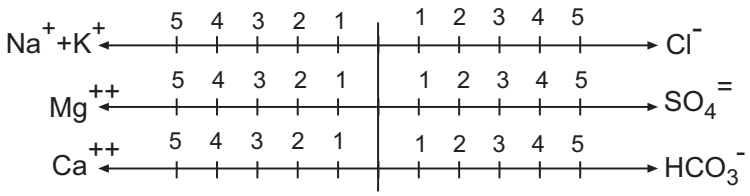
[2] http://mypage.iu.edu/~tthomps/programs/html/tnttriplot.htm

[3] Por ejemplo: www-staff.lboro.ac.uk/~gydjg2/downloads/tri-plot_v1-4.xls

Diagramas de Stiff

Son polígonos (uno para cada análisis) que normalmente se situarán sobre un mapa para mostrar la distribución geográfica de la composición de las aguas.

En su forma más sencilla (y mejor) se forman con 3 ejes paralelos hacia la izquierda (cationes) y otros tres hacia la derecha (aniones) como puede verse en la figura.



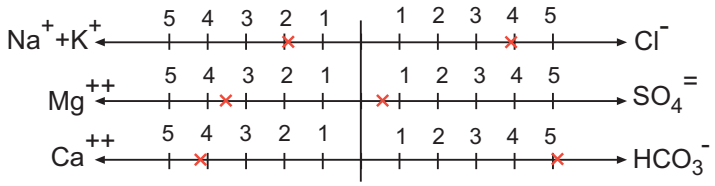
La distancia entre los ejes horizontales es arbitraria, simplemente estética, y la escala elegida en horizontal (1,2,3,... ó bien 5, 10, 15,...) dependerá de la salinidad de las aguas de la región estudiada. La longitud y escala se establecerán a partir del análisis de concentraciones más elevadas.

Se sitúan las concentraciones en cada uno de los seis ejes (en meq/L) y después se unen formando un polígono. Por ejemplo, veamos la representación del análisis siguiente:

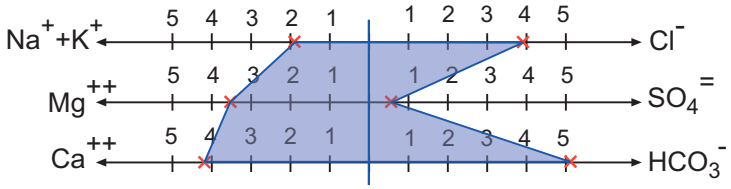
Ca^{++} = 4,2 meq/L ; Mg^{++}= 3,5 meq/L ; $Na^{+} + K^{+}$ = 1,9 meq/L

HCO_3^{-} = 5,1 meq/L ; $SO_4^{=}$ = 0,6 meq/L ; Cl^{-} = 3,9 meq/L

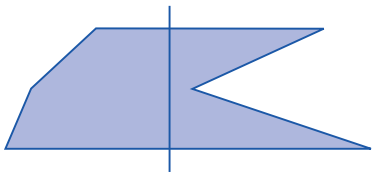
1) En cada eje, representamos los valores, en meq/L:



2) Unimos los puntos formando un polígono, a ambos lados del eje vertical central:

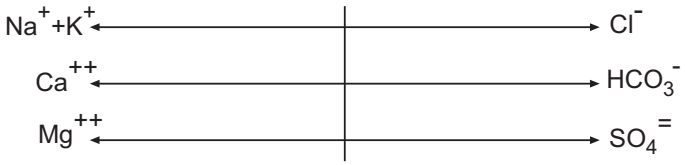


3) Y finalmente no se representan los ejes, solamente el polígono y el eje central:

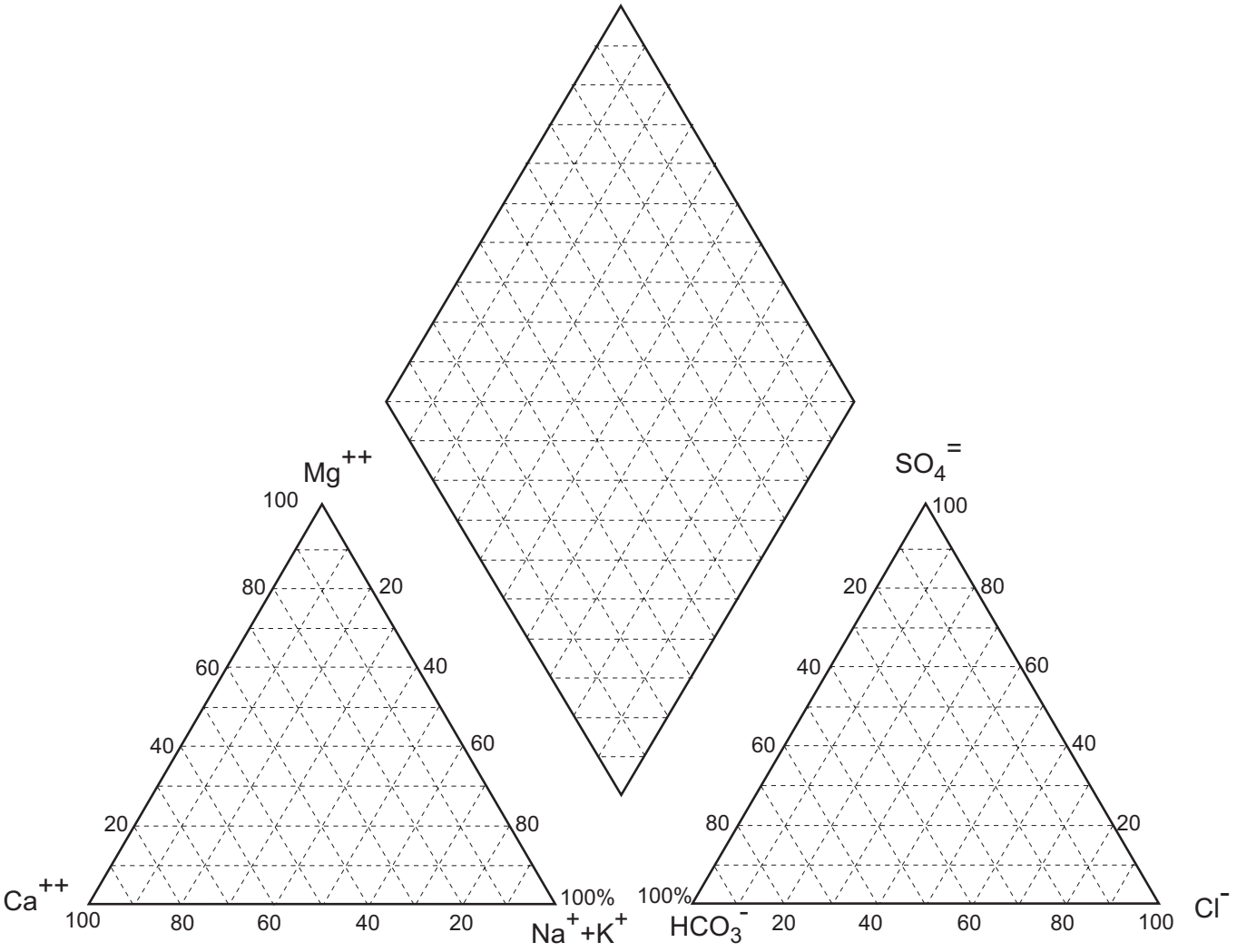


En la leyenda del mapa es preciso dibujar los ejes con los iones y la escala empleados.

Desgraciadamente, no existe unanimidad en la ubicación de los ejes. La que hemos indicado aparece en Custodio y Llamas (1983) y Curso Internacional de Hidrología Subterránea (2009). Es quizá más utilizada esta otra disposición (Freeze y Cherry, 1979; Hiscock, 2005):



Absolutamente desaconsejable es añadir más líneas horizontales al diagrama de tres ejes (por ejemplo una cuarta línea con Fe^{++} y NO_3^{-}). Al mostrar más información en el mismo polígono se pierde su principal ventaja: captar en un instante la composición química del agua y apreciar fácilmente las semejanzas y diferencias entre polígonos que se muestran en el mismo mapa.


Mg++
100
80
20
60
40
40
60
20
80
Ca++
100
80
60
40
20
100%
Na+ +K+
SO4=
100
20
80
40
60
60
40
80
20
100%
HCO3-
20
40
60
80
100
Cl-

(Julio-2012)

Procesos químicos en el agua

Concentraciones y actividades

En un agua muy poco salina, todos los iones presentes son *activos*. Con *activos* nos referimos a que desempeñan un papel en una reacción química, por ejemplo: se unen entre ellos produciendo la precipitación de una sustancia.

En un agua bastante salina, no todos los iones pueden se activos: sus cargas eléctricas impiden que todos ellos sean activos a los efectos indicados arriba.

Por ejemplo: un agua puede tener $4{,}5.10^{-3}$ mol/L de $SO_4^{=}$ y que solamente sea activo el 70%, es decir: $3{,}15.10^{-3}$ mol/L.

En este ejemplo, la **concentración** sería $4{,}5.10^{-3}$ mol/L y la **actividad** sería $3{,}15.10^{-3}$ mol/L. El coeficiente de actividad sería 0,7 (=70% de $SO_4^{=}$ activo).

Se representa así[1]:

$$(SO_4^{=}) = [SO_4^{=}] \,.\, \gamma_{SO4=}$$

que de modo general se expresa así:

Actividad = Concentración . Coeficiente de Actividad

El coeficiente de actividad se representa con la letra griega γ (gamma) y varía de 1 (100% de la sustancia es activa) a 0,4 o menos (0,4 querría decir que sólo el 40% de la sustancia es activa).

Por tanto, si realizáramos cálculos con el agua del ejemplo anterior, para saber si disolvería o precipitaría yeso, no debemos utilizar las concentraciones de $SO_4^{=}$, sino las actividades.

Cálculo del coeficiente de actividad

Cuando llevamos una muestra de agua a un laboratorio, nos entregan los resultados del análisis en concentraciones. Para convertir concentraciones en actividades debemos calcular el coeficiente de actividad de cada ión (γ_i) para esa muestra.

El **coeficiente de actividad** depende de:

- El **radio** y la **carga** del ión (los divalentes tienen menor actividad que monovalentes; en cambio, en los elementos sin carga, como la sílice, la actividad es igual a la concentración)
- La **temperatura** de la disolución (influye poco comparado con los otros factores)
- La **salinidad** del agua (más salinidad => menor proporción del elemento es activa)

Para este fin, la salinidad del agua se expresa mediante la llamada **Fuerza iónica (*I*)**:

$$I = \frac{1}{2}\sum m_i z_i^2 \qquad (1)$$

donde: m = concentración del elemento i (moles/L)

z = carga del elemento i

Ejemplo:

Hemos analizado un agua obteniendo las concentraciones expresadas en mg/L que figuran en la segunda columna de la tabla adjunta. Calcular la fuerza iónica de esa agua.

	Concentración (mg/L)	Peso molecular	Concentración (moles/L)
Na^+	328	23	$14{,}26.10^{-3}$
Ca^{++}	89	40	$2{,}23.10^{-3}$
$SO_4^{=}$	397	96	$4{,}14\ .10^{-3}$
Cl^-	418	35,5	$11{,}77\ .10^{-3}$

[1] La notación [ ] ( ) para concentraciones y actividades respectivamente puede variar de unos autores a otros. Algunos textos utilizan esta otra notación para la actividad: $a_{SO_4^{=}}$.

Solución:

(Atención: Es imposible que un agua natural tenga solamente estos elementos; tendría que tratarse de una disolución preparada en laboratorio).

Convertimos las concentraciones a moles/L (última columna de la tabla):

El cálculo se ha efectuado así:

Concentración (g/L) / Peso molecular = Concentración (moles/L)

Por tanto (para el Na^+):

328 mg/L = 0,328 g/L = 0,328/23 moles/L =0,01426 moles/L

Ahora ya podemos calcular la Fuerza iónica mediante la ecuación (1):

$$I = 1/2\ (14{,}26 + 2{,}23 \cdot 2^2 + 4{,}14 \cdot 2^2 + 11{,}77) \cdot 10^{-3} = 0{,}0257 = 2{,}57 \cdot 10^{-2}$$

Existen varias **fórmulas para calcular el coeficiente de actividad**. Vamos a utilizar la de Debye –Hückel:

$$\log \gamma_i = \frac{-Az_i^2\sqrt{I}}{1 + Ba\sqrt{I}} \qquad (2)$$

donde:

γ_i = Coeficiente de actividad del ión *i*

z_i = Carga eléctrica del ión

A, B =Constantes que dependen de la temperatura, y que aparecen tabuladas debajo

a = Constante que depende de cada ión (su radio hidratado y su carga), y también aparece tabulada

I = fuerza iónica de la disolución

Esta fórmula es válida para valores de I< 0,1. Para valores de $I > 0{,}1$, la fórmula se amplía así[2]:

$$\log \gamma_i = \frac{-Az_i^2\sqrt{I}}{1 + Ba\sqrt{I}} + bI \qquad (2b)$$

Para I= 0,1, el error por **no** aplicar ese sumando ($+bI$) es del orden del 1% en algunos iones.

Constantes para la aplicación de la fórmula de Debye-Hückel[3]

t (ºC)	*A*	*B*
10	0,4975	0,3262
12	0,4989	0,3265
14	0,5004	0,3268
16	0,5019	0,3272
18	0,5034	0,3275
20	0,5050	0,3279
22	0,5066	0,3283
24	0,5083	0,3287
25	0,5092	0,3283

	a	*b*
Ca^{++}	5,0	0,165
Mg^{++}	5,5	0,20
Na^{+}	4,0	0,075
Cl^{-}, K^{+}	3,5	0,015
HCO_3^{-}	5,4	0
$SO_4^{=}$	5,0	-0,04
Sr^{++}, Ba^{++}	5,0	
Fe^{++}, Mn^{++}	6,0	
H^{+}, Al^{3+}, Fe^{3+}	9,0	

Ejemplo:

Continuando con los datos del ejemplo anterior, obtener las actividades (la temperatura del agua en el muestreo era de 20ºC)

[2] Zhu (2002, p. 39) denomina a esta fórmula como "B-dot Equation" y la atribuye a Hegelson. Merkel (2008, p.10) la presenta como "WATEQ DEBYE-HÜCKEL equation".

[3] Los valores de A y B calculados mediante las fórmulas citadas en Merkel (2008, p. 11), los valores de ***a*** y ***b*** tomados de Drever (1997). Ver documento Excel en la Sección "Complementos"

Solución:

La fuerza iónica está calculada en el ejemplo anterior. Como *I* es menor que 0,1, calculamos los coeficientes mediante la expresión (2). Los parámetros A y B los leemos en la tabla para 20ºC y la tabla derecha nos proporciona los valores de ***a*** para cada ión.

Cálculo del coeficiente de actividad del Na^+:

$$\log \gamma_{Na^+} = -Az_i^2\left(\frac{\sqrt{I}}{1+Ba_i\sqrt{I}}\right) = -0{,}510.1^2\left(\frac{\sqrt{2{,}57.10^{-2}}}{1+0{,}3279\,.\,4\sqrt{2{,}57.10^{-2}}}\right) = -0{,}0675$$

$$\gamma_{Na^+} = 10^{-0{,}0675} = 0{,}86$$

Para los otros iones se realiza el mismo cálculo, obteniéndose los valores de γ_i que aparecen en la tabla adjunta (completamos la del ejemplo anterior):

	Conc. (mg/L)	Peso molecular	Conc. (moles/L)	γ_i	Actividad (moles/L)
Na^+	328	23	$14{,}26.10^{-3}$	0,86	$0{,}01222 = 10^{-1{,}91}$
Ca^{++}	89	40	$2{,}23.10^{-3}$	0,57	$0{,}00126 = 10^{-2{,}90}$
$SO_4^{=}$	397	96	$4{,}14\,.10^{-3}$	0,54	$0{,}00223 = 10^{-2{,}65}$
Cl^-	418	35,5	$11{,}77\,.10^{-3}$	0,85	$0{,}01002 = 10^{-2{,}00}$

Para calcular manualmente γ suele utilizarse un gráfico obtenido de las fórmulas, como éste (para 25º C):

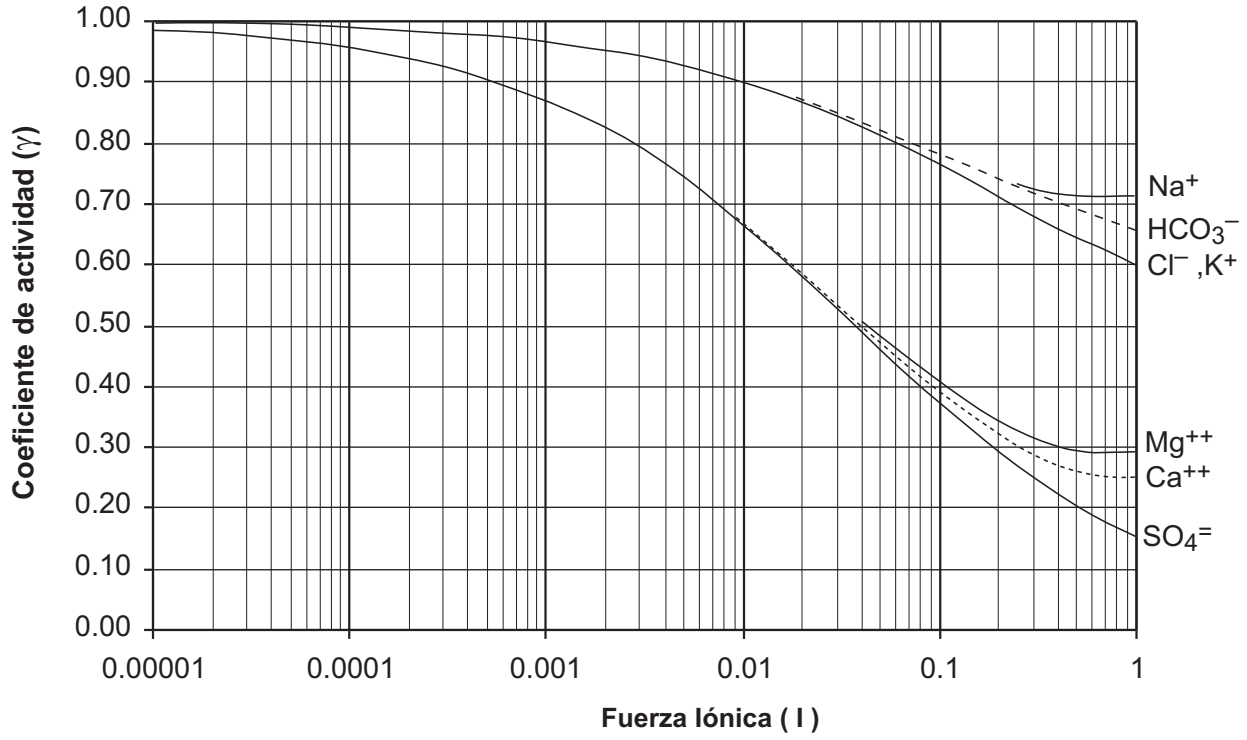


Gráfico calculado mediante la fórmula de Debye-Hückel. En http://hidrologia /usal.es podemos encontrar un documento Excel para realizar dicho cálculo (en la página "Complementos"). Basta introducir la fuerza iónica y la temperatura de la disolución para obtener los coeficientes de actividad para la temperatura elegida.

Equilibrios químicos. Ley de Acción de Masas

Una *reacción química reversible* es aquella que se puede producir en ambas direcciones. Cuando una reacción química reversible se está produciendo con la misma intensidad en ambas direcciones, se dice que está en equilibrio.

Si consideramos la reacción siguiente (los coeficientes 3, 2, 4 y 1 se ponen como ejemplo):

$$3\ A + 2\ B \rightleftarrows 4\ C + D \qquad (3)$$

quiere decir que 3 moléculas de la sustancia A reaccionan con 2 de B para dar lugar a 4 de C y 1 de D mientras que, simultáneamente, 4 moléculas de C y 1 de D se unen para generar 3 de A y 2 de B. Si está en equilibrio, la intensidad de la reacción en ambas direcciones es idéntica, así que aparentemente no está sucediendo nada: el sistema no cambia con el tiempo.

Si la reacción está en equilibrio, se cumple la **Ley de Acción de Masas**, que aplicada a la reacción (3), (recordamos que los exponentes 4, 1, 3, 2 son un ejemplo) queda expresada así:

$$K = \frac{(C)^4.(D)}{(A)^3.(B)^2} \qquad (4)$$

donde (A), (B), etc. son las **actividades** de cada sustancia, los exponentes 3, 2, etc. siguen el ejemplo de la reacción (3), y ***K* es una constante característica de esa reacción** a una determinada temperatura (si no se indica, será a 25ºC).

Al aplicar la Ley de Acción de Masas, **no incluimos las sustancias sólidas ni el H_2O**.

Si se trata de una reacción reversible de disolución de una fase sólida, como la que veremos en el ejemplo siguiente (disolución del yeso) esta misma **constante de equilibrio K** suele denominarse **producto de solubilidad.** En estas reacciones a la izquierda aparece solamente una fase sólida y a la derecha los elementos resultantes de la disolución de ese sólido.

Desequilibrio. Sentido de la reacción

Si aplicamos la expresión (4) para un agua concreta, el resultado puede ser casualmente igual a *K*, pero lo probable es que sea mayor o menor. En cualquier caso, dicho resultado se denomina **Producto de Actividades Iónicas** (*PAI*, en inglés *IAP*):

$$PAI = \frac{(C)^4.(D)}{(A)^3.(B)^2} \qquad (5)$$

Las ecuaciones (4) y (5) son análogas, pero la de *K* corresponde al **caso teórico** en que la reacción esté en equilibrio, y la expresión de *PAI* se refiere a un **agua real**.

Si en un agua real $PAI > K$, quiere decir que el numerador es demasiado grande y/o el denominador demasiado pequeño para que $PAI=K$. Para alcanzar el equilibrio, la reacción debe conseguir que $PAI=K$; para ello, el numerador de (5) debe disminuir y/o el denominador aumentar. Ambas cosas se lograrán si la reacción (3) se produce con más intensidad hacia la izquierda que hacia la derecha.

Análogamente, si para un agua real, $PAI < K$, el equilibrio se alcanzará si la reacción se produce con más intensidad hacia la derecha.

Para expresar esto se utiliza el **Índice de Saturación (*SI*)**, que es igual a :

$$SI = \log\left(\frac{PAI}{K}\right) \qquad (6)$$

$PAI > K$	$SI > 0$	Reacción a la izquierda
$PAI = K$	$SI = 0$	Reacción en equilibrio
$PAI < K$	$SI < 0$	Reacción a la derecha

Ejemplo:

Con los datos de los ejemplos anteriores, calcular si ese agua podría disolver yeso ($CaSO_4 .2H_2O$) o, por el contrario, si las concentraciones de $SO_4^{=}$ y de Ca^{++} son excesivas y debe producirse la precipitación de dicho mineral.

Solución:

$$CaSO_4 .2H_2O \rightleftarrows Ca^{++} + SO_4^{=} + 2\ H_2O$$

(Aplicamos la Ley de Acción de Masas:) $K = (Ca^{++}) \cdot (SO_4^{=})$

Al aplicar la Ley de Acción de Masas, en el denominador deberían aparecer los elementos de la parte izquierda de la reacción, pero en este caso solamente está el $CaSO_4 . 2H_2O$ (sólido), de modo que no lo incluimos. Tampoco figura el H_2O.

La *K* de esta reacción es $10^{-4,5}$.

Cálculo del Producto de Actividades Iónicas:

$$PAI = (Ca^{++})\,(SO_4^{=}) = 10^{-2,90} . 10^{-2,65} = 10^{-5,55}$$

Como *PAI* < *K*, la reacción debe desequilibrarse hacia la derecha, es decir que puede disolver yeso.

Equilibrios metaestables

En algunos casos, el índice de saturación nos indica que esa reacción **no** está en equilibrio y que debe producirse con mayor intensidad hacia la derecha, o precipitar, para alcanzar el equilibrio. Pero puede transcurrir mucho tiempo y la esperada precipitación no se produce y por tanto el índice de saturación continúa siendo positivo. Se habla en estos casos de *equilibrio metaestable*. Aunque no se ha alcanzado el equilibrio, el sistema no puede alcanzarlo en las condiciones existentes.

En relación con esto, también hay que tener en cuenta que los cálculos que hemos hecho aquí no hablan de la velocidad de la reacción, sólo indican si ésta debe producirse hacia un lado o hacia otro. Esa velocidad de reacción puede ser rápida o muy lenta, tan lenta que aparentemente no se produce nada.

Iones complejos

El cálculo manual del estado de equilibrio, tal como lo hemos realizado en el ejemplo anterior, conlleva un error importante. Los iones reaccionan entre ellos dando lugar a **iones complejos**, por ejemplo:

$$Na^{+} + SO_4^{=} \rightleftarrows !NaSO_4^{-}$$
$$Ca^{++} + HCO_3^{-} \rightleftarrows CaHCO_3^{+}$$
$$Mg^{++} + HCO_3^{-} \rightleftarrows MgHCO_3^{+}$$

Del mismo modo se generan especies en disolución sin carga eléctrica, como éstas:

$$Ca^{++} + SO_4^{=} \rightleftarrows CaSO_4^{0} \ (disuelto)$$
$$Mg^{++} + SO_4^{=} \rightleftarrows MgSO_4^{0} \ (disuelto)$$
$$Na^{+} + HCO_3^{-} \rightleftarrows NaHCO_3^{0} \ (disuelto)$$

Esto es importante porque **desaparecen de la disolución una parte de los iones** considerados. Por ejemplo, no debemos considerar todo el $SO_4^{=}$ y todo el Ca^{2+} analizados para calcular el equilibrio de la disolución/precipitación del yeso, porque parte de esos iones ya no se encuentran como Ca^{2+} y $SO_4^{=}$, no están disponibles para esa reacción.

Como ejemplo, en un agua real en la que se analizaron 1820 mg/L de $SO_4^{=}$ sólo el 64,5% está como $SO_4^{=}$, el resto se distribuye así: 27,2% como $CaSO_4^{0}$ (*disuelto*); 7,8% como $MgSO_4^{0}$ (*disuelto*); 0,3% como $NaSO_4^{-}$ y 0,2% como $SrSO_4^{0}$ (*disuelto*). De 650 mg/L de Ca^{++}, sólo el 67% se encuentra como catión Ca^{++}, el resto está como $CaSO_4^{0}$ (*disuelto*) y $CaHCO_3^{+}$

El cálculo manual de estos iones complejos en la práctica es inviable, conllevaría la aplicación de la Ley de Acción de Masas a todos los equilibrios de formación de estos iones complejos (las reacciones que aparecen más arriba) y plantear un sistema de ecuaciones (Freeze y Cherry, 1972, p.102).

La solución práctica para solucionar este problema es la utilización de un software que calcule todo ello: fuerza iónica, iones complejos, actividades y finalmente índices de saturación respecto a los diversos minerales. Los más utilizados son PHREEQC y MINTEQA2. (Ver Apéndice)

Cálculo de la K

En la bibliografía podemos encontar valores de *K* para reacciones sencillas y comunes, como la de disolución del yeso que veíamos en el ejemplo anterior. En el caso de reacciones más complejas o menos corrientes, debemos calcular la constante de equilibrio *K*.

Para 25ºC, primero hemos de calcular la **Energía Libre estándar de reacción**, que es el incremento de energía libre producido en la reacción. Se calcula así:

$$\Delta G_r^o = \Sigma G_f^o \text{ productos} - \Sigma G_f^o \text{ reactivos} \qquad (7)$$

donde ΔG_f^o es la **Energía Libre estándar de formación** de cada sustancia que aparece en la reacción[4], y que aparece tabulada en todos los textos sobre este tema. En un anexo incluimos algunas de las más frecuentes.

Con este valor ya podemos calcular la constante de equilibrio *K* mediante la siguiente relación:

$$\log K = -\Delta G_r^o / (2{,}303 \,.R\,.T) \qquad (8)$$

donde: ΔG_r^o = incremento de energía libre en la reacción en kJulios/mol
T = temperatura absoluta (= temp. en ºC +273)
R = constante universal de los gases (= 8.3143 . 10^{-3} kJ/mol)

Para 25ºC la expresión (8) resulta :

$\log K = -0{,}733\ \Delta G_r^o$ (si ΔG_r^o y R están expresados en kCalorías/mol) (9)
$\log K = -0{,}175\ \Delta G_r^o$ (si ΔG_r^o y R están expresados en kJulios/mol) (10)

Ejemplo.
Calcular la *K* de la reacción de disolución del NaCl a 25 ºC

Solución: Buscamos en la tabla los valores de ΔG_f^o de cada elemento de la reacción:

NaCl	⇄	Cl^-	+	Na^+	
-384,14		-131,20		-262,00	(kJul/mol)

$\Sigma\ G_f^o$ reactivos = -384,14
$\Sigma\ G_f^o$ productos = -131,20+(-262,00) = -393,20
$\Delta G_r^o = \Sigma\ G_f^o$ productos - $\Sigma\ G_f^o$ reactivos = -393,20 - (-384,14) = -9,06 kJul/mol
log K = -0,175 . (-9,06) = +1,59
K = $10^{+1,59}$

Unos autores indican estos datos en kCalorías y otros en kJulios. Si es necesario mezclar datos de diversas fuentes, la conversión es **calorías · 4,184= julios**

El mayor problema en este proceso es que los valores de ΔG_f^o para minerales de fórmula compleja varían de unos autores a otros, especialmente en minerales arcillosos.

Al realizar el cálculo de ΔG_r^o hay que multiplicar el valor de ΔG_f^o de cada sustancia por su coeficiente respectivo en la reacción, como veremos en el ejemplo siguiente.

[4] ΔG_f^o es la energía liberada al formarse una mol de esa sustancia a partir de elementos estables en condiciones estándar (25ºC y 1 atmósfera). Por convención, la ΔG_f^o de los elementos químicos puros es 0, así como la del catión H^+. Si la ΔG_f^o del Na^+ es –62,59 y la del Naº es 0, quiere decir que al formarse una mol de Na^+ a partir de Naº se liberan 62,59 kCalorías

Ejemplo: Cálculo de la K en la reacción de transformación entre Microclina y Caolinita

Microclina	$+H^+ +$	$4{,}5\ H_2O$	$\rightleftarrows$	$0{,}5$ Caolinita	$+ \quad K^+ +$	$2SiO_4H_4$
-3742,90	0	4,5(-237,14)		0,5(-3785,80)	-282,50	2(-1307,9)

$\Sigma\ G_f^o$ reactivos = -4810,03 $\qquad$ $\Sigma\ G_f^o$ productos = -4791,20

$$\Delta G_r^o = \Sigma\ G_f^o \text{ productos} - \Sigma\ G_f^o \text{ reactivos} = +18{,}83$$

$$\log K = -0{,}175\ .\ (+18{,}83) = -3{,}29$$

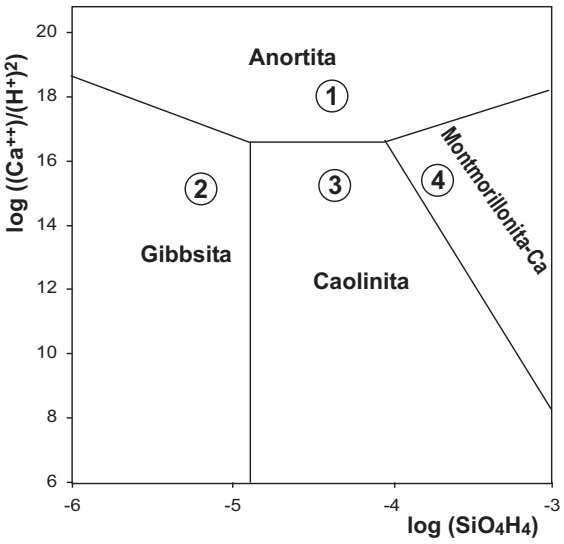
$$\mathbf{K = 10^{-3{,}29}}$$

En el Apéndice 1 se muestra cómo calcular *K* para temperaturas diferentes de 25ºC.

Diagramas de estabilidad

Un diagrama de estabilidad es un gráfico bidimensional[5] que nos permite conocer fácilmente lo que hemos aprendido a calcular en los apartados anteriores: si, para un agua determinada, una reacción reversible está en equilibrio o por el contrario la reacción está desequilibrada hacia la derecha o hacia la izquierda.

Veamos un ejemplo: la figura adjunta es una simplificación de la presentada por Tardy (1969, 1971) [6]. Si conocemos las actividades de Ca^{++}, H^+ (es decir, pH) y sílice, un agua se representa como un punto en el gráfico. Si un agua tiene mucho Ca^{++} y pH alto (poco H^+) puede aparecer en el punto 1; en ese caso, si el agua está en contacto con Anortita no la alterará. Por el contrario, si la actividad de Ca^{++} es menor y/o el agua es más ácida, la composición podría situarse en los puntos 2, 3 ó 4, y en todos los casos se alterará el feldespato a Gibbsita, Caolinita o a Montmorillonita dependiendo de la actividad de sílice: menor sílice (punto 2), mayor (punto 4).



Análogamente, si un agua cuya composición se refleja en el punto 3 encuentra Montmorillonita, este mineral se transformará en Caolinita. O si un agua de composición 2 encuentra Caolinita, la transformará en Gibbsita (y viceversa).

Si el punto representativo del agua estuviera justo sobre una de las líneas, eso significaría que el proceso reversible (entre los minerales a ambos lados de la línea) se encontraba en equilibrio. **Las líneas que separan los campos representan el equilibrio entre las fases de ambos lados de la línea.**

La expresión "la anortita se alterará a caolinita" o "la montmorillonita se transformará en caolinita" es una simplificación (la suma) de dos reacciones concatenadas: en realidad, primero un mineral se disgrega en sus componentes, que quedan en disolución: Ca, Si, Al, O,... Inmediatamente, parte de estos elementos se utilizan para formar otro mineral (normalmente, una arcilla). Los elementos no utilizados quedan en disolución (Ca, sílice,...).

[5] También se realizan diagramas en tres dimensiones, pero no son prácticos; aquí vamos a referirnos a los diagramas en dos dimensiones, que son los utilizados generalmente.

[6] Este diagrama acarrea una errata histórica: **en Freeze & Cherry (1979) se reprodujo con un error: en el eje vertical aparece (H^+) en lugar de $(H^+)^2$**. A partir de ahí, en varios libros y publicaciones, se ha reproducido esta errata, pues, aunque se cita a Tardy (1971), la figura se ha tomado de Freeze & Cherry. Al utilizar el diagrama con esa errata, las conclusiones obtenidas conllevan un error importante, ya que al representar el punto correspondiente a un agua, si el pH es 7, el punto aparecerá 7 unidades más abajo en el diagrama.

Por ejemplo, el proceso de alteración de Anortita con formación de Gibbsita (paso de 1 a 2 en el diagrama) se escribe así:

$$CaAl_2Si_2O_8 + 2H^+ + 6H_2O \rightleftarrows 2Al(OH)_3 + Ca^{++} + 2\ SiO_4H_4 \qquad (11)$$

Esa reacción no existe, refleja un proceso que es la suma de estas dos reacciones:

1ª) Disolución de la Anortita: $CaAl_2Si_2O_8 + 8H^+ \rightleftarrows 2Al^{3+} + Ca^{++} + 2\ SiO_4H_4$

2ª) Formación de Gibbsita: $2Al^{3+} + 6H_2O \rightleftarrows 2Al(OH)_3 + 6H^+$

Sumando miembro a miembro estas dos reacciones, resulta la mostrada inicialmente como (11).

(Antes de sumarlas, en la 2ª, se multiplicaron por 2 ambos miembros para que coincidiera el número de Al^{3+} con la 1ª reacción).

Construcción de un diagrama de estabilidad

La ecuación de cada recta es la ecuación del equilibrio entre las dos fases a ambos lados de esa recta. Veamos como ejemplo el equilibrio Anortita – Gibbsita mostrado en (11). Si aplicamos la ley de acción de masas en (11), resulta:

$$K = \frac{(Ca^{++})\cdot(SiO_4H_4)^2}{(H)^2} \qquad (12)$$

Tomando logaritmos, y después despejando la variable que figurará en el eje de ordenadas:

$$\log K = \log\left(\frac{(Ca^{++})}{(H)^2}\right) + 2\log(SiO_4H_4) \quad ; \quad \boxed{\log\left(\frac{(Ca^{++})}{(H)^2}\right) = \log K - 2\log(SiO_4H_4)} \qquad (13)$$

La última expresión (13) es la ecuación de una recta de pendiente –2 y ordenada en el origen log*K*. Según los datos de Tardy[7] (1969, 1971), logK=+6,78, de modo que la recta que separa los campos de la Anortita y la Gibbsita responde a la ecuación:

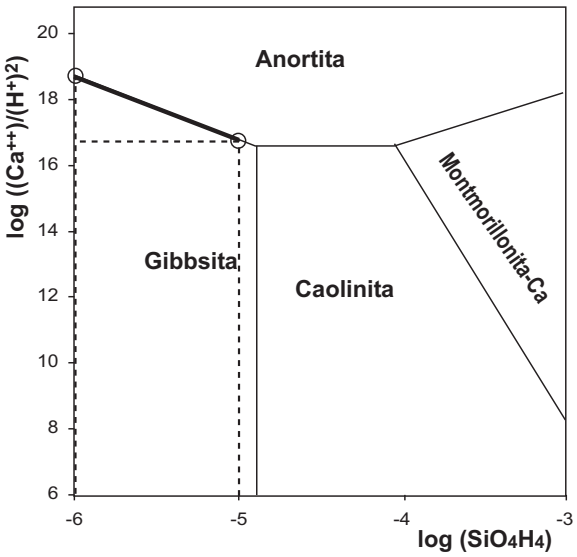
$$y = +6{,}78 - 2\,x$$

Para dibujar la recta, aplicamos la ecuación para dos valores de *x* :

$$x = -6 \rightarrow y = +6{,}78 - 2(-6) = 18{,}78$$
$$x = -5 \rightarrow y = +6{,}78 - 2(-5) = 16{,}78$$

Con estas dos parejas de coordenadas, dibujamos la línea que aparece en la figura anterior entre los campos de la Anortita y la Gibbsita.

Finalmente, hay que realizar cálculos similares entre las otras parejas de minerales para trazar las otras cuatro líneas.



Reacciones de oxidación-reducción

Ideas básicas

En todas las reacciones químicas que hemos visto, los elementos químicos pasan de un compuesto a otro sin cambiar su valencia (estado de oxidación). Por ejemplo, en la siguiente reacción el Ca tiene valencia +2 tanto a la izquierda como a la derecha de la reacción, y análogamente los otros elementos que intervienen:

$$CaSO_4 .2H_2O \rightleftarrows Ca^{++} + SO_4^{=} + 2\ H_2O$$

Por el contrario, en las reacciones de **oxidación-reducción** (abreviadamente **redox**) algún elemento cambia su valencia **perdiendo o ganando electrones**.

[7] Aunque existan valores más actualizados, aplicamos los valores de Tardy porque estamos reproduciendo su gráfico.

Por ejemplo, si el Fe^0 pierde dos electrones pasará a Fe^{2+}: $Fe^0 \longrightarrow Fe^{2+} + 2e^-$. En el Fe^0 están equilibradas las cargas positivas (protones) y las negativas (electrones); por tanto, si pierde dos negativos, se queda como Fe^{2+}.

Pero los electrones no se liberan como se indica en la reacción anterior. Si uno los pierde, otro los toma. **El que pierde electrones se oxida, el que los toma se reduce**.

Veámoslo en un caso corriente: la oxidación- reducción entre el Fe^{2+} y el Fe^{3+}:

El **hierro** pasa de Fe^{2+} a Fe^{3+}, perdiendo un electrón (**se oxida**):

$$4\ Fe^{2+} \rightleftarrows 4\ Fe^{3+} + 4\ e^- \qquad (14)$$

El **oxígeno** pasa de O^o a O^{-2}, tomando dos electrones (**se reduce**)

$$O_2 + 4\ H^+ + 4\ e^- \rightleftarrows 2\ H_2O \qquad (15)$$

Las dos anteriores se denominan *semireacción de oxidación* y *semireacción de reducción*. Sumándolas miembro a miembro, se obtiene la reacción de oxidación-reducción:

$$O_2 + 4\ Fe^{2+} + 4\ H^+ \rightleftarrows 4\ Fe^{3+} + 2\ H_2O \qquad (16)$$

También se dice que el oxígeno actúa como **oxidante** del hierro y el Fe^{2+} ha actuado como **reductor** del oxígeno: el oxidante se reduce y el reductor se oxida.

El poder oxidante del medio (en nuestro caso, el agua) se determina por el denominado **potencial redox**. En teoría, se mide con el parámetro ***pe***, que es igual a *-log (actividad de electrones)*, análogamente al ***pH*** , que es el *-log(actividad de H^+)*.

$$pH = -\log(H^+) \qquad (17)$$
$$pe = -\log(e^-) \qquad (18)$$

El ***pe*** es la definición teórica, pero la medida experimental se realiza en voltios (V) o milivoltios (mV) utilizando el parámetro ***Eh*** [8]. A 25ºC, ***pe*** = ***Eh***/0,059

Diagramas Eh-pH

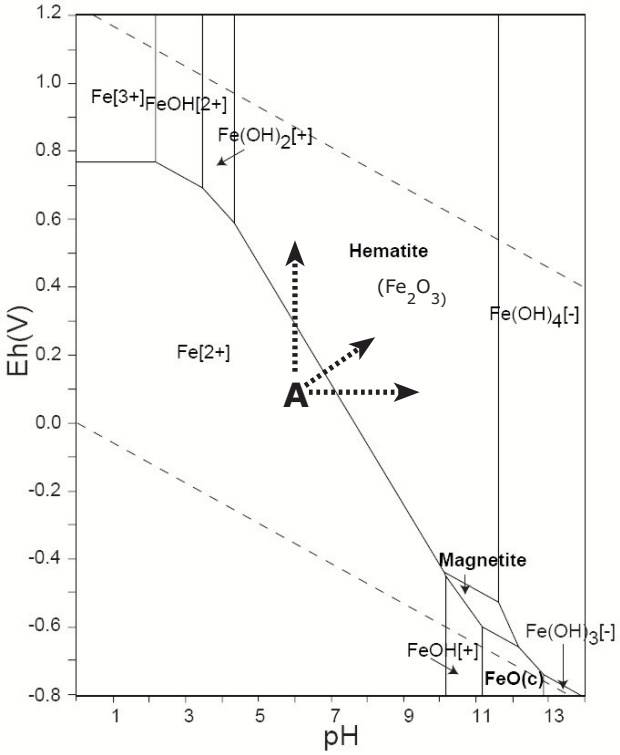
Muchos procesos químicos de gran interés en las aguas subterráneas se producen por cambios de la acidez del agua, de su estado de oxidación o de ambos simultáneamente.

Para apreciar conjuntamente ambas variables, se utilizan los diagramas Eh-pH o pe-pH. Son diagramas de estabilidad, como los que hemos visto, pero con estas variables en ambos ejes.

Aquí vemos un ejemplo referente a los iones de Fe (Takeno, 2005).

Por ejemplo, si un agua presentara un pH de 6 y un Eh de 0,1 quedaría representada en el punto **A**. Eso nos indica que el Fe estaría en disolución como Fe^{++}. Si el medio se hiciera más oxidante (flecha de puntos vertical), más básico (flecha horizontal) o ambas cosas a la vez (flecha inclinada), pasaríamos al campo del Fe_2O_3, es decir, que el hierro precipitaría como mineral Hematites.

Los límites verticales entre dos campos adyacentes representan reacciones que sólo se producen por cambios de pH (el Eh o pe no inlfuye). Análogamente, los límites horizontales reflejan equilibrios afectados solamente por cambios en el Eh.



[8] La referencia, el cero de la escala del **Eh**, es la medida en una disolución en la que se hace burbujear gas hidrógeno en una disolución de *pH*=0, produciéndose la siguiente reacción: $H_2 \longrightarrow 2H^+ + 2e^-$

Campo de estabilidad del agua

En el ejemplo anterior vemos dos líneas de trazos inclinadas: delimitan el campo de estabilidad del agua. Lo que está fuera de esas dos paralelas, no existe como disolución en el agua. Generalmente, en los diagramas pe-pH no se dibuja nada fuera de estos límites. La ecuación de estas dos rectas es fácil de calcular:

Límite superior: Si el medio fuera muy oxidante, el oxígeno del agua perdería electrones y el agua se descompondría de acuerdo con la reacción:

$$H_2O \rightleftarrows !½\ O_2\ (gas) + 2\ e^- + 2H^+ \qquad (19)$$

Aplicando la ley de acción de masas a este equilibrio y tomando logaritmos:

$$K = (P_{O2})^{½} \cdot (e^-)^2 \cdot (H^+)^2 \qquad (20)$$

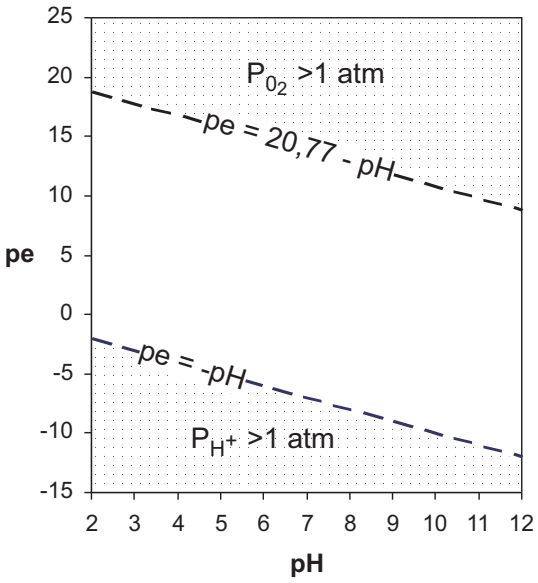
$$\log K = ½\ P_{O2} + 2\ \log(e^-) + 2\ \log(e^-) \qquad (21)$$

Como K= $10^{-41,53}$, y considerando las definiciones de pe y pH, resulta:

$$-41,53 = ½\ P_{O2} - 2\ pe - 2\ pH \qquad (22)$$

Considerando P_{O2} = 1 atm[9], y despejando pe, resulta la ecuación de una recta: el límite superior del campo de estabilidad del agua:

$$pe = 20,77 - pH \qquad (23)$$



Límite inferior: Si el medio fuera muy reductor, el H^+ del agua se reduciría de acuerdo con la reacción:

$$H^+ + e^- \rightleftarrows !!½\ H_2\ (gas) \qquad (24)$$

Aplicando la ley de acción de masas y tomando logaritmos:

$$K = \frac{(P_{H_2})^{½}}{(H^+)(e^-)} \qquad (25)$$

$$\log K = ½\ (P_{H2}) + pH + pe \qquad (26)$$

Como logK=0, y tomando (como hicimos para el límite superior) P_{H2}=1atm, resulta:

$$pe = -pH \qquad (27)$$

Por tanto las rectas (23) y (27) son los límites del campo de estabilidad del agua y se representan en la figura.

Ejemplo: trazado del límite entre Fe^{++} y Fe_2O_3

$Fe_2O_3 + 2\ e^- + 6H^+ \rightleftarrows !!2Fe^{2+} + 3H_2O$

Calculamos la constante de equilibrio : log K = +23,516

Aplicamos la ley de acción de masas:

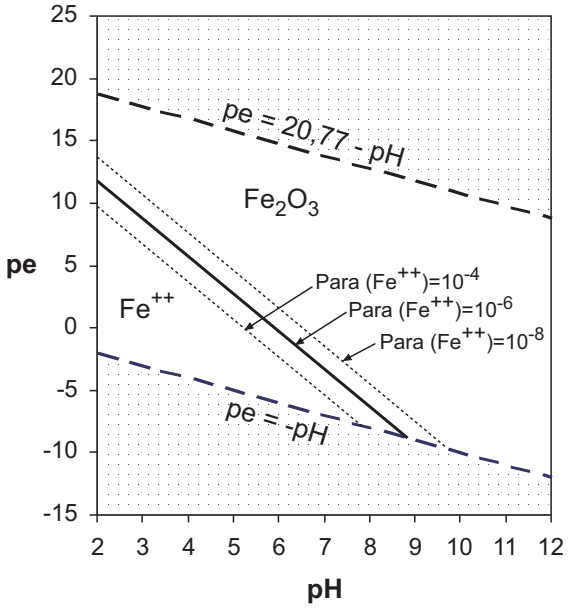
$$K = \frac{(Fe^{2+})^2}{(e^-)^2 (H^+)^6} \qquad (28)$$

Tomando logaritmos:

$$\log K = 2\ \log(Fe^{++}) + 2\ pe + 6\ pH \qquad (29)$$

Aplicando el valor de log K indicado arriba y despejando pe, resulta:

$$pe = 11,76 - \log (Fe^{2+}) - 3\ pH \qquad (30)$$



Para encontrar una relación entre pe y pH es preciso asignar un valor a (Fe^{++}); el valor normal de (Fe^{++})=10^{-6}. Con este dato, para dibujar una recta, asignamos dos valores al pH y calculamos los correspondientes pe con la ecuación (30):

pH = 2 ==> pe = 11,76 –(–6) – 3 ·2 = +11,76

pH = 8 ==> pe = 11,76 –(–6) – 3 ·8 = – 6,24

Y con estos dos puntos dibujamos la recta.

Para otras concentraciones de Fe^{2+}: Repitiendo el cálculo con (Fe^{2+})= 10^{-4} y (Fe^{2+})= 10^{-8} se obtienen rectas paralelas a la trazada (líneas de puntos en la figura).

[9] 1 atmóstera es la presión en la superficie de la tierra, pero la presión parcial del oxígeno P_{O2} es 0,22. Introduciendo este valor en (22) en lugar de obtener la expresión (23), obtendríamos : pe = 20,72 – pH. La diferencia es inapreciable.

Bibliografía

Drever, J.I. (1997).- *The geochemistry of Natural Waters*. Prentice Hall, 3ª ed. 436 pp.

Freeze, R. A.y J. A. Cherry (1979).- *Groundwater*. Prentice-Hall, 604 pp.

Kehew, A.E. (2001).- *Applied Chemical Hydrogeology*. Prentice Hall, 368 pp.

Langmuir, D. (1997).- *Aqueous Environmental Geochemistry.* Prentice-Hall, 600 pp.

Lloyd, J.W. y J.A. Heathcote (1985).- *Natural Inorganic Hydrochemistry in Relation to Groundwater*. Claredon Press, 296 pp.

Lindsay, W.L. (1979).- *Chemical equilibria in soils*. Wiley, 449 pp.

Merkel, B. y B. Planer-Friedrich (2008).- *Groundwater Geochemistry: A Practical Guide to Modeling of Natural and Contaminated Aquatic Systems*, Springer, 230 pp.

Takeno, M. (2005).- *Atlas of Eh-pH diagrams*. Geol. Survey of Japan, Open File Report No.419, http://www.gsj.jp/data/openfile/no0419/openfile419e.pdf

Tardy, Y. (1969).- Géochimie des altérations. Étude des arènes et des eaux de quelques massifs cristallins d'Europe et d'Afrique. *Memoires du Service de la Carte Géologique d'Alsace et de Lorraine*, nº 31, 199 pp.

Tardy, Y. (1971).- Characterization of the principal weathering types by the geochemistry of waters from some european and african crystalline massifs. *Chem. Geol.* **7**: 253-271.

Tardy, Y.; J. Duplay y B. Fritz (1986).- Stability fields of smectites and illites as a function of temperature and chemical composition. *Proceedings of the International Meeting "Geochemistry and Mineral Formation in the Earth Surface.* C.S.I.C., Granada, pp.461-494.

Zhu, C. y G. Anderson (2002).- *Environmental applications of geochemical modeling.* Cambridge University Press, 284 pp.

Apéndice 1. Cálculo de la constante de equilibrio de una reacción a una temperatura cualquiera

Hemos visto que para el cálculo de K a 25ºC es suficiente con disponer de datos de ΔG_f^o (**Energía libre estándar de formación** de cada sustancia). Para el cálculo de K a cualquier temperatura necesitaremos la **entropía** estándar (S^o) y la **entalpía** estándar de formación (ΔH_f^o).

En los correspondientes Apéndices de los textos que tratan este tema siempre aparecen los tres datos citados para cada elemento o sustancia. En un anexo presentamos algunos de los valores de ΔG_r^o, ΔH_r^o y ΔS_r^o que ofrece Drever (1997)

Para temperaturas distintas de 25ºC, la energía libre estándar de reacción se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\Delta G_r^o = \Delta H_r^o - T \cdot \Delta S_r^o \qquad \text{(A1.1)}$$

donde: $\Delta H_r^o = \Sigma \Delta H_f^o \text{ productos} - \Sigma \Delta H_f^o \text{ reactivos}$

$\Delta S_r^o = \Sigma S^o \text{ productos} - \Sigma S^o \text{ reactivos}$

T = temperatura absoluta (= temp. en ºC +273)

Finalmente, se aplica la expresión (8) para obtener la constante K.

Ejemplo. Calcular la constante del equilibrio de la reacción de disolución de la Halita a 10 ºC

	NaCl	⇄!!	Cl^- +	Na^+
Entalpías:	-411,3		-167,1 +	-240,3

$\Delta H_r^o = \Sigma\ \Delta H_f^o$ *productos* $- \Sigma\ \Delta H_f^o$ *reactivos* = (-167,1-240,3)-(-411,3)= +3,9

	NaCl	⇄!!	Cl^- +	Na^+
Entropías:	72,1		56,60 +	58,45

$\Delta S_r^o = \Sigma\ S^o$ *productos* $- \Sigma\ S^o$ *reactivos* = (56,60+58,45)-(72,10)= 42,95 Julios

$=42,95 .10^{-3}$ kJulios

(Atención: Mientras que ΔG_r^o y ΔH_r^o aparecen en kJ (kiloJulios), los datos de ΔS_r^o están en Julios, por lo que hay que multiplicar por 10^{-3} para homogeneizar las unidades)

Calculamos ΔG_r^o mediante la fórmula (10) para 10 ºC:

$\Delta G_r^o = \Delta H_r^o - T\ .\ \Delta S_r^o$

$=+3,9 - (273+10)\ .42,95.10^{-3} = -8,25$

Finalmente calculamos la K mediante la expresión (8):

$\log K = -\Delta G_r^o / (2,303\ .R\ .T) =$

$= -(-8,25) / (2,303\ .\ 8.3143\ .\ 10^{-3}\ (273+10)) = +1,52$

$\mathbf{K = 10^{+1,52}}$

Otro procedimiento para considerar la variación de la temperatura: la ecuación de Van't Hoff

Necesitamos solamente valores de ΔH_r^o.

$$\ln K_{T_2} - \ln K_{T_1} = \frac{\Delta H_r^0}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \qquad \text{(A1.2)}$$

Esta ecuación establece la relación entre las constantes a las temperaturas T_2 y T_1. Si ya conocemos la K a la temperatura estándar de 25ºC

Ejemplo. Como en el ejemplo anterior, calcular la constante del equilibrio de la reacción de disolución de la Halita a 10 ºC

Para que el cálculo del paréntesis se obtenga un valor positivo, hacemos T_1=(273+10), T_2=(273+25). Ya hemos calculado **la *K* a 25ºC**, utilizando los datos de ΔG_f^o. Obtuvimos

$\mathbf{K = 10^{+1,59}}$

En el ejemplo anterior hemos calculado la variación de entalpía en la reacción: $\boldsymbol{\Delta H_r^o = +3,9}$

Con estos dos datos ya podemos calcular la K a 10ºC a partir de la K a 25ºC mediante la ecuación de Van't Hoff:

$$\ln K_{25} - \ln K_{10} = \frac{+3,9}{8,3143.10^{-3}}\left(\frac{1}{(273+10)} - \frac{1}{(273+25)}\right)$$

$$\ln 10^{+1,59} - \ln K_{10} = 0,0834$$

$$\ln K_{10^o} = 3,6611-0,0834 = 3,5777 \implies \mathbf{K_{10} = 10^{+1,55}}$$

Apéndice 2. Modelos hidroquímicos

Los programas de ordenador pueden realizar diversas tareas, por lo que podemos clasificarlos en los siguientes grupos:

Cálculo de especies en disolución y cálculos de saturación. (***Speciation Models***). A partir de un análisis, el programa calcula los iones complejos, las actividades y los índices de saturación con respecto a diversos minerales.

Modelos directos. A partir de un agua conocida, el modelo calcula cómo evolucionará si reacciona con un mineral o un gas, o si cambia la temperatura, etc. Esquemáticamente (recuadrado el resulta doproporcionado por el modelo):

Agua nº 1 ± Procesos = Agua nº 2

Modelos inversos. Sobre un esquema igual al anterior:

Agua nº 1 ± Procesos = Agua nº 2

Aquí la composición inicial y la final son datos. El programa calcula qué reacciones de disolución y/o precipitación y en qué cantidades han debido tener lugar para que el agua nº 1 se haya transformado en el agua nº 2.

Mientras que en el modelado directo el programa calcula la composición resultante, en el inverso la composición final es un dato y debe calcular los procesos para llegar ahí.

En ambos casos, directos e inversos, en la parte izquierda puede considerarse la mezcla de varias aguas y otras variables.

Modelos que incluyen el transporte *(Coupled mass transport models)*. Se trata de calcular la evolución de la composición química del agua suponiendo el movimiento del agua en una dimensión (a lo largo de un tubo), para lo que hay que considerar, además de los procesos químicos, los procesos de transporte: advección, dispersión hidrodinámica y difusión molecular. (Ver "Transporte de contaminantes con Visual Modflow", sección *Complementos*)

Programas existentes

Los programas más utilizados (se citan solamente programas de dominio público) son los siguientes:

PHREEQC

Desarrollado y mantenido por el USGS (Servicio Geológico USA).

Además de la versión original (sin interfaz gráfica) existen dos versiones con interfaz gráfica para Windows (con ventanas, menús, etc): **PHREEQCI** y **PHREEQC for Windows** . La primera ha sido realizada por el propio USGS y la segunda por Vincent Post. Con pequeñas diferencias, ambas ofrecen las mismas prestaciones.

Página general del USGS : http://wwwbrr.cr.usgs.gov/projects/GWC_coupled/phreeqc/

Web de V.Post : http://pfw.antipodes.nl

MINTEQA2

Desarrollado por la EPA (Environmental Protection Agency USA).

http://www2.epa.gov/exposure-assessment-models/minteqa2

NETPATH

También desarrollado por el USGS, realiza modelización inversa.

http://wwwbrr.cr.usgs.gov/projects/GWC_coupled/netpath/

Energías Libres de Formación (ΔG_f^o) en kJulios/mol

	Kehew	Lloyd	Drever	Lindsay (*)
Al_3^+(aq)	-489,4	-489,40	-487,65	-491,24
Ba_2^+(aq)	-555,4	-560,70	-555,36	
Ca^{++}	-553,6	-553,54	-552,80	-554,83
Cl^-(aq)	-131,2	-131,30	-131,20	-131,34
CO_2(gas)	-394,4	-394,37	-394,37	-394,65
CO_3=	-527,0	-527,90	-527,90	-528,29
F^-(aq)	-281,5	-278,80	-281,50	-284,41
Fe^{++}	-90,0	-78,87	-82,88	-91,27
Fe^{+++}	-16,7		-8,56	-16,83
H^+ (aq)	0,0	0,00		
H_2CO_3	-623,2		-623,14	-623,62
H_2O		-237,18	-237,14	-237,35
H_4O_4Si (aq)	-1307,8	-1316,70	-1307,90	-1309,04
HCO_3^-	-586,8	-586,80	-586,80	587,28
K+	-282,5		-282,50	-282,65
Mg^{++}(aq)	-455,4	-454,80	-455,40	-456,40
Na^+	-261,5		-262,00	-262,05
NO_3^-	-110,8	-111,30	-108,74	-111,54
O_2 (aq)		16,32		16,33
OH^- (aq)	-157,3	-157,30	-157,20	-157,38
SO4= (aq)	-744,0	-744,60	-744,00	-745,04
Sr++ (aq)	-563,8	-559,40	-563,83	
Oxidos e hidróxidos				
$Al(OH)_3$ (Gibsita)	-1154,9	-1155,00	-1154,86	-1157,36
$Fe(OH)_3$ (amorfo)	-696,5	-699,00		-708,62
$Fe(OH)_3$ (suelo)				-713,43
Fe_2O_3 (Hematites)			-742,80	
Fe_3O_4 (Magnetita)			-1012,90	
$Mg(OH)_2$ (Brucita)	-833,5	-833,50	-833,51	-834,89
SiO_2 (suelo)				-852,06
SiO_2 (cuarzo)		-856,67	-856,30	-855,87
SiO_2 (amorfa)		-850,73	-849,10	-850,00

	Kehew	Lloyd	Drever	Lindsay (*)
Carbonatos				
$BaCO_3$(Witherita)	-1132,2	-1132,00	-1132,21	
$CaCO_3$ (Aragonito)	-1127,4	-1127,80	-1128,30	-1129,89
$CaCO_3$ (Calcita)	-1128,5	-1128,80	-1129,07	-1101,13
$CaMg(CO_3)_2$ (Dolomita)	-2161,3	-2161,70	-2161,70	-2169,81
$FeCO_3$(Siderita)		-666,70	-673,05	-678,05
$MgCO_3$ (Magnesita)	-1029,5		-1012,10	-1027,32
$SrCO_3$ (Estroncianita)	-1137,6	-1137,60	-1144,73	
Sulfuros y Sulfatos				
$BaSO_4$(Barita)	-1362,5	-1362,00	-1362,20	
$CaSO_4$ (Anhidrita)	-1321,8	-1321,70	-1321,98	
$CaSO_4.2H_2O$ (Yeso)	-1797,0	-1797,20	-1797,36	-1801,04
FeS_2 (pirita)	-160,1	-160,20	-166,90	-162,36
$Na_2SO_4^=$ (Thenardita)	-1269,8		-1269,80	
$Na_2SO_4^=$,$10H_2O$(Mirabillita)			-3646,40	
$SrSO_4$ (Celestina)	-1339,6	-1341,00	-1345,70	
Haluros				
CaF_2 (Fluorita)				-1183,11
KCl	-408,6		-408,60	-410,01
NaCl	-384,2		-384,14	-393,39
Silicatos				
Albita	-3710,6	-3710,70	-3711,50	
Anortita	-4007,9	-4017,30	-4002,20	-4022,18
Beidellita-Ca			-5346,00	
Beidellita-Na			-5343,00	-5364,17
Caolinita	-3797,5	-3799,00	-3785,80	-3806,76
Clorita		-1962,00	-8207,80	-8195,91
Flogopita (**)			-5845,57	
Microclina/Feldes K	-3749,3		-3742,90	-3745,97
Moscovita	-5608,4	-5614,50	-5608,40	-5606,75

(*) Lindsay presenta los datos en calorías y aquí están convertidos a julios

(**) Este dato procede de Drever (1982, edición anterior del mismo texto)

Constantes termodinámicas (Drever, 1997)

	ΔG_f^o (kJ/mol)	ΔH_f^o (kJ/mol)	G^o (J/mol/K)
Al_3^+(aq)	-487,65	-540	-340
Ba_2^+(aq)	-555,36	-532,5	8,4
Ca^{++}	-552,8	-543	-56,2
Cl^-(aq)	-131,2	-167,1	56,6
CO_2(gas)	-394,37	-393,51	213,7
CO_3=	-527,9	-675,2	-50
F^-(aq)	-281,5	-335,35	-13,8
Fe^{++}	-82,88	-89	
Fe^{+++}	-8,56	-48,85	-8,56
H^+ (aq)	0,0	0,00	0,00
H_2CO_3	-623,14	-699,09	189,31
H_2O	-237,14	-285,83	69,95
H_4O_4Si	-1307,9	-1457,3	
HCO_3^-	-586,8	-689,9	98,4
K+	-282,5	-252,14	101,2
Mg^{++}(aq)	-455,4	-467	-237
Na^+	-262	-240,34	58,45
NO_3^-	-108,74	-205	146,4
OH^- (aq)	-157,2	-230	-10,9
SO4= (aq)	-744	-909,34	18,5
Sr++ (aq)	-563,83	-550,9	-35,1
Oxidos e hidróxidos			
$Al(OH)_3$ (Gibsita)	-1154,86	-1293,1	68,4
$Fe(OH)_3$	648,3	802,50	
Fe_2O_3 (Hematites)	-742,8	-824,7	87,7
Fe_3O_4 (Magnetita)	-1012,9	-1116,1	146
$Mg(OH)_2$ (Brucita)	-833,51	-924,54	63,18
SiO_2 (cuarzo)	-856,3	-910,7	41,5
SiO_2 (amorfa)	-849,1	-899,7	

	ΔG_f^o (kJ/mol)	ΔH_f^o (kJ/mol)	G^o (J/mol/K)
Carbonatos			
$BaCO_3$(Witherita)	-1132,21	-1210,85	112,1
$CaCO_3$ (Aragonito)	-1128,3	-1206,4	93,9
$CaCO_3$ (Calcita)	-1129,07	-1207,6	91,7
$CaMg(CO_3)_2$ (Dolomita)	-2161,7	-2324,5	155,2
$FeCO_3$(Siderita)	-673,05	-753	
$MgCO_3$ (Magnesita)	-1012,1	-1095,8	65,7
$SrCO_3$ (Estroncianita)	-1144,73	-1225,8	97,2
Sulfuros y Sulfatos			
$BaSO_4$(Barita)	-1362,2	-1473,2	132,2
$CaSO_4$ (Anhidrita)	-1321,98	-1435,5	106,5
$CaSO_4.2H_2O$ (Yeso)	-1797,36	-2022,92	193,9
FeS_2 (pirita)	-166,9	-178,2	52,9
$Na_2SO_4^=$ (Thenardita)	-1269,8	-1387,8	149,6
$Na_2SO_4^=$,$10H_2O$(Mirabillita)	-3646,4	-4327,1	592
$SrSO_4$ (Celestina)	-1345,7	-1456,9	
Haluros			
KCl	-408,6	-436,5	82,6
NaCl	-384,14	-411,15	72,1
Silicatos			
Albita	-3711,5	-3935,1	207,4
Anortita	-4002,2	-4227,8	199,3
Caolinita	-3785,8	-4133	
Clorita	-8207,8	-8857,4	465,3
Flogopita (**)	-5845,57	-6226,10	318,4
Microclina/Feldes K	-3742,9	-3681,1	214,2
Moscovita	-5608,4	-5984,4	305,3

(**) Este dato procede de Drever (1982)

Proporción de las diversas especies carbonatadas

El agua de lluvia disuelve pequeñas cantidades de CO_2 de la atmósfera, y, si se infiltra en un suelo con cierto desarrollo vegetal, disuelve mucho más CO_2 de los poros del suelo: allí la cantidad de CO_2 es unas mil veces superior a la de la atmósfera.

Inmediatamente se produce la siguiente reacción entre el CO_2 y el agua[1]:

$$CO_2(gas) + H_2O \rightleftarrows H_2CO_3 \qquad (1)$$

Pero el H_2CO_3 es muy inestable, y *la mayor parte* se disocia de acuerdo con la reacción siguiente:

$$H_2CO_3 \rightleftarrows HCO_3^- + H^+ \qquad (2)$$

Y, finalmente, una pequeña parte del HCO_3^- también se disocia generando carbonato y más acidez:

$$HCO_3^- \rightleftarrows CO_3^{=} + H^+ \qquad (3)$$

¿Por qué se han usado las expresiones *la mayor parte* y *una pequeña parte*? Lo veremos: Si aplicamos la Ley de Acción de Masas a las tres reacciones anteriores[2], resulta:

$CO_2 + H_2O \rightleftarrows H_2CO_3$ (1)	$K_{CO_2} = 10^{-1,47} = \frac{(H_2CO_3)}{P_{CO_2}}$ (1b)
$H_2CO_3 \rightleftarrows HCO_3^- + H^+$ (2)	$K_{H_2CO_3} = 10^{-6,35} = \frac{(H^+)(HCO_3^-)}{(H_2CO_3)}$ (2b)
$HCO_3^- \rightleftarrows CO_3^{=} + H^+$ (3)	$K_{HCO_3^-} = 10^{-10,33} = \frac{(H^+)(CO_3^{=})}{(HCO_3^-)}$ (3b)

Los valores de las tres *K* (estos son para 25 ºC) son los que hacen que la reacción (2) alcance el equilibrio con una concentración mayor de HCO_3^- que de H_2CO_3, y que la reacción (3) llegue a su equilibrio con una concentración de $CO_3^{=}$ mucho menor que de HCO_3^-. Veámoslo con números y con un **ejemplo**:

Cálculo de la proporción de especies carbonatadas en un agua con pH=7 y fuerza iónica I=0,05, temperatura= 25ºC

Para la proporción entre carbonato y bicarbonato, despejamos en la ecuación (3b):

$$(CO_3^{=}) = (CO_3H^-)\frac{10^{-10,33}}{10^{-7}} = (HCO_3^-)\ 10^{-3,33} \qquad (4)$$

Pero en la Ley de Acción de Masas intervienen las *actividades*, y sabemos que:

Actividad = Concentración x coeficiente de actividad

[1] En realidad, se producen dos equilibrios: $CO_2(gas) \rightleftarrows CO_2(disuelto)$; $CO_2(disuelto)+H_2O \rightleftarrows H_2CO_3$
Estos dos se combinan en la reacción (1); el **H_2CO_3** que aparece en ella es en realidad **H_2CO_3+ CO_2(disuelto)**

[2] Las actividades se expresan entre paréntesis, (Ca^{++}), y las concentraciones entre corchetes, $[Ca^{++}]$

Para una fuerza iónica de I=0,05, valor que hemos tomado como ejemplo, los coeficientes de actividad de carbonato y bicarbonato serían respectivamente 0,48 y 0,85. Convirtiendo actividades en concentraciones en (4), quedaría:

$$[CO_3^{=}] \cdot 0{,}48 = [HCO_3^{-}] \cdot 0{,}85 \cdot 10^{-3{,}33}$$

$$[CO_3^{=}] = [HCO_3^{-}] \cdot 0{,}00083 \qquad (5)$$

O sea: que la concentración de carbonato resulta ser menor que la milésima parte que la concentración de bicarbonato.

Análogamente repetimos el cálculo para conseguir la relación entre bicarbonato y ácido carbónico, despejando en la ecuación (2b):

$$(H_2CO_3) = (HCO_3^{-}) \frac{10^{-7}}{10^{-6{,}35}} = (HCO_3^{-})\ 10^{-0{,}65} \qquad (6)$$

Y si de nuevo tenemos en cuenta el cambio de actividades a concentraciones con los mismos valores de los coeficientes de actividad utilizados más arriba:

$$[H_2CO_3] = [HCO_3^{-}] \cdot 0{,}85 \cdot 10^{-0{,}65}$$

$$[H_2CO_3] = [HCO_3^{-}] \cdot 0{,}19 \qquad (7)$$

Si queremos hallar los % de las tres especies carbonatadas[3], podemos establecer:

$$100 = [H_2CO_3] + [HCO_3^{-}] + [CO_3^{=}] \qquad (8)$$

Sustituyendo en (8) los valores de (5) y (7), resulta:

$$100 = [HCO_3^{-}] \cdot 0{,}19 + [HCO_3^{-}] + [HCO_3^{-}] \cdot 0{,}00083 \qquad (9)$$

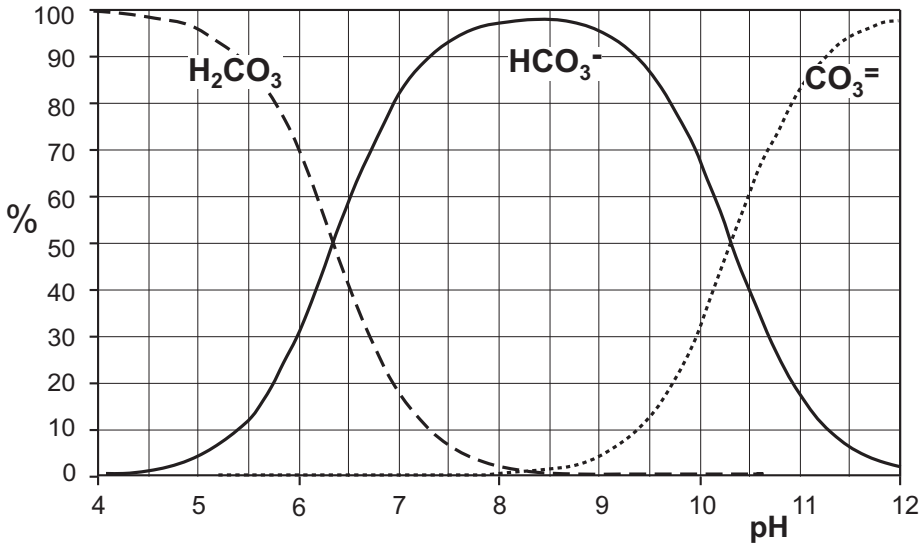
Despejando resulta: $[CO_3H^{-}] = 83{,}94$

Y sustituyendo este valor de $[HCO_3^{-}]$ en las expresiones (5) y (7) se obtiene respectivamente:

$$[CO_3^{=}] = 83{,}94 \cdot 0{,}00083 = 0{,}07$$

$$[H_2CO_3] = 83{,}94 \cdot 0{,}19 = 15{,}99$$

Como en (8) habíamos establecido un total de 100, estos resultados indican que el 84% es CO_3H^{-}, el 16% es H_2CO_3, y solamente el 0,07% se encuentra en forma de $CO_3^{=}$. Si repitiéramos el cálculo de este ejemplo para varios valores de pH entre 4 y 12, podríamos representar los resultados en el gráfico siguiente[4], apreciando la diversa presencia de una u otra especie dependiendo del pH:



En aguas muy ácidas predomina el H_2CO_3 y en aguas muy básicas el mas abundante sería el $CO_3^{=}$. El pH de las aguas subterráneas normalmente varía entre 7 y 9, por lo que predomina el HCO_3^{-}

[3] Bajo la denominación H_2CO_3 englobamos también al CO_2, es decir: como si la disociación indicada en el equilibrio (1) no se produjera

[4] Este gráfico se ha construído con los coeficientes de actividad=1 (es decir, considerando *concentraciones* igual a *actividades*). Con los coeficientes utilizados en el ejemplo anterior (0,85 y 0,48), se obtiene el mismo gráfico ligeramente desplazado a la izquierda.
(Una hoja Excel "Cálculo de las especies carbonatadas en disolución", con el cálculo de estas curvas puede verse en http://hidrologia.usal.es, en la página de **Complementos**)

Disolución de Calcita

Cuando el agua encuentra calcita, la disuelve de acuerdo con la reacción siguiente, a la que también aplicamos la Ley de Acción de Masas:

$Ca\,CO_3 \rightleftarrows Ca^{++} + CO_3^{=}$ (10)	$K_{CO_3Ca} = 10^{-8,40} = (Ca^{++})\cdot(CO_3^{=})$ (10b)

Por tanto, esta disolución se produce hasta que se cumple que el producto de $(CO_3^{=})$ por (Ca^{++}) alcanza el valor de $10^{-8,40}$. Ese valor es tan pequeño (para comparar: la K del yeso es $10^{-4,5}$, y la de la Halita $10^{+1,6}$) que la calcita debería ser un mineral bastante insoluble: valores pequeñísimos de $(CO_3^{=})$ y de (Ca^{++}) ya harían que su producto alcanzara el valor de $10^{-8,40}$. Pero sabemos que esto no es cierto, los procesos de disolución de calizas son muy importantes. La causa es que, ya hemos visto más arriba, la mayor parte del carbonato se transforma en bicarbonato

$$CO_3^{=} + H^{+} \rightleftarrows HCO_3^{-}$$

Y mientras el $CO_3^{=}$ desaparezca de este modo, el producto $(CO_3^{=})\cdot(Ca^{++})$ nunca va a alcanzar el tope de $10^{-8,40}$, por muy pequeño que sea este número, y por tanto la calcita seguirá disolviéndose.

También parte del CO_3H^{-} se transforma en H_2CO_3, y también parte del H_2CO_3 recién creado se disocia en CO_2 y H_2O:

$$HCO_3^{-} + H^{+} \rightleftarrows ! H_2CO_3$$

$$H_2CO_3 \rightleftarrows ! CO_2 + H_2O$$

Vemos que las tres reacciones anteriores son las mismas reacciones (3), (2) y (1) que ya conocemos. Vamos a repetirlas todas juntas en el orden en que se van afectando cuando se disuelve la calcita:

$CaCO_3 \rightleftarrows Ca^{++} + CO_3^{=}$ (10)	$K_{CaCO_3} = 10^{-8,40} = (Ca^{++})(CO_3^{=})$ (10b)
$HCO_3^{-} \rightleftarrows H^{+} + CO_3^{=}$ (3)	$K_{HCO_3^{-}} = 10^{-10,33} = \dfrac{(H^{+})(CO_3^{=})}{(HCO_3^{-})}$ (3b)
$H_2CO_3 \rightleftarrows H^{+} + HCO_3^{-}$ (2)	$K_{H_2CO_3} = 10^{-6,35} = \dfrac{(H^{+})(HCO_3^{-})}{(H_2CO_3)}$ (2b)
$CO_2 + H_2O \rightleftarrows H_2CO_3$ (1)	$K_{CO_2} = 10^{-1,47} = \dfrac{(H_2CO_3)}{P_{CO_2}}$ (1b)

Supongamos que el agua hubiera alcanzado los equilibrios (1), (2) y (3) con el CO_2 del suelo, después de lo cual encuentra calcita y la disuelve. La entrada de carbonato en la disolución desplaza el equilibrio (3) hacia la izquierda, aumentando el HCO_3^{-} y disminuyendo el H^{+}. Esto desequilibra la reacción (2) hacia la derecha[5], lo que disminuye el H_2CO_3. Y esto, finalmente, desequilibra el (1) hacia la derecha, con disminución de CO_2.

Cuando se alcancen los cuatro equilibrios, el agua estará saturada con respecto a la calcita y no disolverá más. Pero si varía el pH o el contenido de CO_2 los equilibrios se romperán.

El caso más frecuente es cuando el agua sale al exterior y pierde CO_2 (Es bien sabido que precipita calcita: estalactitas, etc..., pero veamos por qué). El (1) se desequilibra a la izquierda. La

[5] Si el (HCO_3^{-}) aumenta y el (H^{+}) disminuye, el producto de ambos disminuye (y por so se desequilibra a la izquierda) ya que el valor absoluto de (H^{+}) es mucho menor que el de (HCO_3^{-}).
Veámoslo con un ejemplo simple: El producto de 3 x 3000 = 9000. Si quitamos una unidad al factor pequeño y la añadimos al grande, queda: 2x3001=6002, lo que disminuye el producto.

pérdida de H_2CO_3 desequilibra el (2) a la izquierda, con lo que disminuyen HCO_3^- y H^+. Esto afecta al (3) hacia la derecha[6], con lo que aumenta el $CO_3^=$, lo que, finalmente desequilibra el (10) precipitando calcita.

Sistema abierto y cerrado

Es muy importante retener de todo lo anterior que **la disolución de calcita consume acidez (H^+) y CO_2**. Por tanto, si el proceso de disolución de calcita se está realizando en un ambiente del que el agua puede tomar más CO_2 a medida que se le va gastando el que tenía, disolverá mucha más calcita (se denomina disolución en **Sistema Abierto**). Por el contrario, si el agua no puede reabastecerse de CO_2 se alcanzará la saturación mucho antes (**Sistema Cerrado**). Hablar de reabastecimiento de CO_2 es lo mismo que hablar de reposición de la acidez perdida, pues ya veíamos en (1), (2) y (3), que el CO_2 generaba acidez en el agua.

Estos dos posibles escenarios (Sistemas Abierto y Cerrado) se presentan respectivamente en el suelo y en el acuífero. En el suelo, a medida que el agua agota su CO_2, lo toma de la atmósfera del suelo, que lo genera constantemente por las raíces y la descomposición de materia orgánica, lo que devuelve acidez al agua. En cambio, cuando el agua alcanza la superficie freática y se incorpora al flujo regional del agua subterránea, a medida que va agotando H^+ y CO_2, raramente los puede recuperar. La excepción pueden ser las reacciones de oxidación-reducción que generan H^+.

pH de equilibrio

Otro modo de comprobar si un agua disolverá o precipitará calcita es considerando el *pH de equilibrio:* es el valor concreto de pH (para unos valores de Ca^{++} y especies carbonatadas determinados) para el que el agua no disuelve ni precipita.

Si conocemos el pH de equilibrio, un pH más ácido disolverá y uno más básico precipitará. Podemos llegar a una expresión de dicho valor a partir de las cuatro expresiones de la Ley de Acción de Masas de este modo:

- Despejamos (CO_3H_2) de (1b) y sustituimos en (2b).
- En la expresión resultante, despejamos (CO_3H^-) y sustituimos en (3b).
- En la expresión resultante, despejamos ($CO_3^=$) y sustituimos en (8b).

Después de todo esto debemos obtener la siguiente ***expresión del pH de equilibrio***:

$$(H^+) = 10^{-4,87}\sqrt{P_{CO_2}.(Ca^{++})} \qquad (11)$$

Si queremos dejarlo en función del CO_3H^- y del Ca^{++}, bastaría despejar $CO_3^=$ en (3b) y sustituir en (8b). La nueva expresión del pH de equilibrio sería:

$$(H^+) = 10^{-1,93}\,(HCO_3^-)\,(Ca^{++}) \qquad (12)$$

Con cualquiera de las dos expresiones, calculamos el pH de equilibrio, lo comparamos con el real para comprobar si disuelve o precipita calcita. Si disponemos de datos de (HCO_3^-), (Ca^{++}) y pH, se puede resolver directamente, como en el siguiente ejemplo.

Ejemplo. Un agua con 48 mg/L del Ca^{++}, 334 mg/L de CO_3H^- y un pH de 7,21, ¿disuelve o precipita calcita?

Calculamos las actividades:

	mg/L	Concentración (mol/L)	γ	Actividad (mol/L)
(HCO_3^-)	334	$334.10^{-3}/61=5,47.10^{-3}$	0,90	$4,93.10^{-3} = \mathbf{10^{-2,31}}$
(Ca^{++})	48	$48.10^{-3}/40= 1,20.10^{-3}$	0,68	$0,81.10^{-3} = \mathbf{10^{-3,09}}$
(H^+)	El pH-metro mide directamente actividad ...			$\mathbf{10^{-7,21}}$

[6] Lo mismo explicado en la nota al pié de la página anterior. Ahora es en un cociente: (H^+) / (HCO_3^-) . Disminuyen el numerador y el denominador: si la fracción 3/3000 cambia a 2/2999, el cociente disminuye. Para recobrar el equilibrio debe aumentar el numerador de (3b), por tanto (3) se desequilibra hacia la derecha.

Con la actividad de (HCO_3^-) calculamos ($CO_3^=$) mediante la expresión (3b):

$$(CO_3^=) = 10^{-10,33} (HCO_3^-) / 10^{-7,21} = 10^{-5,43}$$

Calculamos el PAI (producto de actividades iónicas) : ($CO_3^=$) . (Ca^{++}) :

$$10^{-5,43} . 10^{-3,09} = 10^{-8,52}$$

Como este valor es menor que la *K* de la calcita ($10^{-8,40}$), ese agua disolvería ese mineral, aunque está muy cerca del equilibrio.

También puede hacerse el cálculo con la fórmula (12). El pH de equilibrio sería:

$$(H^+) = 10^{-1,93} (HCO_3^-) (Ca^{++}) = 10^{-1,93} . 10^{-2,31} . 10^{-3,09} = 10^{-7,33}$$

Por tanto, el pH de equilibrio sería 7,33 y como el pH medido es 7,21 (ligeramente más ácido) la solución es la misma: disolvería calcita, aunque está casi en el equilibrio.

Disolución incongruente de dolomita

La dolomita se disuelve de acuerdo con la reacción:

$CaMg(CO_3)_2 \rightleftarrows Ca^{++} + Mg^{++} + 2\,CO_3^=$ (13)	$K_{CaMg(CO_3)_2} = 10^{-17,00} = (Ca^{++})(Mg^{++})(CO_3^=)^2$ (13b)

Supongamos que un agua pasa de una formación de calizas a otra de dolomías. Si ha estado el tiempo suficiente en la primera, al salir de ella, se cumplirá exactamente que ($CO_3^=$).(Ca^{++})=$10^{-8,40}$

Pero si en las calizas el agua no ha dispuesto de una fuente de Mg^{++}, el producto (Ca^{++}).(Mg^{++}).($CO_3^=$)^2 sería cero, al serlo el segundo factor. Por tanto disolverá dolomita, pero entonces, además de Mg^{++}, entrarán en disolución, Ca^{++} y doble de $CO_3^=$, y estos harán que (Ca^{++}).($CO_3^=$) >$10^{-8,40}$, con lo que precipitará calcita. Es un ejemplo típico del **efecto de ión común**.

Al producirse simultáneamente la disolución de dolomita y precipitación de calcita, se habla de **disolución incongruente de dolomita**[7].

Referencias

Kehew, A.E. (2001).- *Applied Chemical Hydrogeology*. Prentice Hall, 368 pp.

Langmuir, D. (1997).- *Aqueous Environmental Geochemistry.* Prentice-Hall, 600 pp.

Lloyd, J.W. y J.A. Heathcote (1985).- *Natural Inorganic Hydrochemistry in Relation to Groundwater*. Claredon Press, 296 pp.

[7] En general se habla de *disolución incongruente* cuando al producirse la disolución de un mineral queda un residuo sólido, algún mineral secundario, como las arcillas que quedan tras la alteración de los feldespatos

Evolución geoquímica de las aguas subterráneas

Cuando observamos el análisis químico del agua extraída de un sondeo o tomada de un manantial, nos planteamos cómo se ha conseguido esa composición, qué procesos se han producido para llegar a ella. A veces, la respuesta es obvia: un agua sulfatada cálcica procedente de una zona de yesos. Pero en muchas ocasiones, es muy difícil explicar la presencia de algunos elementos o sus concentraciones aparentemente anómalas.

El estudio de la química del agua subterránea es importante en dos aspectos:

- **Calidad del agua**. Si estudiamos la composición del agua pensando en su potabilidad, resulta de grán interés comprender los procesos que han provocado la adquisición de elementos indeseables o que, por el contrario, pueden ayudar a que esos elementos salgan del agua, por precipitación química, adsorción, etc.
- **Estudio del flujo subterráneo regional**. El conocimiento de una cuenca o de un sistema acuífero requiere entender el sistema regional de flujo, áreas de recarga y descarga, etc. Si disponemos de una buena red de piezómetros, podremos construir mapas de isopiezas y cortes que nos informen al respecto. Pero los datos piezométricos normalmente son escasos o inexistentes, y siempre son difíciles de conseguir. La composición química de las aguas subterráneas puede aportar una información muy valiosa sobre el comportamiento hidrogeológico regional, el análisis químico es como el *curriculum vitae* de esa agua, si sabemos interpretarlo.

Para ello hay que conocer los procesos que inciden en la evolución química del agua. El tema es muy complejo y vamos a reseñar los aspectos más fundamentales

Precipitaciones

El agua de la lluvia, incluso en zonas libres de contaminación, tiene pequeñas cantidades de sustancias disueltas procedentes del polvo atmosférico (cantidades del orden de 0,2-0,4 mg./L de cada ión, en ocasiones mayores); en áreas costeras el Na^+ puede llegar a unos pocos mg/L por el aerosol de agua marina.

Un caso especial lo constituyen las *lluvias ácidas* , que en algunas regiones llegan a destruir la vegetación o alterar la vida acuática en lagos. La causa es el azufre emitido por diversas industrias y centrales eléctricas. El azufre es emitido como partículas de S o como gas SO_2. Se producen las siguientes reacciones:

$$S + O_2 \leftrightharpoons SO_2 \quad ; \quad SO_2 + H_2O + \tfrac{1}{2} O_2 \leftrightharpoons SO_4^{=} + 2H^+ \qquad (1)$$

En cualquier caso, después de producida la precipitación, las pequeñísimas concentraciones contenidas en el agua se concentran por destilación: Si se evapora el 90% de la precipitación, en el agua restante, las concentraciones se multiplicarán por 10.

Por tanto, al intentar explicar el origen de algunos iones en un agua subterránea, no hay que olvidar que una parte puede no haber sido adquirida en el terreno, sino provenir de la atmósfera.

Evolución en el suelo

La etapa de infiltración a través del suelo es muy importante para la composición química de un agua subterránea. Con frecuencia, gran parte de la *personalidad geoquímica* del agua subterránea se adquiere en los primeros metros de su recorrido, aunque después haya recorrido varios kilómetros el subsuelo. Esto es debido principalmente a que el agua en el suelo es **ácida** por la reacción del CO_2 con el agua (los poros del suelo presentan una elevada concentración en este gas):

$$CO_2 + H_2O \leftrightharpoons HCO_3^- + H^+ \qquad (2)$$

Esta acidez hace que el agua sea muy agresiva con los silicatos y carbonatos. En las reacciones de disolución de estos minerales intervienen los H^+, y la acidez disminuye. Por ejemplo:

$$\text{Anortita} + H_2O + \mathbf{H}^+ \leftrightharpoons \text{Arcilla} + Ca^{++} + \text{Sílice} \qquad (3)$$

Si el agua permanece en el suelo, siempre hay CO_2 presente y recupera, mediante la reacción (2), la acidez que ha consumido en la alteración. Esto mantendrá su agresividad mientras permanezca en el suelo, pero si ya ha llegado a un acuífero, en el medio saturado normalmente no hay aportes de acidez, luego el agua se hace básica y pierde su capacidad de disolver carbonatos y alterar silicatos.

Evolución en los acuíferos

Desde que el agua alcanza la superficie freática más próxima hasta que sale al exterior en un río, manantial o captación, pueden transcurrir unos días o miles de años, y el recorrido puede ser de unos metros o de varios kilómetros. Por tanto, la evolución química del agua dependerá de los minerales con los que entre en contacto y de la duración de dicho contacto, que a su vez depende de la velocidad del flujo subterráneo.

Como norma general, a mayor tiempo de permanencia en el terreno, mayor será la salinidad del agua. Esto es relativo: un agua que permanezca unas horas en contacto con cloruro sódico será más salina que otra que esté muchos años en contacto con cuarzo. También veremos circunstancias en las que alguna de las sustancias disueltas en el agua no aumentan sino que disminuyen.

Hay otros aspectos obvios: si atraviesa yesos se obtendrán $SO_4^=$ y Ca^{++} , si encuentra niveles salinos, con sales cloruradas adquirirá Cl^- y Na^+; y si atraviesa formaciones calizas adquirirá HCO_3^- y Ca^{++}. En los casos citados hablaríamos, respectivamente, de aguas *sulfatadas cálcicas, cloruradas sódicas* y *bicarbonatadas cálcicas*.[1]

Aunque las reacciones y procesos químicos que se desarrollan son muy variados, como norma general, se observa que las aguas subterráneas con menor tiempo de permanencia en

[1] En el tercer ejemplo citado, el más frecuente de los tres, aunque la composición de la caliza es CO_3Ca, el CO_3H^- predomina sobre el $CO_3^=$ debido a que a pH normal, la mayor parte del $CO_3^=$ se transforma en CO_3H^- mediante la reacción siguiente: $CO_3^= + H^+ == CO_3H^-$

el subsuelo son generalmente bicarbonatadas. Después predomina el sulfato, y las aguas más salinas son cloruradas. Esta evolución se denomina *secuencia de Chevotareb*[2]:

	⋯→ Recorrido y tiempo de permanencia en el acuífero - ⋯→
Aniones predominantes:	HCO_3^- → HCO_3^- y $SO_4^=$ → $SO_4^=$ → $SO_4^=$-- y Cl^- → Cl^-
	⋯→ Aumento de la salinidad ⋯→

En la composición catiónica la secuencia análoga sería : Ca^{++} → Mg^{++} → Na^+ , pero no es tan clara y es mayor el número de excepciones.

Esta secuencia se debe a dos causas: **solubilidad** y **abundancia** en el subsuelo de las distintas sales.

Ya indicábamos más arriba que la salinidad aumentaba progresivamente con el tiempo de permanencia del agua en el terreno. El agua disuelve o altera los minerales que encuentra (si tiene tiempo suficiente para ello) hasta que se alcanza el tope marcado por la constante de equilibrio correspondiente. Ya no disolverá más ese mineral, continuará disolviendo otros minerales con una constante más elevada hasta que de nuevo se alcance el equilibrio. Y así sucesivamente.

La **solubilidad** de los carbonatos es mucho más baja que la de los sulfatos, que, a su vez, son menos solubles que los cloruros. Por tanto, primero se alcanza el tope para los bicarbonatos, después (raramente) para los sulfatos, y finalmente (casi nunca: la solubilidad es muy elevada) para los cloruros. Un litro de agua puede llegar a disolver 2100 mg/L de $SO_4^=$, mientras que puede alcanzar 360.000 mg./L de Cl^-.

El segundo factor citado, la **abundancia**, se refiere a la diferente probabilidad que existe de que un agua encuentre minerales que le aporten bicarbonatos, sulfatos o cloruros. Si un agua estuviera en contacto simultáneamente desde su infiltración con minerales que le aportaran todos estos iones, no se produciría la *secuencia de Chevotareb*, sino que desde el primer momento, las aguas serían cloruradas, puesto que son las sales más solubles. Pero en la realidad, la disponibilidad de las distintas sales es así: siempre existe un aporte de bicarbonatos (el CO_2 del suelo, cuando no existan sales carbonatadas, normalmente calcita, también muy abundante). En segundo lugar, los yesos (sulfato cálcico) son relativamente frecuentes en series sedimentarias. Y, finalmente, las sales cloruradas son las menos abundantes.

La secuencia de Chevotareb nos hace pensar en un proceso lineal: el agua al principio de su viaje es bicarbonatada; a medio viaje, sulfatada; al final, clorurada. Aunque esto es cierto para una gota de agua determinada, la distribución de la geoquímica del agua en el subsuelo de una región está mejor descrita por el esquema trazado por Domenico (1972, citado en Freeze y Cherry, 1979). En las grandes cuencas sedimentarias, distingue tres zonas en profundidad:

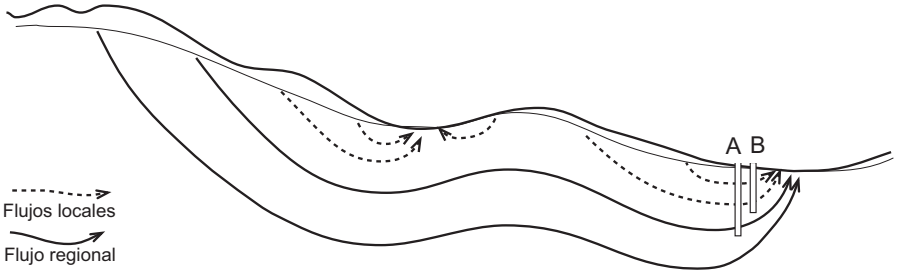
---

[2] Chevotareb (1955, citado por doquier, por ej.: Kehew, 2001, p.289) estudió miles de análisis procedentes de diversas litologías de Australia.

Una zona superior, con flujo activo, generalmente con recorridos cortos y tiempos de permanencia de años o decenas de años. Aguas bicarbonatadas y poco salinas.

Una zona intermedia, con flujo menos activo, recorridos más largos y tiempos de permanencia de cientos a miles de años. Aguas más salinas y el anión predominante será el sulfato.

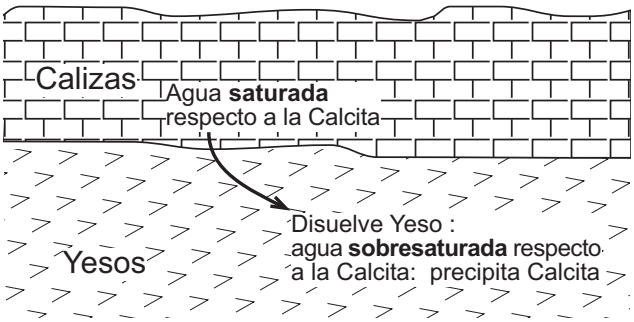
Una zona inferior, con flujo muy lento, cuando no estancado, largos recorridos y tiempos de miles a millones de años. La salinidad es elevada y el agua es clorurada



Esto explica que en una misma área pueden extraerse aguas de composiciones muy distintas aunque la litología sea relativamente homogénea: vemos en la figura que el sondeo A capta un flujo regional mientras que el sondeo B intercepta un flujo local, de modo que su química puede ser muy diferente.

Efecto ión común

Se produce con mucha frecuencia cuando un agua que ha alcanzado el equilibrio respecto a una sal, encuentra otra diferente con un ión en común con la anterior.



Es mejor explicarlo con un **ejemplo**:

Un agua subterránea pasa de una formación caliza a una de yesos. Al salir de las calizas ya había alcanzado el equilibrio, de modo que se cumplía el siguiente producto:

$$(Ca^{++}).(CO_3^{=}) = K_{CaCO_3} \qquad (4)$$

Si ese agua no contenía $SO_4^{=}$, al encontrar yeso, el producto de actividades iónicas será inferior a la constante de equilibrio del yeso:

$$(Ca^{++}).(SO_4^{=}) < 10^{-4,5} \qquad (5)$$

Por lo que comenzará a disolver este mineral:

$$CaSO_4.2H_2O \leftrightharpoons Ca^{++} + SO_4^{=} + 2H_2O \qquad (6)$$

Esto provoca la entrada de $SO_4^{=}$ y de Ca^{++}, y este nuevo Ca^{++} hace que el producto de actividades de la ecuación (4) rebase el valor de la constante, produciéndose la precipitación de la Calcita.

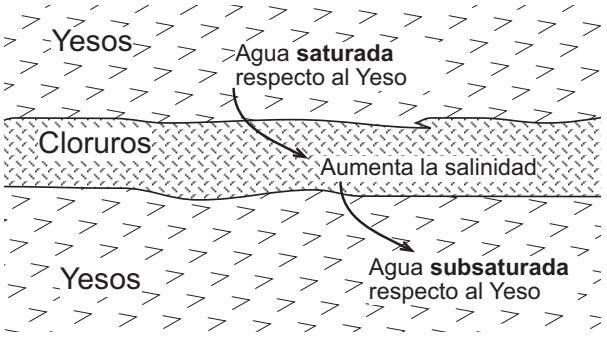
En este ejemplo, el ión común entre ambas sales es el Ca^{++}.

Efecto de la fuerza iónica (o Efecto salino)

El agua de mar puede disolver más yeso que el agua destilada. Esta aparente paradoja es posible porque los iones contenidos en el agua de mar no coinciden con los liberados en la disolución del yeso.

Este mismo fenómeno es considerado habitualmente a lo largo del flujo subterráneo: Al aumentar la salinidad de un agua, ésta disuelve mayor cantidad de una sustancia siempre que no existan iones comunes entre los contenidos previamente en el agua y los que está disolviendo ahora.

Veamos un ejemplo: un agua subterránea está circulando a través de yesos y ha tenido tiempo suficiente para alcanzar el equilibrio, es decir: que cuando el producto $(SO_4^{=}).(Ca^{++})=10^{-4,5}$, ya no puede disolver más yeso. Supongamos que posteriormente atraviesa un nivel de cloruros (halita, silvina) para pasar de nuevo a yesos. Cuando esto suceda, de nuevo podrá disolver más yeso.



La explicación es muy simple: cuando se alcanza el equilibrio por primera vez, ya hemos visto que se cumple que:

$$(SO_4^{=}).(Ca^{++}) = 10^{-4,5} \qquad (7)$$

Pero, en realidad, no es el producto e dos factores, sino de cuatro el que ha alcanzado un límite: el valor de la constante de equilibrio:

$$[SO_4^{=}].\gamma_{SO4=}\ [Ca^{++}].\gamma_{Ca++} = 10^{-4,5} \qquad (8)$$

donde: $(SO_4^{=})$, (Ca^{++}) : actividades

$[SO_4^{=}]$, $[Ca^{++}]$: concentraciones

$\gamma_{SO4=}$, γ_{Ca++}: coeficientes de actividad

Supongamos que la fuerza iónica es de 2.10^{-2}. Esto implica que los coeficientes de actividad de ambos iones son de 0,58. Por tanto, lo que se está cumpliendo en el equilibrio es :

$$[SO_4^{=}].0,58\ .[Ca^{++}].0,58 = 10^{-4,5} \qquad (9)$$

Cuando el agua disuelve NaCl o KCl aumenta la fuerza iónica, supongamos que hasta 10^{-1}. Para esa fuerza iónica disminuye la actividad de los iones hasta 0,38, de modo que el producto anterior resulta:

$$[SO_4^{=}].0,38\ .[Ca^{++}].0,38 < 10^{-4,5} \qquad (10)$$

El equilibrio se ha roto, el agua ha pasado de estar saturada respecto al yeso a estar subsaturada, por lo que puede disolver más yeso hasta alcanzar un nuevo equilibrio.

Adsorción. Intercambio catiónico en arcillas

Las superficies de los sólidos pueden estar cargadas eléctricamente por varias razones:

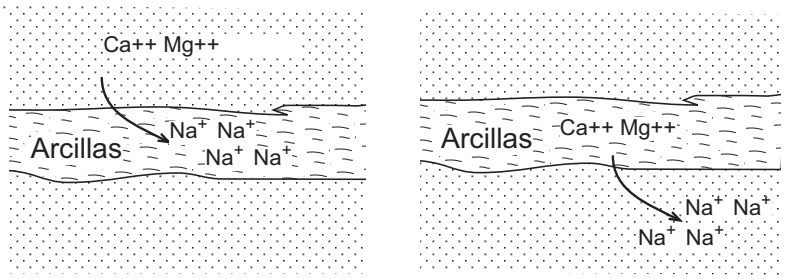
- Valencias insatisfechas en los bordes de la estructura cristalina

- Sustituciones atómicas dentro de la estructura de las arcillas (por ejemplo, Si^{4+} por Al^{3+})

Esto se presenta en diversos minerales, pero presentan especial interés las cargas negativas en la superficie de las arcillas. Estas cargas negativas atraen cationes, en una capa interior, fija y en una capa exterior, difusa, en equilibrio dinámico con la solución.

Este proceso de adsorción en arcillas es el origen de dos fenómenos importantes: el intercambio catiónico y el efecto membrana.

Los cationes adsorbidos no están fuertemente unidos, incluso los de la capa interior pueden llegar a intercambiarse con otros cationes de la solución.



El cambio se producirá cuando un catión en el agua tenga mas fuerza de adsorción y desplace a otros que estaban adheridos a la arcilla: Los divalentes son adsorbidos mas fuertemente que los monovalentes, y dentro de cada grupo, mas fuerza los de menor radio iónico hidratado (a igualdad de carga, el más pequeño tendrá más carga por unidad de superficie) . La secuencia de mayor a menor fuerza es:

$$Ba^{2+} > Sr^{2+} > \mathbf{Ca^{2+}} > \mathbf{Mg^{2+}} > \mathbf{K^{+}} > \mathbf{Na^{+}} > Li^{+}$$

Procesos de oxidación-reducción

En la evolución geoquímica de las aguas subterráneas son muy importantes los procesos de oxidación-reducción, especialmente en casos de contaminación. (Ver los fundamentos de las reacciones de oxidación-reducción en el tema *Procesos químicos en el agua subterránea)*.

La idea general es que el agua lleva sustancias oxidantes y el terreno dispone de los reductores, por lo que a medida que el agua avanza, primero a través del suelo y finalmente en los acuíferos, a lo largo de su recorrido en el flujo regional, se va haciendo más y más reductora.

El agua de lluvia es fuertemente oxidante por el O_2 de la atmósfera que contiene. Al infiltrarse en el suelo puede encontrar materia orgánica, reductor, y se produce esta reacción [3]:

Oxidación de materia orgánica: (11)

$$CH_2O + O_2 \rightarrow CO_2\,(gas) + H_2O$$

Reductor: Materia orgánica [$C^0 \rightarrow C^{+IV}$]
Oxidante: oxígeno [$O^0 \rightarrow O^{-II}$]

[3] La materia orgánica, presente como múltiples y complejos compuestos, se representa abreviadamente como **CH_2O**. Esa es la fórmula del formaldehído, pero se utiliza como representativa de la materia orgánica en general; concretamente los azúcares tienen fórmulas del tipo $n[CH_2O]$: por ejemplo, la glucosa y la fructosa tienen la composición de $C_6H_{12}O_6$, aunque con diferentes estructuras. La celulosa y el almidón, en las plantas, o el glucógeno, en los animales, están formados por la unión de varias moléculas de glucosa.

A lo largo de su recorrido subterráneo, el agua va participando en muchas otras reacciones de oxidación-reducción perdiendo progresivamente su carácter oxidante, haciéndose cada vez más reductora. Los oxidantes aportados por el agua son primero el oxígeno, y cuando éste se agota se comportan como oxidantes los sulfatos y nitratos.

Otras reacciones en las que interviene el oxígeno como oxidante son:

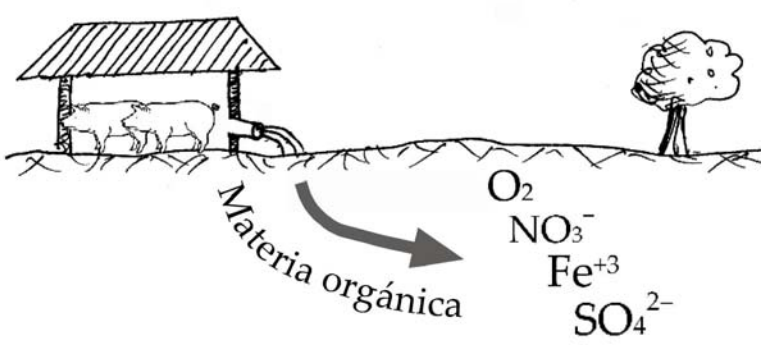
Oxidación del Fe(II): (12) $4\ Fe^{+2} + O_2 + 4\ H^+ \rightarrow 4\ Fe^{+3} + 2\ H_2O$	Reductor: Hierro [$Fe^{+II} \rightarrow Fe^{+III}$] Oxidante: oxígeno [$O^0 \rightarrow O^{-II}$]
Nitrificación: (13) $½\ NH_4^+ + O_2 \rightarrow ½\ NO_3^- + H^+ + ½H_2O$	Reductor: Amonio [$N^{-V} \rightarrow N^{+V}$] Oxidante: oxígeno [$O^0 \rightarrow O^{-II}$
Oxidación de pirita: (14) $4\ FeS_2 + 15\ O_2 + 14H_2O \rightarrow 4Fe(OH)_3 + 8SO_4^{=} + 16\ H^+$	Reductor: Pirita [$Fe^{+II} \rightarrow Fe^{+III}$, $S^{-I} \rightarrow S^{+VI}$] Oxidante: Oxígeno [$O^0 \rightarrow O^{-II}$]

Cuando ya no hay oxígeno disponible, **funcionan como oxidantes otras sustancias** presentes en el agua (nitratos, sulfatos) o minerales presentes (hidróxido férrico)[4]:

Desnitrificación: (15) $5CH_2O + 4NO_3^- \rightarrow 2N_2 + 5HCO_3^- + H^+ + 2\ H_2O$	Reductor: Materia orgánica [$C^0 \rightarrow C^{+IV}$] Oxidante: Nitrógeno [$N^{+V} \rightarrow N^0$]
Reducción de Fe(III): (16) $CH_2O + 4\ Fe(OH)_3 + 7H^+ \rightarrow 4\ Fe^{+2} + HCO_3^- + 10\ H_2O$	Reductor: Materia orgánica [$C^0 \rightarrow C^{+IV}$] Oxidante: Hierro [$Fe^{+III} \rightarrow Fe^{+II}$]
Reducción de sulfatos: (17) $2\ CH_2O + SO_4^{2-} \rightarrow HS^- + 2\ HCO_3^- + H^+$	Reductor: Materia orgánica [$C^0 \rightarrow C^{+IV}$] Oxidante: Sulfato [$S^{+IV} \rightarrow S^{-II}$]

En todas las reacciones el número de e^- que unos ganan es igual al número de e^- que pierden otros.

Cada una de estas reacciones, si se alcanza y se mantiene el equilibrio químico, da lugar a un determinado *pe*. Por ejemplo, en la reacción (11), mientras haya un aporte ilimitado de materia orgánica y de oxígeno, se mantendrá constante el pe del agua (pe= +13,8 a pH=7). Eso se denomina "tampón redox" (*redox buffering)*.



Si el oxígeno se agota, la materia orgánica buscará al siguiente oxidante con mayor disposición de tomar sus e^-, que sería probablemente el nitrato, y se produciría la reacción (15); mientras exista NO_3^- el *pe* del

[4] Alguna de las reacciones siguientes es la combinación de dos: por ejemplo en la (15):

Reacción de oxidación- reducción: $5\ CH_2O + 4\ NO_3^- + 4\ H^+ \rightarrow 5\ CO_2 + 2\ N_2 + 7\ H_2O$

El CO_2 genera bicarbonato: $5\ CO_2 + 5\ H_2O \rightarrow 5\ HCO_3^- + 5\ H^+$

Sumándolas, se obtiene la reacción (5): $5\ CH_2O + 4\ NO_3^- \rightarrow 2\ N_2 + 5\ HCO_3^- + H^+ + 2\ H_2O$

agua se estabiliza de nuevo, en un valor más bajo, hasta que se acabe el nitrato. Entonces la materia orgánica comenzará a entregar sus electrones al siguiente oxidante, que si está presente, será el Fe^{+3} (sólido, en forma de $Fe(OH)_3$ o Fe_2O_3), y cuando éste se termine, será el sulfato el que sea reducido por la materia orgánica, reacción (17), y de nuevo el *pe* se estabiliza más abajo (*pe*= –4), el medio ya es muy reductor.

Tras producirse la reducción de sulfatos, si aún existe materia orgánica, ésta actúa a la vez como oxidante y reductor, dando lugar a la metanogénesis:

$$2\,CH_2O + H_2O \rightarrow CH_4\,(\text{gas metano}) + HCO_3^- + H^+ \qquad (18)$$

Reductor: Materia orgánica [$C^0 \rightarrow C^{+IV}$]
Oxidante: Materia orgánica [$C^0 \rightarrow C^{-IV}$]

La metanogénesis es un proceso complejo, y las reacciones (18) son una simplificación, depende de la sustancia orgánica que se oxida; por ejemplo, y eligiendo una sustancia muy sencilla: el metanol genera metano de acuerdo con la reacción (Sowers, 2012, p.163):

$$4\,CH_3OH \rightarrow 3CH_4 + HCO_3^- + H_2O + H^+$$

En general, la descomposición de la materia orgánica tiene un especial interés en los procesos de recuperación de acuíferos contaminados.

Las reacciones de la secuencia mostrada en el proceso de sucesiva reducción del medio { (11) → (15) → (16) → (17) → (18) } tienen en común que la sustancia reductora es la materia orgánica. Otras reacciones redox con distintos reductores (como las reacciones 12, 13, 14) se producirán dentro de esta escala intercaladas con las anteriores, dependiendo del pe correspondiente a cada equilibrio.

Evolución electroquímica

Hemos visto la secuencia de progresiva reducción del agua desde el momento de su infiltración en el suelo. Vamos a considerar ahora la ubicación física de cada estado de oxidación del agua. Esas reacciones pueden tener lugar en el suelo, por debajo del suelo pero antes de llegar a la superficie freática o ya en el acuíferos, en el medio saturado; y en ellos puede ser a poca profundidad o en acuíferos profundos, tras un recorrido y un periodo de permanencia en el subsuelo largos.

Cuando el agua logra atravesar el suelo y la zona no saturada por encima de la superficie freática y cae hacia la superficie freática, donde ya la consideraremos agua subterránea, puede conservar gran parte o nada del poder oxidante que tenía cuando se infiltró. Si el suelo tiene poca materia orgánica y alta permeabilidad (flujo rápido), el agua puede llegar al acuífero con gran parte del oxígeno que contenía el agua de lluvia. En cambio, si se infiltra lentamente a través de un suelo rico en materia orgánica, perderá el oxígeno al atravesar el suelo, eso marcará su comportamiento posterior en el medio saturado.

Es fundamental la existencia de bacterias y sus nutrientes. Muchas de estas reacciones, aunque termodinámicamente deban producirse, sin la presencia de bacterias se producirían a una velocidad muy lenta, la reacción sería inapreciable.

La evolución electroquímica depende también de otros factores:

- De la existencia en los acuíferos de materia orgánica y otros agentes reductores
- De la velocidad del flujo, que determina el tiempo de permanencia del agua en un tramo determinado.

Varias de las reacciones citadas **generan acidez**. Habíamos dicho que el agua se aprovisiona de acidez en el suelo, reacción (2) , y que posteriormente, en el medio saturado, no puede reaprovisionarse de carga ácida a medida que la va gastando en las diversas reacciones de disolución o alteración de los minerales. La excepción a esta regla son las reacciones redox, que sí generan acidez en los acuíferos.

Bibliografía

APPELO, C. Y POSTMA, D. (1993).- *Geochemistry, groundwater and pollution.* Balkema, 536 pp.

CUSTODIO, E. & LLAMAS, M. R. (1983) .- *Hidrología Subterránea*. (2 tomos). Omega, 2350 pp.

DOMENICO, P.A. Y SCHWARTZ, F. W. (1998).- *Physical and chemical hydrogeology*. Wiley, 502 pp.

DREVER, J.I. (1997).- *The geochemistry of Natural Waters*. Prentice Hall, 3ª ed. 436 pp.

FREEZE, R. A.Y J. A. CHERRY (1979).- *Groundwater*. Prentice-Hall, 604 pp.

KEHEW, A.E. (2001).- *Applied Chemical Hydrogeology*. Prentice Hall, 368 pp.

LANGMUIR, D. (1997).- *Aqueous Environmental Geochemistry.* Prentice-Hall, 600 pp.

LLOYD, J.W. Y HEATHCOTE, J.A. (1985).- *Natural Inorganic Hydrochemistry in relation to groundwater*. Claredon Press, 296 pp.

SOWERS, K.R. (2012).- Methanogenesis. In: *Topics in Ecological and Environmental Microbiology*, (T. Schmidt, M. Schaechter, editores.), pp. 149-172.

Contaminación de las aguas subterráneas

1. Introducción

Recientemente gran parte de la investigación hidrogeológica se ha centrado en los problemas de la calidad del agua subterránea. Los objetivos pueden ser variados: encontrar agua subterránea de calidad aceptable, estudiar cómo la calidad el agua subterránea se ha visto afectada por actividades humanas, adoptar las medidas previas para que estos problemas no lleguen a producirse, predecir la evolución de un problema de contaminación si ya se ha producido, intentar remedirlo, etc...

La mala calidad del agua subterránea puede ser debida a **causas naturales** o a la **actividad humana**. En general, al hablar de *contaminación* nos referiremos a esta última, por ejemplo, un vertido industrial, aunque en muchas ocasiones la mala calidad del agua sea debida a causas naturales, y también se utilice el término *agua contaminada*. En muchas ocasiones, la distinción de si la causa es natural o antrópica no es fácil, pues una actividad humana no contaminante (en general, los bombeos) altera un equilibrio previo, provocando el deterioro de la calidad del agua subterránea.

Hay grandes **diferencias entre la contaminación de las aguas superficiales y de las aguas subterráneas** que hacen que la de éstas últimas sea más grave:

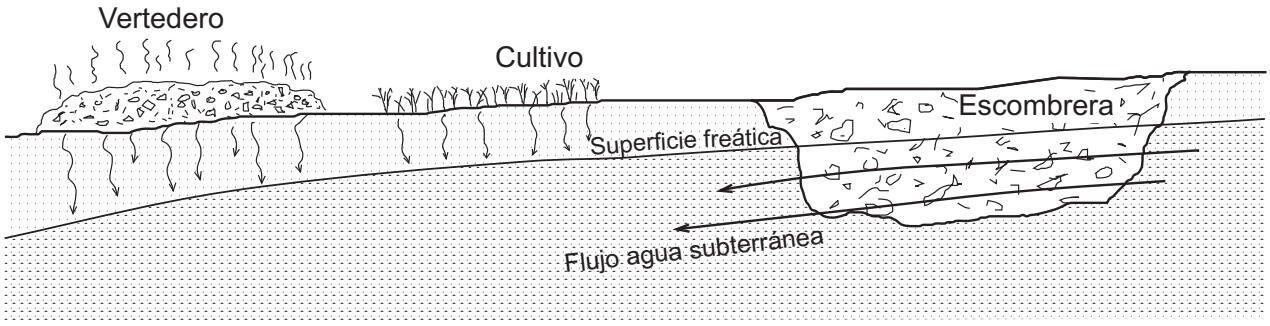
(**1**) En la **detección**: En aguas superficiales la contaminación es perceptible de inmediato, con lo que las posibles medidas de corrección pueden ponerse en marcha inmediatamente. En las aguas subterráneas, cuando se detecta el problema, pueden haber transcurrido meses o años.

(**2**) En la **solución:** Las aguas de un río se renuevan con la rapidez de su flujo, de modo que, anulado el origen de la polución, en un plazo breve la calidad del agua vuelve a la normalidad. En los acuíferos, como su flujo es tan lento y los volúmenes tan grandes, se necesita mucho tiempo para que se renueve varias veces todo el agua contenida en él, e incluso entonces el problema persiste por las sustancias que quedaron adsorbidas en el acuífero. La descontaminación de acuíferos por medios artificiales es muy costosa y normalmente sólo es aplicable en acuíferos superficiales y no muy extensos.

2. Modos de contaminación

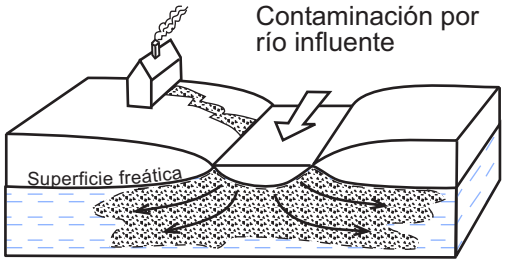
Las aguas subterráneas no están directamente expuestas a los efectos de las actividades humanas, desarrolladas normalmente en superficie. No obstante, las sustancias contaminantes llegan a los acuíferos de diversos modos:

- *Infiltración* de sustancias depositadas en superficie, o de la lluvia a través de ellas.
- Filtración de *sustancias almacenadas bajo tierra*, o disolución de ellas por el flujo natural del agua subterránea.

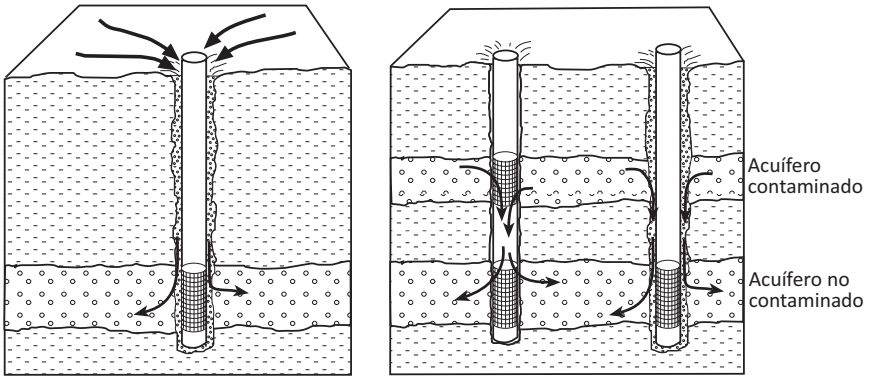


- Filtración desde un *río influente*
- *Derrames o rezumes accidentales* de depósitos o conducciones, superficiales o enterrados.

- *Desde la superficie a través de captaciones* abandonadas o mal construidas.
- Desde otro acuífero, *a través de captaciones* que comuniquen ambos acuíferos. Aunque no se haya colocado rejilla en el acuífero contaminado la comunicación aún puede producirse a través del empaque de gravas.
- *Inyección en pozos.* En ocasiones ocultamente, otras veces tras un minucioso estudio técnico.



A través de alguna de estas vías los contaminantes alcanzan en la mayoría de los casos la superficie freática más superficial, y posteriormente se expanden y difunden, siendo transportados por el flujo subterráneo.



Contaminación desde la superficie Contaminación de un acuífero a otro

3. Actividades contaminantes

Las principales actividades humanas que generan contaminación de las aguas subterráneas se pueden englobar en los siguientes grupos:

a. Residuos sólidos urbanos.

Normalmente depositados en superficie, alcanzan la superficie freática los líquidos procedentes de los propios residuos o el agua de lluvia infiltrada a través de ellos, que arrastra todo tipo de contaminantes orgánicos e inorgánicos.

b. Aguas residuales

Las aguas residuales de los núcleos urbanos se vierten a cauces superficiales o en fosas sépticas. En ocasiones, tras una ligera depuración, se esparcen en superficie para aprovechar el poder filtrante del suelo ("filtro verde"). Los lodos resultantes de la depuración pueden representar después una segunda fase del mismo problema.

Aportan diversas sustancias contaminantes: Detergentes, Nitratos, Bacterias y virus, materia orgánica disuelta.

c. Actividades agrícolas

Muy difíciles de controlar al tratarse de contaminación difusa sobre grandes extensiones

- *Fertilizantes*: Aportan al agua compuestos de N, P y K. En algunos casos, se ha calculado que hasta el 50 % de los nitratos usados como fertilizantes llega al acuífero por infiltración.

- *Plaguicidas*: Bajo esta denominación genérica se incluyen insecticidas, fungicidas, acaricidas, nematocidas, rodenticidas, bactericidas, molusquicidas, herbicidas. Se han estudiado los distintos coeficientes de absorción, de degradación y la vida media de diversos pesticidas orgánicos. La persistencia oscila de una semana a varios años .

En ocasiones, las **sustancias resultantes de la degradación** del producto (*metabolitos*) son mas peligrosas (mas persistentes o más tóxicas) que el producto original. En otras ocasiones son las

impurezas que acompañan a los productos comerciales, y que escapan a los análisis de control, por no figurar en la composición del producto, las verdaderamente tóxicas.

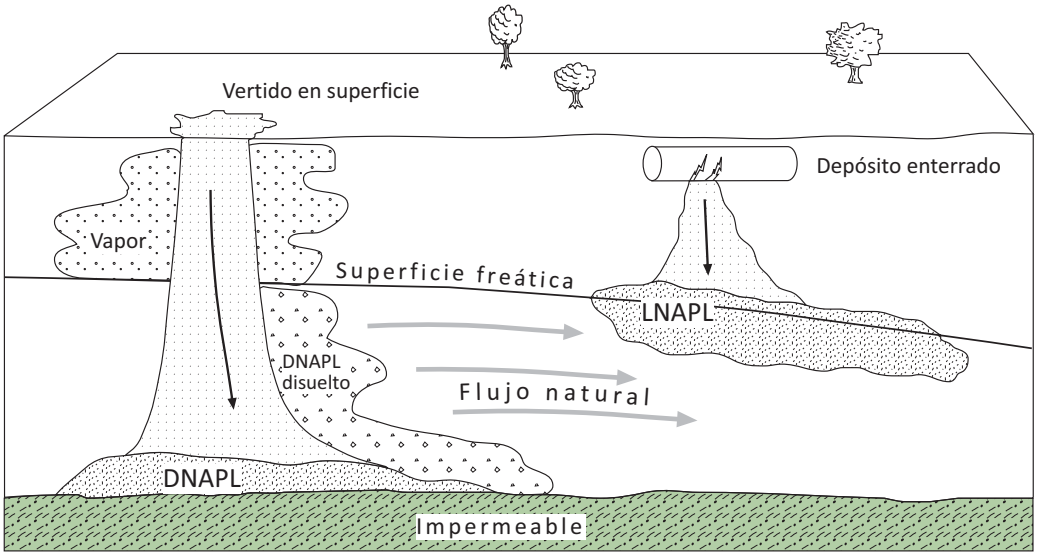
d. Ganadería

De los residuos de los animales proceden compuestos nitrogenados, fosfatos, bacterias, cloruros, y, en algunos casos, metales pesados. Normalmente no ocasionan problemas importantes, salvo en el caso de *grandes instalaciones*.. Resultan especialmente graves las granjas porcinas (los residuos líquidos se denominan *purines*).

e. Actividades industriales y mineras

Las vías de contaminación y las sustancias contaminantes son tan variables como los tipos de industrias. Pueden generar efluentes como las grasas de los mataderos o cualquier producto químico líquido. Cuando los residuos son sólidos, la principal fuente de contaminación será la lluvia infiltrada a través de la escombrera, que disolverá sustancias contaminantes para alcanzar finalmente el acuífero subyacente. Los casos más graves están relacionados con accidentes en balsas o estanques donde se depositaban los líquidos tóxicos.

En el caso de las **minas**, puede producirse por las labores de tratamiento del mineral o por la infiltración de la lluvia a través de escombreras.



Contaminación por líquidos no acuosos más o menos densos que el agua (Modif. de Fetter, 1999)

Mención especial merecen los **derivados del petróleo**. Estas sustancias llegan a la superficie freática por infiltración desde vertidos accidentales o por roturas de depósitos o conducciones. Algunos son menos densos que el agua (LNAPL)[1], con lo que se mantienen en la superficie del acuífero libre superficial, sólo una parte se disuelve. Otros hidrocarburos son más densos que el agua (DNAPL) y acaban en la parte baja del acuífero, aunque una parte puede disolverse.

f. Actividades nucleares

Podríamos incluirlas en el epígrafe anterior, aunque presentan unas características diferenciadoras.

En las **actividades mineras** correspondientes, se generan grandes volúmenes de roca, de los que ya ha sido extraído el mineral aprovechable, pero que constituyen residuos de baja actividad.

Los procesos de **refinado del mineral** generan subproductos sólidos y semisólidos con pequeñas concentraciones de diversos isótopos, de los que el más preocupante es el ^{226}Ra.

Finalmente en los **reactores nucleares** u otras industrias que utilicen combustible nuclear se producen residuos de baja actividad y combustible usado, que son residuos de alta actividad, cuyo

[1] DNAPL: Dense Non-Aqueous Phase Liquid. LNAPL: Light Non-Aqueous Phase Liquid

almacenamiento debe ser especialmente cuidadoso en lugares donde no exista flujo de agua subterránea: Formaciones salinas profundas, rocas ígneas, formaciones arcillosas o zonas no saturadas (sin agua subterránea) en regiones áridas.

4. Prevención y control

a. Control en los posibles orígenes de la contaminación

La corrección de los problemas de contaminación en el caso de las aguas subterráneas es prácticamente imposible en la mayoría de los casos, por lo que hay que poner especial énfasis en que no llegue a producirse. Las medidas de prevención son generalmente obvias:

- *Basureros o escombreras*: Buscar lugares impermeables, o recoger los efluentes con sondeos o drenes.
- *Aguas residuales urbanas*: Depuración previa a los vertidos; precaución con la utilización de los lodos de depuración. Correcta construcción y vigilancia de conducciones y fosas sépticas.
- *Fertilizantes y plaguicidas*: Utilización racional y mesurada de estas sustancias.
- En *actividades industriales* de todo tipo: Estudio hidrogeológico previo de las permeabilidades y del sistema regional del flujo subterráneo. Especial precaución en el *almacenamiento bajo tierra* de residuos peligrosos.

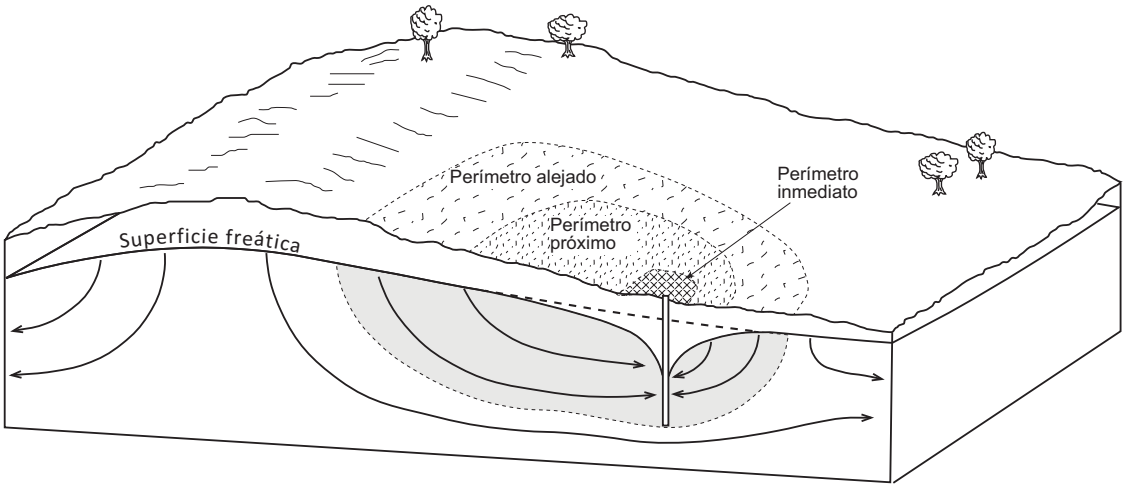
b. Control regional y en las captaciones

Debe existir una **red regional de control** periódico de calidad del agua subterránea, con especial atención a las áreas con captaciones para abastecimiento.

Perímetros de protección alrededor de las captaciones para abastecimiento (Martínez y García, 2003).

- Un perímetro *inmediato* , en terrenos de la misma propiedad de la captación, con vigilancia absoluta.
- Un perímetro *cercano* (del orden de cientos de metros), en el que se deben reglamentar las actividades que puedan afectar a la calidad de las aguas subterráneas.
- Un perímetro *lejano* que englobe las áreas de recarga del flujo subterráneo captado; en ocasiones puede ser de varios kilómetros y si no es posible la prohibición de ciertas actividades, sí se debe extremar la vigilancia y el control.

Construcción correcta de captaciones en general: Sellado en superficie, entubación ciega y/o sellado en los niveles acuíferos de mala calidad. Atención a los pozos abandonados



Perímetros de protección alrededor de una captación para consumo (A partir de Martínez y García, 2003)

5. Reacción de los acuíferos ante la contaminación

La reacción de los acuíferos ante la contaminación que reciben puede ser efectiva al principio, pero no es indefinida, y en muchas ocasiones es reversible: las sustancias precipitadas o retenidas son después disueltas de nuevo o liberadas.

a. Dilución

La dilución del relativamente pequeño volumen de contaminante en el enorme volumen del acuífero generalmente no soluciona el problema. A escala local, las concentraciones seguirán siendo un problema

b. Filtración mecánica

En materiales granulares finos pueden retenerse partículas en suspensión y microorganismos. En arenas gruesas, gravas o acuíferos fracturados, es casi inexistente. Además, la capacidad de cualquier filtro es limitada.

c. Precipitación

Pueden precipitar diversas sustancias según los cambios en el pH o el potencial redox del medio,. Al igual que la filtración, puede disminuir fuertemente la permeabilidad del medio.

d. Procesos de oxidación reducción

Evolución de los compuestos nitrogenados. En la zona no saturada, el agua no contaminada es oxidante, transformando compuestos de N en NO_3^- (*nitrificación)* , lo que es bueno para las plantas que pueden tomar el Nitrógeno que necesitan. Pero el exceso de nitratos que no toman las plantas, pasa a contaminar el agua, llega a los acuíferos donde las concentraciones de NO_3^- suben incesantemente.

Ya en el acuífero, el agua ha perdido gran parte de su carácter oxidante, pero si encuentra sustancias reductoras (en general, materia orgánica), el nitrato, NO_3^- actúan como oxidante, reduciéndose por dos posibles vías. En un caso se produce la *desnitrificación* (NO_3^- pasa a N_2O y a N_2), lo que es conveniente, puesto que son gases inocuos. Existe otra vía de reducción de los nitratos, que por razones bioquímicas (el proceso está regido por la actividad bacteriana) se da en menor proporción, en la que los nitratos NO_3^- se reducen a nitritos NO_2^-, lo que no es bueno: en la normativa española se admite hasta 50 mg/L de NO_3^- y solamente 0,1 mg/L de NO_2^- .

Otra implicación importante de los procesos de oxidación reducción en la calidad del agua subterránea el la reducción de sulfatos a sulfuros. El sulfato, $SO_4^=$ pasa a SH_2 (o $SH^- + H^+$). Este proceso confiere al agua un olor característico desagradable. Este proceso no es muy común, pues requiere unas condiciones más reductoras que los procesos anteriores de reducción de Nitratos.

En el caso de la reducción del sulfato, $SO_4^=$ a SH_2 al agua adquiere un olor que la hace inutilizable para el consumo.

e. Adsorción

Diversas partículas quedan adsorbidas (adheridas electrostáticamente a las partículas del terreno), especialmente en las arcillas. En éstas puede producirse un intercambio iónico: otros iones o moléculas sustituyen a Ca^{++} y Mg^{++} que estaban previamente adsorbidos en las arcillas

La capacidad de retención por este concepto tiene un límite, de modo que si la sustancia no se descompone, el terreno agotará su capacidad de retención. En ocasiones es solo una adsorción temporal, pero supone un mayor tiempo de permanencia del contaminante lo que proporciona mayor plazo de actuación a otros procesos.

f. Desintegración o descomposición

Los *elementos radiactivos* y algunos productos químicos, como los *pesticidas*, desaparecen con el paso del tiempo, se habla de desintegración radiactiva o de descomposición, en el caso de los

pesticidas. En ambos, el factor crucial es la *vida media* (tiempo en el que la concentración de la sustancia se reduce a la mitad). Esto será efectivo en elementos cuya vida media sea corta en relación con el tiempo de tránsito del agua en el acuífero. La vida media de algunos pesticidas es de unos pocos días, mientras que la de ciertos elementos radiactivos es de miles de años.

6. Medidas correctoras

Cuando la contaminación se ha producido y alcanzado gran extensión, la regeneración es inviable, técnica o económicamente. Las medidas, muy costosas, que en algunos casos pueden ser de alguna utilidad son de dos tipos:

a. Actuaciones en el origen de la contaminación:

- Remoción de tierras o residuos en superficie.
- Aislamiento de los residuos, con impermeabilizaciones verticales o bajo ellos.
- Si la superficie freática alcanza los residuos, hacerla descender, con barreras o bombeos.
- Controlar o desviar la escorrentía superficial.

b. Actuaciones en el acuífero

- Bombeo de la superficie del acuífero en el caso de productos petrolíferos, no miscibles, que por su menor densidad flotan sobre la superficie freática.
- Bombeo intenso del acuífero contaminado, a veces con caudal intermitente o variabel para un mejor rendimiento. Eventualmente, inyección simultánea de agua limpia.
- Flujo forzado de aire o de vapor para volatilizar los contaminantes, normalmente en la zona no saturada.
- Construcción de barreras impermeables o filtrantes (con alguna sustancia que retenga o actúe sobre el contaminante) en acuíferos poco profundos.

En varios de estos procesos se utilizan las bacterias para degradar los contaminantes orgánicos.

BIBLIOGRAFÍA

Ahuja, S. (2008).- *Arsenic Contamination of Groundwater: Mechanism, Analysis, and Remediation*. Wiley, 404 pp.

Deutsch, W.J. (1997).- *Groundwater Geochemistry: Fundamentals and Applications to Contamination* , CRC Press, 221 pp.

Fetter, C. W. (1999).- *Contaminant Hydrogeology*. Prentice-Hall, 2ª edición, 500 pp. (Reimpresión: Waveland Press, 2008)

Martínez, C. y A. García (2003).- *Perímetros de protección para captaciones de agua subterránea destinada al consumo humano. Metodología y aplicación al territorio*. Instituto Geológico y Minero de España, 273 pp.

Ongley, E.D. (1997).- *Lucha Contra la Contaminación Agrícola de los Recursos Hídricos*. Estudio FAO Riego y Drenaje - 55 . http://www.fao.org/docrep/W2598S/W2598S00.htm

Smith, P. y J. G. Scott (2005).- *Dictionary of Water and Waste Management*, Elsevier, 480 pp.

Transporte de contaminantes

Cuando un contaminante entra en el agua subterránea, normalmente en disolución, se producen varios procesos complejos. Para su estudio, debemos distinguir dos posibles situaciones, que suponen dos grupos de procesos:

- **No existe ningún tipo de interacción con el medio geológico**. El contaminante se mueve arrastrado por el flujo subterráneo, si existe. En este supuesto estudiaremos la **advección**, la **difusión** y la **dispersión**. Hablamos de **contaminantes (o solutos) no reactivos o conservativos**. Este sería el caso del cloruro o del Tritio.
- **Se producen interacciones entre las sustancias contenidas en el agua y el medio geológico**: **adsorción**, **precipitación** o disolución, diversas **reacciones químicas**,... Se habla de **solutos reactivos**. Evidentemente, la comprensión del fenómeno resultará más compleja que en el caso anterior, ya que habrá que considerar conjuntamente estos procesos reactivos con los citados en el punto anterior.

La aplicación de estos conceptos y ecuaciones a un caso real puede hacerse manualmente sólo para pequeños problemas y considerando aisladamente algunos de los procesos involucrados. Para el estudio de un caso real es necesaria la utilización de un modelo de transporte en ordenador[1].

Los modelos de transporte deben ejecutarse junto con un modelo de flujo (generalmente MODFLOW). El modelo de flujo actúa primero para resolver y conocer la estructura tridimensional del flujo subterráneo y su evolución temporal, si trabajamos en régimen variable. Sobre ese conocimiento del flujo, el modelo de transporte efectúa sus cálculos en base a conceptos y ecuaciones que veremos a continuación.

Advección

La **advección** es el arrastre de la sustancia contaminante por el agua. Si sólo existiera este proceso, el contaminante viajaría a la misma velocidad que el agua y la extensión ocupada por el contaminante sería constante (figura 1).

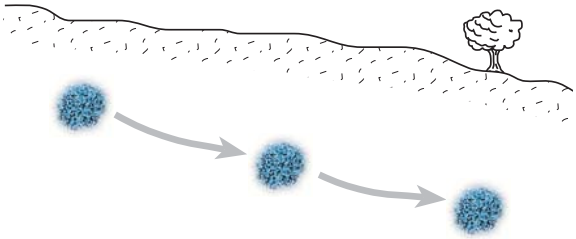


Fig 1.- Transporte si se produjera sólo advección

La advección simplemente transporta las sustancias contaminantes. En un medio poroso, el **flujo de masa** a través de una sección unidad perpendicular al flujo es igual a:

$$J = m_e \cdot C \cdot v \qquad (1)$$

Siendo: J = flujo de masa, por unidad de sección y por unidad de tiempo
m_e = porosidad eficaz
C = concentración
v = velocidad lineal media (= velocidad Darcy / m_e)

[1] MT3D, MT3DMS. Dominio público. Se denominó MT3D hasta 1998, y MT3DMS a partir de esa fecha.
MT3D99. (http://www.sspa.com/software/mt3d.html)Versión de pago de MT3DMS con más opciones.
RT3D. (http://bioprocess.pnnl.gov/) Modelo de transporte reactivo multi-especies. Programa gratuito.
PHT3D (http://www.pht3d.org/) Modelo de transporte reactivo multicomponentes en medio saturado. Incluye MT3DMS y PHREEQC-2 (modelización de reacciones químicas)

Ejemplo: En un medio poroso con una conductividad hidráulica K= 8 m/día, porosidad eficaz m_e = 0,20 y gradiente hidráulico = 0,03, calcular el flujo de masa por advección de una sustancia contenida en el medio con una concentración de 0,5 g/L.

Solución:

Velocidad Darcy = K · gradiente = 8 · 0,03 =0,24 /dia

v = velocidad Darcy / m_e = 0,24 / 0,20 = 1,20 m/dia

J = 0,20 · 500 g/m3 · 1,20 m/dia = 120 g/m2 /día (flujo de masa por m^2 de sección)

Difusión

Si en un punto de un medio sin flujo depositamos una gota de contaminante y observamos un tiempo después, el punto inicial se habrá ampliado y difuminado. Si a eso le unimos el transporte por advección, sucedería lo mostrado en la figura 2.

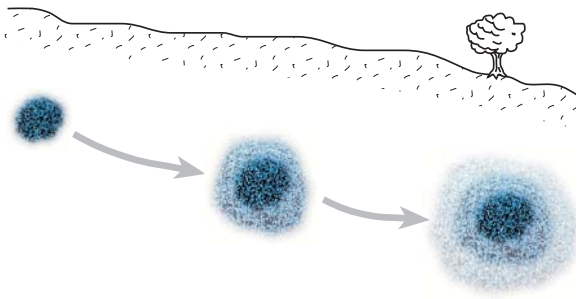


Fig 1.- Transporte si se produjeran sólo advección y difusión

Las moléculas de la sustancia disuelta en el agua se mueven de los puntos de mayor concentración hacia los de menor concentración. Este proceso se denomina **difusión molecular** o simplemente **difusión** y se produce a causa de la agitación continua de todas las moléculas del líquido. Para su estudio consideraremos que no existe movimiento del fluido En realidad, cuando existe un flujo activo, el efecto de la difusión es despreciable frente a la dispersión, que veremos más adelante; sólo tiene importancia cuando apenas existe flujo subterráneo.

En la difusión, las sustancias disueltas se mueven por un gradiente de concentraciones. En un líquido (no contenido en un medio poroso), el flujo de masa por difusión está regido por la ***primera ley de Fick*** :

$$F = -D_m \frac{dC}{dx} \qquad (2)$$

donde: F = flujo de masa por unidad de tiempo y **por unidad de sección** perpendicular al flujo (M/T)

D_m = coeficiente de difusión (L^2/T)

C = concentración (M/L^3)

dC / dx =gradiente de concentraciones: entre dos puntos situados a una distancia dx existe una diferencia de concentraciones dC.

El aspecto de la fórmula resulta familiar, recuerda a la ley de Darcy: allí el caudal por unidad de superficie era proporcional al gradiente hidráulico, y la constante de proporcionalidad era la conductividad hidráulica. Aquí el flujo de masa es proporcional al *gradiente de concentraciones*, y la constante de proporcionalidad se denomina *coeficiente de difusión*. Al igual que en la ley de Darcy, el signo negativo indica que el sentido del flujo es hacia la disminución de la concentración. O dicho de otro modo: como al aplicar la fórmula, el incremento dC es negativo, el signo menos hace que el resultado de la fórmula sea positivo. Una gran diferencia entre ambas expresiones es que la constante de proporcionalidad en el caso de la Ley de Darcy es fácil de obtener, mientras que es muy difícil en la Ley de Fick.

El valor del *coeficiente de difusión* D_m oscila entre $1 \cdot 10^{-9}$ y $9 \cdot 10^{-9}$ m²/s para los iones comunes en el agua (Li y Gregory, 1974, citados en Fetter, 1999 o en Schwartz, 2003). Cohen y Mercer (1993, en Fitts, 2002, p.363) indican valores de $1{,}1 \cdot 10^{-10}$ a $8{,}3 \cdot 10^{-10}$ m²/s para compuestos orgánicos volátiles (dicloroetano, tricloroetano,...).

Lo explicado hasta aquí se refiere a un medio líquido (100% líquido). Si el proceso se desarrolla en el agua que se encuentra en un **medio poroso**, la facilidad de movimiento disminuye y hay que considerar las características del medio poroso (principalmente la *porosidad eficaz* y la *tortuosidad*). Esto se expresa simplificadamente así (Fetter, 2001, 1999):

$$D^* = D_m \cdot w \qquad (3)$$

D^* = Coeficiente de difusión efectiva
D_m = Coeficiente de difusión
w = Coeficiente que depende del medio poroso

Según Freeze y Cherry (1979) este coeficiente w puede variar de 0,01 a 0,5.

Coutelieris (2012, p. 41) o Grathwohl (1998, p. 28) son más específicos:

$$D^* = D_m \cdot m_e \cdot \delta \,/\, \tau^2 \qquad (4)$$

m_e = Porosidad eficaz
τ = Tortuosidad (=longitud recorrida / longitud en línea recta) [2]
δ = Factor de constricción (*constrictivity*)[3]

Y como normalmente los coeficientes τ y δ son desconocidos, Coutelieris (op.cit., p. 43) simplifica la relación como una función de la porosidad eficaz:

$$D^* = D_m \cdot (m_e)^c \qquad (5)$$

m_e = Porosidad eficaz
c = coeficiente (1,8 a 2,0 para materiales consolidados; 1,3 para arenas no consolidadas)

En cualquier caso, la **primera ley de Fick para un medio poroso** es la misma ecuación (2), pero utilizando el coeficiente de difusión efectiva D^* [obtenido de las ecuaciones (3), (4) ó (5)]:

$$F = -D^* \frac{dC}{dx} \qquad (6)$$

Variación con el tiempo. Segunda ley de Fick

El flujo expresado en la primera ley de Fick no considera el tiempo: Expresa un flujo permanente de materia mientras se mantengan constantes las variables de las que depende.

Ahora nos enfrentamos a un problema diferente. Supongamos que tenemos un punto con una concentración constante de una sustancia (aplicación de un contaminante) y

[2] El concepto de *tortuosidad* está confuso en la bibliografía. Epstein (1988) hace una revisión del embrollo histórico-bibliográfico del concepto, resumiendo que unas veces se considera el cociente como lo hemos referido y en otras ocasiones el cuadrado de dicho cociente. En todos los casos es >1.

[3] Refleja la dificultad de circular moleculas grandes a través de poros pequeños. Existen varias expresiones, la más sencilla es: $\delta = (1-\lambda)^4$; [siendo: λ = diámetro de la molécula/ diámetro del poro]

deseamos conocer cómo va aumentando (variando con el tiempo) la concentración de dicha sustancia en otro punto situado a x metros de distancia. Esta variación está reflejada en la **segunda ley de Fick**[4]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \qquad (8)$$

Una solución de esta ecuación para un medio poroso fue expresada por Crank (1956, en Delleur, 1999, p. 2-30):

$$C(x,t) = C_0 \cdot \text{erfc} \frac{x}{2\sqrt{D^* \cdot t}} \qquad (9)$$

donde: C_0 = Concentración inicial del contaminante, que permanece constante
$C(x,t)$ = Concentración a una distancia x transcurrido un tiempo t
D^* = coeficiente de difusión efectiva
erfc = Función error complementaria, está tabulada (ver tabla al final)

Esta solución (9) presupone el medio saturado y que la concentración previa de la sustancia considerada en el medio es nula o despreciable. Mientras que en (8) aparece el coeficiente de difusión D_m, en su solución (9) se incluye el coeficiente de difusión efectiva D^* para medios porosos.

Ejemplo:

En un medio poroso saturado sin flujo existe un punto con una concentración de 1000 mg/L de Na^+ , que se mantiene constante.

Calcular la concentración de Na^+ a 3 metros de distancia transcurridos 20 años, sabiendo que el coeficiente de difusión del Na^+ es D_m=1,33.10^{-9} m^2/s, y que el coeficiente corrector de ese medio poroso es w=0,4.

Solución: [fórmulas (3) y (9)]

20 años $\cdot 31{,}5 \cdot 10^6$ seg/año $= 6{,}3 \cdot 10^8$ segundos

$D^* = D_m \cdot w = 1{,}33.10^{-9}\ m^2/s \cdot 0{,}4 = 5{,}32 \cdot 10^{-10}\ m^2/s$

$$C_i(x,t) = 1000 \cdot \text{erfc} \frac{3}{2\sqrt{5{,}32 \cdot 10^{-10}\, m^2/seg \cdot 6{,}3 \cdot 10^8\, seg}} = 1000 \cdot \text{erfc}(2{,}59) = 1000 \cdot 0{,}00025 = 0{,}25 \text{ mg/L}$$

La difusión es un fenómeno extremadamente lento, como hemos visto en este ejemplo. Esto indica que sólo será apreciable en medios donde la difusión sea la única causa de movimiento del soluto y considerando periodos de tiempo grandes.

[4] La expresión $\partial C/\partial t$ se lee así: *derivada parcial de C respecto a t* ; expresa la variación de la concentración C respecto al tiempo manteniendo constantes otras variables de las que también depende la concentración, en este caso x.
Análogamente, $\partial C/\partial x$ expresa la variación de la concentración con la distancia suponiendo constante el tiempo. Finalmente, $\partial^2 C/\partial x^2$ es la *derivada parcial segunda de C respecto a x*; expresa la variación con la distancia de la variación de la concentración con la distancia (suponiendo constantes otras variables, o sea: el tiempo). La letra ∂ , una"d" redondeada, fue ideada específicamente para las derivadas parciales (se llama "d de Jacobi").

Dispersión mecánica

La **dispersión mecánica** es la provocada por el movimiento del fluido a través del medio poroso. Esta dispersión se produce en el sentido del flujo (longitudinal) y lateralmente (transversal).

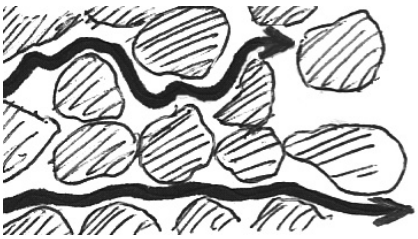


Fig. 3a.- Dispersión longitudinal por la tortuosidad

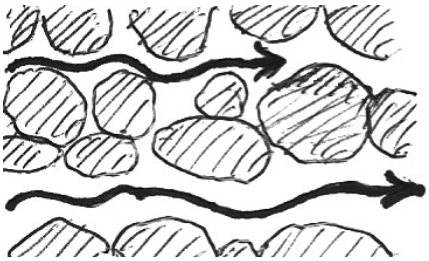


Fig. 3b.- Dispersión longitudinal por amplitud de los canales

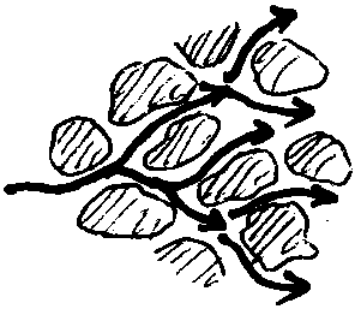


Fig. 3c.- Dispersión transversal

La **dispersión longitudinal** es debida a:

- Las moléculas que encuentran caminos más tortuosos se retrasan (fig. 3a).
- Las moléculas que encuentran caminos más anchos avanzan más rápido (fig. 3b).
- Las moléculas que circulan por el centro de los canales intergranulares avanzan más rápido que las que circulan cerca de los granos.

Todo esto suponiendo un medio homogéneo. Las heterogenidades aumentarán la dispersión, retrasando a las moléculas que encuentren zonas menos permeables.

La **dispersión transversal** es debida a la constante bifurcación de los caminos que encuentra el fluido (fig. 3c).

La dispersión longitudinal siempre es mayor que la transversal, por lo que la mancha contaminante adquirirá una forma alargada en el sentido del flujo.

La capacidad del medio poroso para dispersar mecánicamente un fluido que circula por él se refleja en un coeficiente denominado **dispersividad dinámica** α (unidades: L), en el que influyen la porosidad, la tortuosidad, la forma de los granos, etc.

Se distingue la **dispersividad dinámica longitudinal** α_L (en el sentido del flujo) y **transversal** α_T (en sentido transversal).

Se han elaborado diversas relaciones entre la *dispersividad dinámica* α_L y la longitud recorrida por el flujo que ha provocado la dispersión, por ejemplo la siguiente (Xu y Ekstein, 1995 en Fetter, 1999, p.99):

$$\alpha_L = 0{,}83\ (\log L)^{2{,}414}$$

Se ha obtenido mediante una correlación de datos empíricos. No considera las características del medio.

La **dispersión mecánica** es igual al producto de este coeficiente por la velocidad lineal media (unidades: L^2/T):

$$\text{Dispersión mecánica} = \alpha \cdot v \qquad (10)$$

α = Dispersividad dinámica (L)

v = velocidad lineal media (L/T)

Es decir, que la dispersividad dinámica es un coeficiente que depende solamente del medio poroso, mientras que la dispersión mecánica considera el medio poroso y la velocidad del fluido.

Dispersión hidrodinámica

La **dispersión hidrodinámica** (*hydrodynamic dispersion*) es la acción conjunta de la difusión y la dispersión mecánica; ambos fenómenos no pueden considerarse aisladamente. Para tomarlos en consideración de un modo conjunto, se establece el **coeficiente de dispersión hidrodinámica *D*:**

D = dispersión mecánica + coeficiente de difusión efectiva

Desglosando este concepto en la dirección del flujo (longitudinal) y perpendicular al flujo (transversal), queda expresado así:

$$D_L = \alpha_L \cdot v + D^* \quad (11)$$

$$D_T = \alpha_T \cdot v + D^* \quad (12)$$

donde:

D_L , D_T= coeficiente de dispersión hidrodinámica (longitudinal, transversal) (unidades: L^2/T)

α_L , α_T= coeficientes de dispersividad dinámica (longitudinal, transversal)

v = velocidad lineal media (=velocidad Darcy/porosidad eficaz)

D^* = coeficiente de difusión efectiva

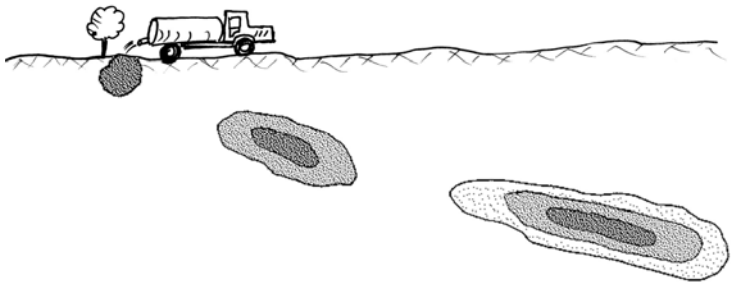


Figura 4a.- Inyección momentánea

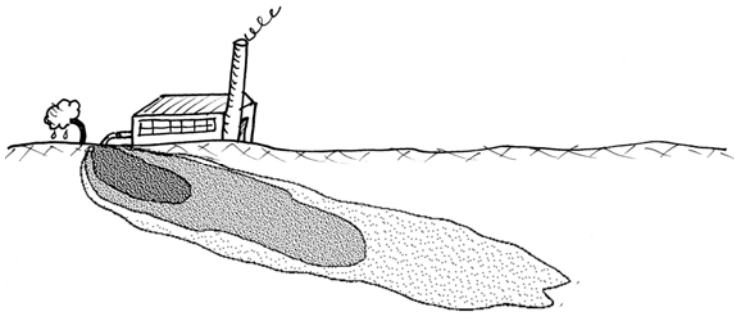


Figura 4b.- Inyección continua

Por tanto, el transporte del contaminante no se produce como se indicaba en la figura 2 (la mancha de contaminante se movía con el flujo y se expandía por difusión), sino que la dispersión expande mucho más la mancha de contaminación. Por eso se observa que una contaminación producida por un vertido breve (figura 4a) se transforma en una pluma alargada que se va ampliando y difuminando a medida que circula con el flujo subterráneo.

Si la entrada de una sustancia en el flujo subterráneo se produce de modo **continuo** (por ejemplo, rezumes de un depósito o vertedero), el resultado es una mancha alargada en el sentido del flujo regional (figura 4b), que en inglés se denomina *plume*, sin traducción universalmente aceptada al español (pluma, penacho, lengua).

En la fórmula (9) veíamos una aproximación al cálculo del efecto de la difusión. La solución analítica considerando conjuntamente los efectos de la dispersión y la difusión en el transporte de un contaminante es muy compleja. Una primera aproximación consiste en simplificar el problema a una dimensión: Consideramos un tubo relleno de arena y con flujo

constante; súbitamente, el fluido entrante presenta una concentración C_0 continua y analizamos las concentraciones de esa sustancia en la salida del tubo (figura 5).

Si no existieran difusión ni dispersión, el tiempo de llegada podría calcularse conociendo la velocidad lineal media (=velocidad Darcy/porosidad eficaz) y la longitud del recorrido (L); este tiempo se aprecia comparando los dos primeros gráficos de la figura 5. En la realidad, debido al efecto de la dispersión hidrodinámica, la llegada es gradual como se muestra en el tercer gráfico.

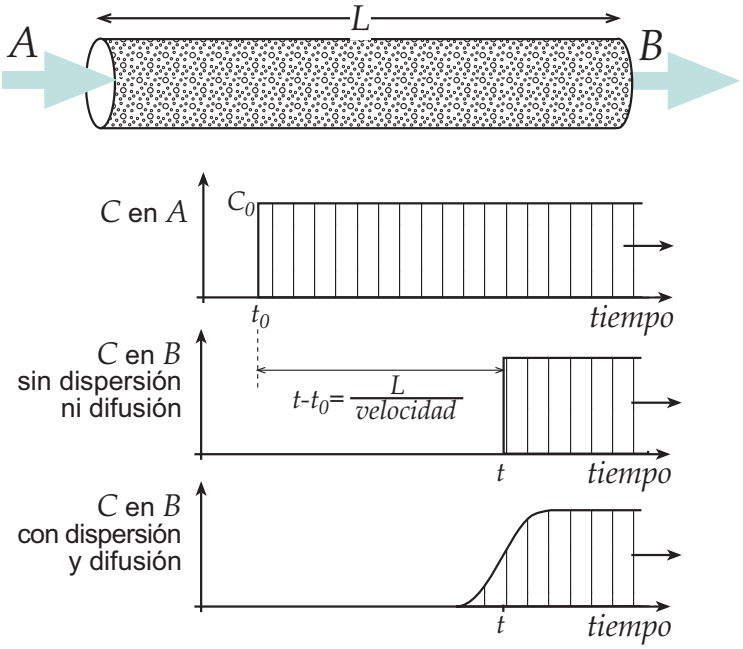


Figura 5.- Transporte de un contaminante considerado en una dimensión

En estas condiciones , la concentración a una distancia x transcurrido un tiempo t puede calcularse mediante la **ecuación de Ogata-Banks** (1961; en Fetter, 1999, p. 61; Hiscock, 2005, p.207):

$$C(x,t) = \frac{C_0}{2}\left[erfc\left(\frac{x - v\cdot t}{2\sqrt{D_L t}}\right) + \exp\left(\frac{v\cdot x}{D_L}\right) erfc\left(\frac{x + v\cdot t}{2\sqrt{D_L t}}\right)\right] \qquad (13)$$

$C(x,t)$ = Concentración a una distancia x transcurrido un tiempo t
C_0 = Concentración inicial del vertido contaminante
D_L = Dispersión hidrodinámica longitudinal
v = velocidad lineal media del flujo subterráneo
$erfc()$ = función de error complementaria, ver tabla al final.

Cuando la velocidad, el tiempo o la distancia son grandes[5] (el tercer paréntesis de la fórmula (13) es mayor de 3 ó 4), el segundo sumando de la fórmula (13) puede despreciarse, resultando la simplificación siguiente:

$$C(x,t) = \frac{C_0}{2}\left[erfc\left(\frac{x - v\cdot t}{2\sqrt{D_L t}}\right)\right] \qquad (14)$$

Al final, se adjunta una tabla con valores de la función *erfc* y una fórmula para su cálculo aproximado.

Domenico (1998, p. 373) aún propone otra simplificación, asumiendo que dentro de la dispersión hidrodinámica la difusión puede despreciarse frente a la dispersión mecánica:

$$C(x,t) = \frac{C_0}{2}\left[erfc\left(\frac{x - v\cdot t}{2\sqrt{\alpha_L v\, t}}\right)\right] \qquad (15)$$

[5] Según Sauty (1980, en Fetter, 1999, p.63) el segundo sumando probablemente es despreciable para $v\cdot x/D_L > 10$ y siempre lo es para dicha fracción >100

Esta última simplificación será útil si disponemos de datos de la dispersividad dinámica longitudinal α_L y no del coeficiente de difusión efectiva D^* (recordemos que $D_L=\alpha_L.v+D^*$).

Ejemplo:

En una formación con las características que se indican se produce un vertido continuo de un contaminante con una concentración de 2500 mg/L:

Conductividad hidráulica= 6,2 m/día

Porosidad eficaz= 0,15

Gradiente hidráulico= 0,004

El coeficiente D_L se ha estimado en 10^{-8} m²/s.

Calcular la concentración de ese contaminante a 100 metros de distancia en la dirección del flujo después de 600 días.

Solución:

Velocidad Darcy= 6,2 · 0,004 = 0,0248 m/dia

Velocidad lineal media =V Darcy / poros. eficaz= 0,0248/0,15= 0,165 m/día =1,914·10^{-6} m/seg

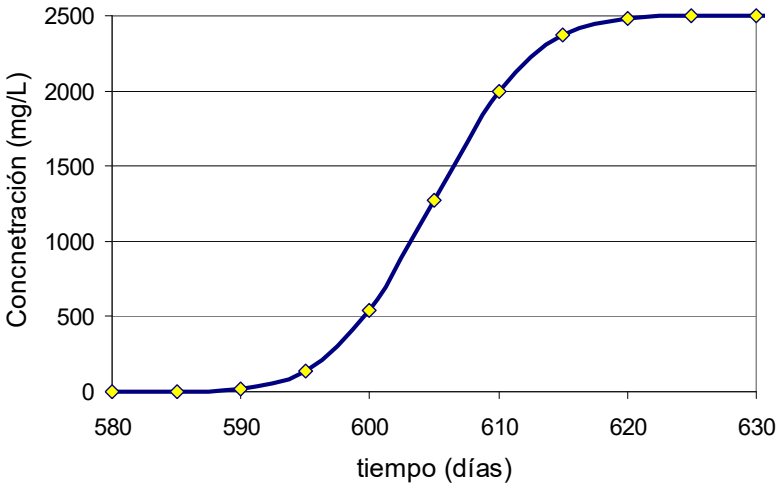
Tiempo = 600 días · 86400 seg/dia = 5,184 ·10^7 segundos

El tercer paréntesis de la fórmula (13) vale 138, por tanto *erfc*(138)= 0, por lo que el último sumando de (13) resulta despreciable. Utilizaremos la expresión (14):

$$C(x,t)=\frac{2500}{2}\left[erfc\left(\frac{100-1{,}91\cdot10^{-6}\cdot5{,}18\cdot10^{7}}{2\sqrt{10^{-8}\cdot5{,}18\cdot10^{7}}}\right)\right]=\frac{2500}{2}\left[erfc\left(\frac{0{,}799}{1{,}440}\right)\right]=$$

$$=\frac{2500}{2}\left[erfc(0{,}556)\right]=1250\cdot0{,}432=540\,mg/L$$

Si repetimos el cálculo entre 580 y 630 días, la representación gráfica de los resultados muestra claramente la llegada gradual de la contaminación:



Contaminantes reactivos

Es muy difícil que un contaminante se mueva a través de los poros o fisuras de una formación geológica sin sufrir algún tipo de interacción con el medio geológico. Pueden producirse muy diversos procesos: adsorción, absorción, intercambio iónico, precipitación química, biodegradación, reacciones de oxidación-reducción, etc. Estos procesos pueden provocar los siguientes efectos:

- **Retardo** (las sustancias se mueven más lentamente).
- **Transformación** en otras sustancias.
- **Atenuación** en los casos en que parte de la sustancia es retenida por el terreno.

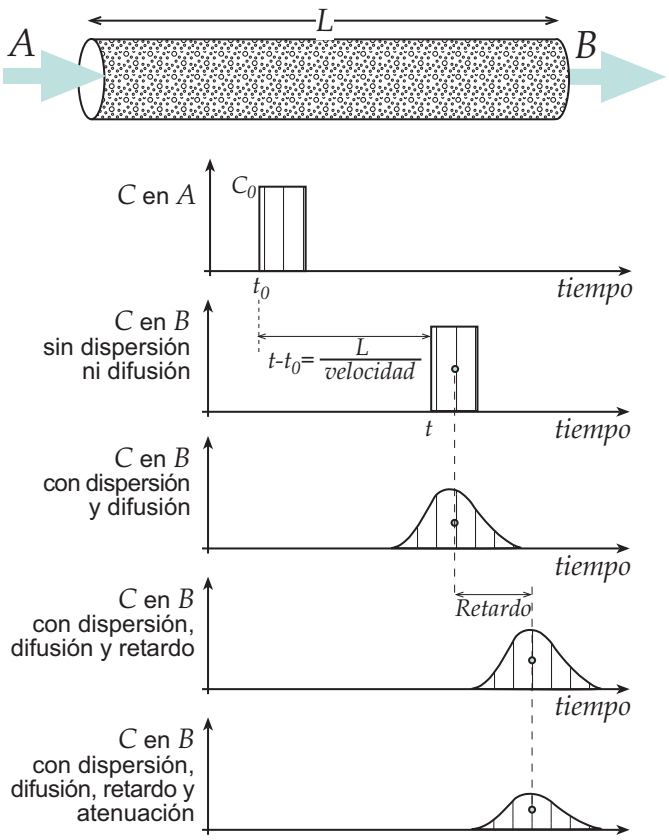


Figura 7.- Transporte de un contaminante reactivo en una dimensión

En la figura 7 [6] se presenta esquemáticamente el efecto producido por los diversos factores. En el mismo tubo de arena de la figura 5, por el que circula un flujo constante, en este caso se ha efectuado una inyección **puntual** de una sustancia con una concentración C_0. En los gráficos se muestra la evolución de la concentración (C) en la salida B, considerando diversas situaciones.

Retardo

El proceso de **retardo** en el transporte del contaminante está provocado principalmente por los procesos de adsorción que estudiaremos brevemente en el apartado siguiente: las moléculas del contaminante arrastrado por el agua quedan provisionalmente adheridas a los minerales de terreno, incorporándose posteriormente al flujo. El proceso es complejo, pero para incluirlo en el cálculo que hemos expuesto, se define un **factor de retardo** que ralentiza la velocidad de transporte del contaminante de acuerdo con la siguiente expresión:

$$V_c = \frac{V_a}{R_f} \qquad (16)$$

V_c =Velocidad del contaminante
V_a = Velocidad del agua
R_f = Factor de retardo (adimensional)

Si podemos suponer un valor plausible para el factor de retardo, al aplicar la fórmula de Ogata-Banks, la velocidad, v, debe modificarse de acuerdo con la fórmula (16). Por ejemplo la expresión (15) resultaría así:

[6] Modificada de Merckel (2008)

$$C(x,t) = \frac{C_0}{2}\left[erfc\left(\frac{x - \frac{v}{R_f}\cdot t}{2\sqrt{\alpha_L \frac{v}{R_f} t}} \right)\right] = \frac{C_0}{2}\left[erfc\left(\frac{R_f x - vt}{2\sqrt{R_f \alpha_L \mathrm{v}\, t}} \right)\right] \qquad (17)$$

Si queremos aplicar las fórmulas (13) ó (14) incluyendo el factor de retardo R_f, deberá dividirse v/R_f y D_L/R_f (ya que dentro del coeficiente D_L se incluye también la velocidad).

Este factor de retardo depende de un **coeficiente de distribución (o de partición)** (Domenico, 1998, p. 299 y 377):

$$R_f = 1 + \frac{\rho_a}{n} K_d \qquad (18)$$

R_f = Factor de retardo (adimensional)
ρ_a =Densidad aparente (*bulk density*, densidad de una unidad de volumen, comprendiendo minerales y poros)
n = porosidad total[7]
K_d = coeficiente de distribución (unidades: L^3/M)

La dificultad en la evaluación del retardo reside principalmente en el valor de K_d. cuyo concepto y fundamento veremos en el apartado siguiente. Se mide en laboratorio y en el campo, pero cuando nos enfrentamos a un problema concreto, generalmente no se dispone de valores fiables para introducirlos en un modelo o aplicarlos a un cálculo. EPA (1999) advierte de la amplitud del error al utilizar valores genéricos encontrados en la bibliografía[8], ya que los valores del coeficiente de distribución K_d son específicos de cada caso (variando con el absorbente y con la sustancia absorbida).

Sorción, adsorción

La **adsorción** es la adherencia de una sustancia a la **superficie** de un sólido, mientras que la **absorción** implica la penetración de la sustancia en el **interior** del sólido. El término **sorción** engloba a los dos anteriores.

La adsorción puede ser:

- Muy débil (fuerzas de Van der Waals)
- Débil (cargas eléctricas). Los minerales arcillosos presentan cargas negativas libres en superficie, y los iones positivos en disolución qudan atraidos por ellas. Si un ión que estaba así adherido es desplazado por otro se habla de **intercambio iónico**.
- Fuerte (enlaces químicos), que sólo son importantes a temperatura elevada

La adsorción (la sorción, en general) inicialmente puede provocar una **atenuación** en las concentraciones (si el contaminante queda permanentemente adsorbido, desaparece del flujo), una **transformación** (si existe intercambio iónico), pero su principal efecto es el **retardo**: las moléculas del contaminante arrastrado por el agua se retiran provisionalmente del flujo, incorporándose posteriormente al mismo.

En el proceso influyen (Piwoni y Keely, 1990):

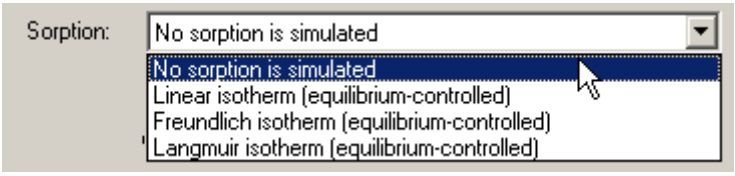
[7] También aparece (Fetter, 2001) como "coeficiente volumétrico de humedad (adimensional)", es decir: humedad por unidad de volumen de terreno, lo que en un medio saturado equivale a la porosidad eficaz

[8] En esta web encontramos una base de datos : http://earthref.org/KDD/#top

- Las **características del contaminante**: pueden ser iones (con carga eléctrica) o ser moléculas no cargadas, polares o no polares. Moléculas no polares (muchas moléculas orgánicas: tolueno, benceno,...) tienen baja solubilidad y resultan adsorbidas por su incompatibilidad con la molécula polar de H_2O ("sorción hidrofóbica").
- Las **características del suelo o acuífero**: mineralogía, textura, permeabilidad, porosidad, materia orgánica, etc.

Isotermas del proceso de sorción

Si estamos utilizando Visual Modflow y queremos considerar el retardo en el transporte producido por los procesos de sorción, el programa nos ofrece la elección que se muestra en la figura, y según la opción elegida deberemos introducir ciertas constantes que vamos a ver en este apartado.



Isoterma de sorción lineal. En el caso más simple, podemos suponer que la concentración de soluto adsorbido sobre el sólido es una función **lineal** de la concentración del mismo soluto libre en el agua:

$$C^* = K_d \cdot C \qquad (19)$$

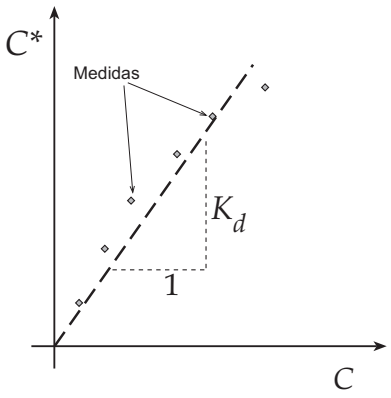
donde: C^* = masa de soluto sorbido por unidad de masa del sólido (mg/kg)

C = concentración de soluto en disolución (mg/L)

K_d = coeficiente de proporcionalidad (L/kg)

Esta constante de proporcionalidad lineal es el coeficiente de distribución que veíamos en la ecuación (18).

Supongamos que se han tomado varios datos experimentalmente y los representamos en un gráfico C^* en función de C. En una primera aproximación, trazamos la recta que mejor se ajusta a los puntos y la ecuación de esa recta sería la expresión (19). La obtención de K_d es inmediata: es la pendiente de la recta.



Isoterma de Freundlich. Los datos experimentales en un gráfico de C^* en función de C normalmente describen una curva. La ecuación de esa curva se puede considerar la siguiente:

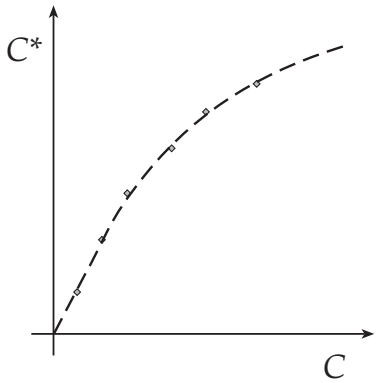
$$C^* = K \cdot C^N \qquad (20)$$

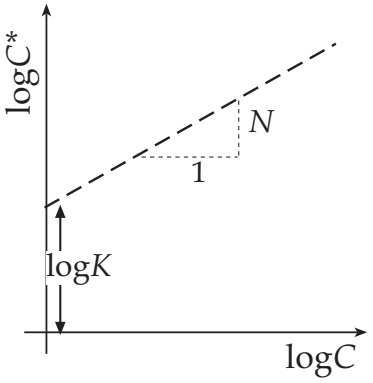
donde:

K, N = constantes (L/kg)

Si tomamos logaritmos en (20) obtenemos:

$\log C^* = \log K + N \cdot \log C$





Por tanto, si representamos el gráfico en escalas logarítmicas (es decir: logC^* en función de log$C$) obtendríamos la recta cuya pendiente es N y la ordenada en el origen es log$K$.

Isoterma de Langmuir. Las dos relaciones anteriores presentan el inconveniente teórico de que la cantidad adsorbida no presenta límite: el valor de C^* sube indefinidamente al aumentar C, lo que no es plausible. La relación de Langmuir soslaya ese problema, ya que en este caso la curva tiene una asíntota superior (se estabiliza en un valor máximo de C^*):

$$C^* = C / (1/\alpha\beta + C/\beta) \qquad (21)$$

donde:

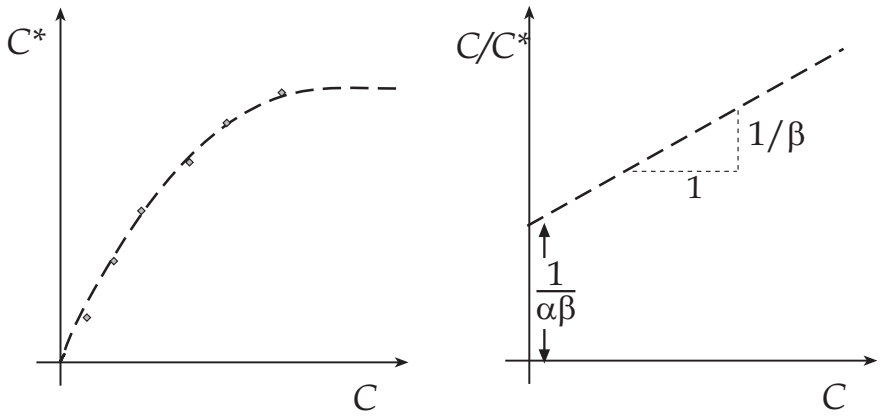
α = constante de adsorción (L/mg)

β = máxima cantidad de soluto adsorbido por unidad de masa del sólido (mg/kg)

Si representamos C/C^* en función de C obtendremos la recta:

$$C^*/ C = 1/\alpha\beta + C/\beta \qquad (21b)$$

en la cual la pendiente es $1/\beta$ y la ordenada en el origen es $1/\alpha\beta$



Bibliografía

Coutelieris, F.A. y J. M. Delgado (2012) .- *Transport Processes in Porous Media.* , 236 pp.

Delleur, J.W. (1999).- Elementary Groundwater Flow and Transport Processes. In: J.W. Delleur (editor). *The Handbook of Groundwater Engineering*. CRC Press, 969 pp.

Domenico, P. A. y F. W. Schwartz(1998).- *Physical and chemical hydrogeology*. Wiley, 502 pp.

E.P.A. (1999).- *Understanding variation in partition coefficient, K_d, values*. U.S. Environmental Protection Agency (3 volúmenes) http://www.epa.gov/rpdweb00/cleanup/402-r-99-004.html

Epstein, N. (1989).- On tortuosity and tortuosity factor in flow and diffusion through porous media. *Chemical Engineering Science,* **44**, 3: 777-779

Fetter, C. W. (1999).- *Contaminant Hydrogeology*. Prentice-Hall, 2ª edición, 500 pp. (Reimpresión: Waveland Press, 2008)

Fetter, C. W. (2001).- *Applied Hydrogeology*. Prentice-Hall, 4ª ed., 598 pp.

Fitts, C. R. (2002).- *Groundwater Science*. Elsevier, 450 pp.

Grathwohl, P. (1998).- *Diffusion in natural porous media.* Kluwer Academic Pub., 207 pp.

Hiscock, H. (2005).- *Hydrogeology. Principles and practice*. Blackwell, 389 pp.

Merkel, B. y B. Planer-Friedrich (2008).- *Groundwater Geochemistry: A Practical Guide to Modeling of Natural and Contaminated Aquatic Systems*, Springer, 230 pp.

Piwoni, M.D. y J.W. Keeley (1990).- *Basic concepts of Contaminant Sorption at Hazardous Waste Sites*. U.S. Environmental Protection Agency (EPA/540/4-90/053) http://www.epa.gov/tio/tsp/download/issue6.pdf

Schwartz, F. W. y H. Zhang (2003).- *Fundamentals of Groundwater*. Wiley, 592 pp.

Valores de la Función de Error (erf) y la Función de Error Complementaria (erfc)

x	erf(x)	erfc(x)
0	0	1
0,05	0,0563720	0,9436280
0,1	0,1124629	0,8875371
0,15	0,1679960	0,8320040
0,2	0,2227026	0,7772974
0,25	0,2763264	0,7236736
0,3	0,3286268	0,6713732
0,35	0,3793821	0,6206179
0,4	0,4283924	0,5716076
0,45	0,4754817	0,5245183
0,5	0,5204999	0,4795001
0,55	0,5633234	0,4366766
0,6	0,6038561	0,3961439
0,65	0,6420293	0,3579707
0,7	0,6778012	0,3221988
0,75	0,7111556	0,2888444
0,8	0,7421010	0,2578990
0,85	0,7706681	0,2293319
0,9	0,7969082	0,2030918
0,95	0,8208908	0,1791092
1	0,8427008	0,1572992
1,1	0,8802051	0,1197949
1,2	0,9103140	0,0896860

x	erf(x)	erfc(x)
1,3	0,9340079	0,0659921
1,4	0,9522851	0,0477149
1,5	0,9661051	0,0338949
1,6	0,9763484	0,0236516
1,7	0,9837905	0,0162095
1,8	0,9890905	0,0109095
1,9	0,9927904	0,0072096
2	0,9953223	0,0046777
2,1	0,9970205	0,0029795
2,2	0,9981372	0,0018628
2,3	0,9988568	0,0011432
2,4	0,9993115	0,0006885
2,5	0,9995930	0,0004070
2,6	0,9997640	0,0002360
2,7	0,9998657	0,0001343
2,8	0,9999250	0,0000750
2,9	0,9999589	0,0000411
3	0,9999779	0,0000221
3,1	0,9999884	0,0000116
3,2	0,9999940	0,0000060
3,3	0,9999969	0,0000031
3,4	0,9999985	0,0000015
3,5	0,9999993	0,0000007

ercf(x) = 1- erf(x) ; erf(-x) = -erf(x) ; erfc(-x) = 1+ erf (x)

Fórmula de cálculo aproximada:

$$erf(x) = signo(x)\sqrt{1-\exp\left(-x^2\,\frac{4/\pi + 0{,}147\cdot x^2}{1+0{,}147\cdot x^2}\right)}$$

La función *signo*(x) vale +1 si x es positivo y vale –1 si x es negativo

Prospección geofísica: Sondeos Eléctricos Verticales

Introducción

Todas las técnicas geofísicas intentan distinguir o reconocer las formaciones geológicas que se encuentran en profundidad mediante algún parámetro físico, por ejemplo en sísmica por la velocidad de transmisión de las ondas o en prospección eléctrica por la resistividad.

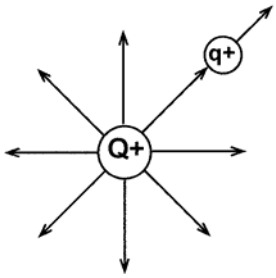
Existen diversas técnicas geofísicas eléctricas o electromagnéticas que miden la resistividad de los materiales, o en algún caso su inverso, la Conductividad. Algunas de estas técnicas son más modernas y mucho más precisas, pero los Sondeos Eléctricos Verticales se siguen utilizando por su sencillez y la relativa economía del equipo necesario.

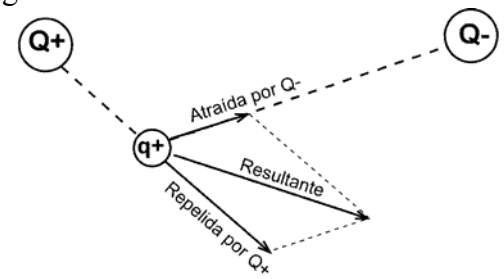
El objetivo en nuestro caso será delimitar varias capas en el subsuelo, obteniendo sus espesores y resistividades. En una segunda etapa de interpretación, se intentará identificar el tipo de roca de acuerdo con el valor de su resistividad.

Fundamentos de Electricidad

Carga eléctrica. Campo eléctrico

Una carga eléctrica (positiva o negativa) genera a su alrededor un **campo eléctrico** que atrae a otras cargas de signo contrario y repele a las cargas de su mismo signo. La fuerza con que el campo repele o atrae una carga unitaria se denomina **Intensidad de campo**





Si existen varias cargas eléctricas, la fuerza con que una carga **q** es atraída o repelida se obtendrá sumando los vectores debidos a cada uno de los campos existentes

La **unidad** de carga eléctrica es el **culombio**

Potencial eléctrico, diferencia de potencial

Potencial de un campo eléctrico en un punto es el trabajo que realiza el campo para repeler una carga de 1 culombio hasta el infinito (o el que tendríamos que realizar para llevarla desde el infinito hasta ese punto contra las fuerzas del campo).

Diferencia de potencial entre dos puntos de un campo eléctrico es el trabajo que hay que realizar para mover una carga de 1 culombio de un punto a otro contra las fuerzas del campo (o el trabajo que hace el campo para mover una carga de un punto a otro)

Unidad: Voltio. Entre dos puntos de un campo eléctrico hay una diferencia de potencial de **1 voltio** cuando hay que efectuar un trabajo de **1 julio** para mover **1 culombio** de un punto a otro (o el trabajo que efectúa el campo para mover dicha carga).

Superficies equipotenciales

Son el lugar geométrico de los puntos que tienen el mismo potencial. Aunque se trata de superficies tridimensionales, cuando hacemos una representación en un papel (simplificamos la realidad tridimensional a las dos dimensiones del dibujo), la traza de la superficie equipotencial sobre el papel es lo que llamamos línea equipotencial.

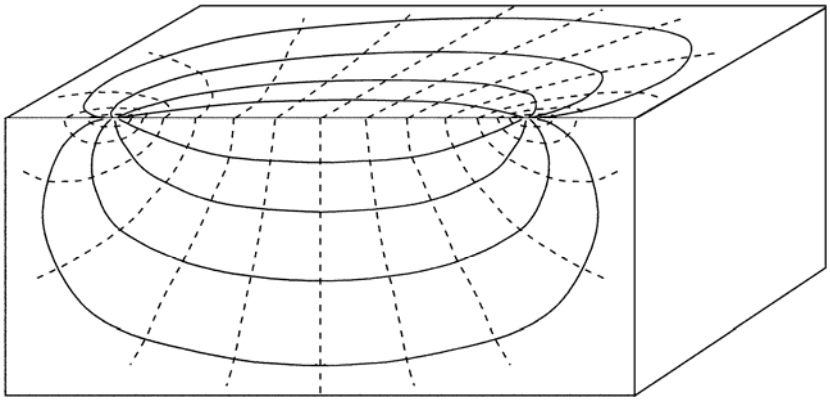


Fig 2. Campo eléctrico tridimensional creado por dos cargas iguales y de signo contrario. Similar a éste será el campo generado al realizar un Sondeo Eléctrico

En la figura 2 se aprecia que las líneas de fuerza (intensidad del campo) y las líneas equipotenciales son prependiculares, como en cualquier red de flujo.

Flujo eléctrico: Intensidad

Si existen cargas eléctricas libres en un campo eléctrico, se moverán empujadas por las fuerzas del campo. La medida de este flujo de cargas eléctricas es la intensidad.

Unidad: amperio. Se dice que por una sección está circulando una intensidad de un amperio cuando está pasando un culombio por segundo.

Resistencia eléctrica. Resistividad. Ley de Ohm

Experimentalmente se demuestra que la intensidad de corriente que atraviesa un cuerpo por unidad de sección es linealmente proporcional al gradiente del potencial ($\Delta V/\Delta l$)[1]. Por tanto, para una sección cualquiera, será:

$$Intensidad = C \; . \; Sección \; . \; \frac{\Delta V}{\Delta l} \qquad (1)$$

donde la constante de proporcionalidad, C, es la *Conductividad* del material.

Por otra parte, la *Resistencia* (R) que opone un cuerpo al paso de la corriente eléctrica es directamente proporcional a la longitud e inversamente proporcional a la sección. La constante de proporcionalidad lineal ρ (ro) es la **resistividad**, un parámetro característico de cada material.

$$R = \rho \; \frac{longitud}{Sección} \qquad (2)$$

Como la *Conductividad* (C) es el inverso de la *resistividad* (ρ):

$$R = \frac{1}{C} \; . \; \frac{\Delta l}{Sección} \qquad (3)$$

Despejando C en (3) y sustituyendo su valor en (1) obtenemos:

$$Intensidad = \frac{\Delta V}{R} \qquad (4)$$

Unidad de resistencia: ohmio (Ω)**.** Un cuerpo ofrece una resistencia de **1 ohmio** cuando sometido a una diferencia de potencial de **1 voltio** circula a través de él una intensidad de corriente de **1 amperio** (Ver expresión (4))

A partir de (2) obtenemos las unidades de ρ, que son Ω . m (ohmios . metro)

[1] Esto es análogo a la Ley de Darcy en la que el caudal de agua es linealmente proporcional al gradiente hidráulico

Ejemplo.-

La figura 3 representa un bloque de arenisca cuya resistividad queremos medir. La sección es cuadrada de 20x20 cm. Hacemos pasar una corriente eléctrica que medimos con el amperímetro (5 mA). En dos puntos situados a una distancia de 50 cm. medimos una diferencia de potencial de 100 mV. Calcular la resistividad (ρ) de esa arenisca.

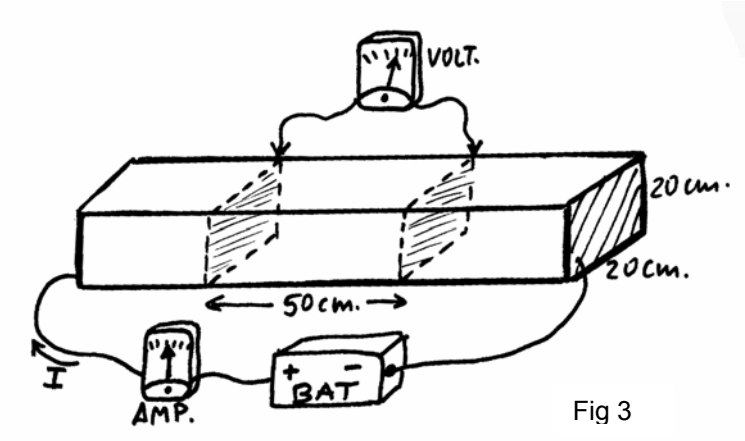


Fig 3

Solución:

Aplicamos (4): $R = 100\ mV / 5\ mA = 20\ \Omega$

Esto quiere decir que la parte del bloque situada entre los dos polos del voltímetro ofrece una resistencia de 20 ohmios

Aplicamos (2) : $20\ \Omega = \rho\ (0{,}5\ m / 0{,}04\ m^2)$

$\rho = 16\ \Omega\ .\ m$

Resistividad de los materiales naturales

La resistividad en los materiales naturales varía desde 10^{-8} en los metales nativos hasta 10^{15} en micas (perpendicularmente a la foliación).

Los valores de la resistividad en una roca están determinados más que por su composición mineralógica, por el agua que contienen, fundamentalmente por la porosidad y por la salinidad del agua (más salinidad implica mayor conductividad).

Todo ésto hace que la resistividad de cada tipo de roca presente una gran variabilidad. En general, en el campo encontraremos valores de este orden:

- Rocas ígneas y metamórficas inalteradas: > 1000 Ω.m
- Rocas ígneas y metamórficas alteradas, o fuertemente diaclasadas: 100 a 1000 Ω.m
- Calizas y areniscas: 100 a más de 1000 Ω.m
- Arcillas: 1 a 10 Ω.m
- Limos: 10 a 100 Ω.m
- Arenas: 100 a 1000 Ω.m
- Gravas: 200 a más de 1000 Ω.m

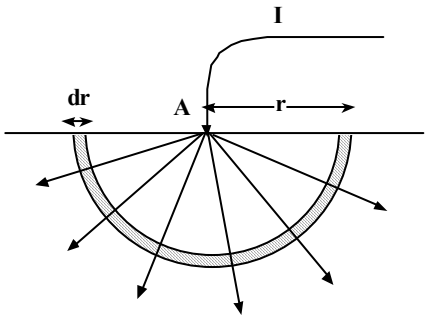
Es importante que en materiales detríticos la resistividad aumenta con el tamaño de grano. Por tanto, en una investigación hidrogeológica en materiales detríticos, buscaremos resistividades elevadas que indican los materiales más gruesos, mayor permeabilidad.

En rocas compactas (en general las que deben su permeabilidad a la posible fisuración) buscaremos las resistividades más bajas, que indicarán las zonas en que la formación presente la mayor fracturación y/o alteración. En este caso también puede que las zonas o niveles de menor conductividad tampoco sean permeables si los planos de fracturación han sido colmatados por arcillas de alteración.

En una región determinada, la experiencia nos indicará qué valores concretos de resistividad presenta cada una de las formaciones. En otras ocasiones, estos valores pueden obtenerse de diagrafías o realizando Sondeos Eléctricos en el mismo punto donde exista una perforación de la que conozcamos la columna litológica ("SEV paramétricos").

Medida de la resistividad en un punto. Resistividad aparente

Supongamos que introducimos una corriente de intensidad *I* en el suelo en un punto A, y mediante la Ley de Ohm calculamos la resistencia, *R*, que opone al paso de esa corriente un casquete (semiesférico) de radio *r* y espesor *dr*. Aplicando (2):



$$R = \rho \frac{longitud}{sección} = \rho \frac{dr}{2\pi r^2} \qquad (5)$$

Aplicando la expresión (4):

$$-dV = R \,.\, I \qquad (6)$$

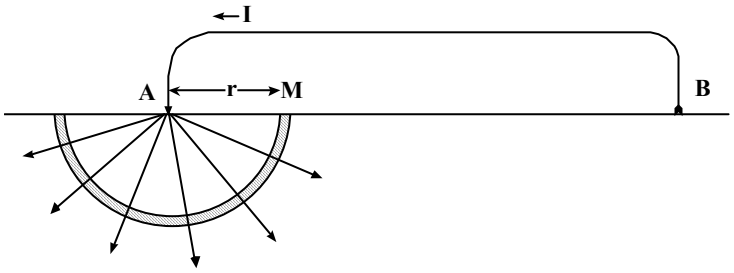
Y sustituyendo en (6) el valor de R por el obtenido en (5):

$$-dV = \rho \frac{dr}{2\pi r^2} \,.\, \mathrm{I} \qquad (7)$$

Integrando, resulta:

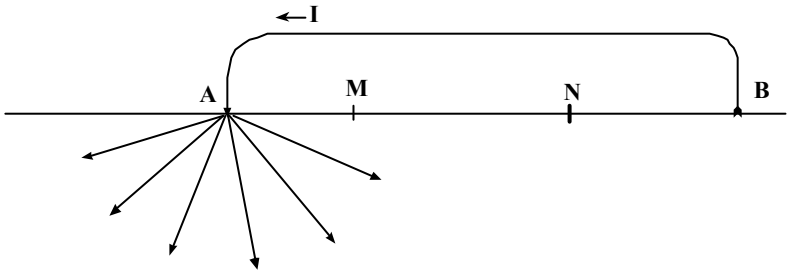
$$V = \rho \frac{I}{2\pi r} \qquad (8)$$

Para introducir esa corriente, debe existir otro electrodo *B*, por lo cual el potencial generado en el punto *M* será igual al producido por *A* menos el producido por *B*. Aplicando dos veces la expresión (8) y restando, obtenemos el potencial en el punto *M*:



$$V_M = \frac{\rho\, I}{2\pi\, \overline{AM}} - \frac{\rho\, I}{2\pi\, \overline{BM}} \qquad (9)$$

Pero en la práctica no medimos el potencial en un punto (para éso habría que situar uno de los polos del voltímetro en el infinito) sino que medimos la diferencia de potencial entre dos puntos *M* y *N* . Aplicando la expresión (9) al punto N resulta:



$$V_N = \frac{\rho\, I}{2\pi\, \overline{AN}} - \frac{\rho\, I}{2\pi\, \overline{BN}} \qquad (10)$$

Por tanto, la diferencia de potencial entre los puntos *M* y ***N*** será:

$$V_M - V_N = \frac{\rho\, I}{2\pi} \left(\frac{1}{\overline{AM}} - \frac{1}{\overline{BM}} - \frac{1}{\overline{AN}} + \frac{1}{\overline{BN}} \right) \qquad (11)$$

Despejando la resistividad ρ:

$$\rho = \frac{\Delta V}{I} \quad \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{\overline{AM}} - \frac{1}{\overline{BM}} - \frac{1}{\overline{AN}} + \frac{1}{\overline{BN}} \right)} \qquad (12)$$

Simplificando, y llamando *K* a la segunda fracción, resulta la fórmula que se utiliza en el campo en cada medida:

$$\rho = \frac{\Delta V}{I} \; K \qquad (13)$$

La constante K se denomina *coeficiente geométrico del dispositivo*, porque depende solamente de las distancias entre los cuatro electrodos. Si se trabaja con distancias predeterminadas, los valores de K ya se llevan calculados.

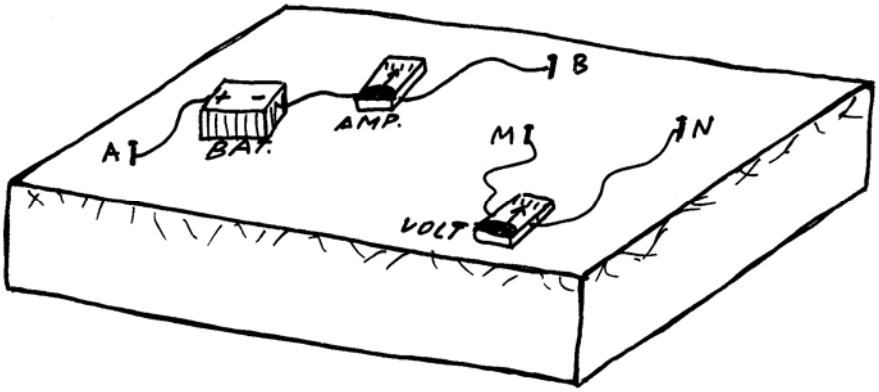


Fig 7.- Medida de la resistividad aparente. Los cuatro electrodos aparecen dispuestos de modo aleatorio

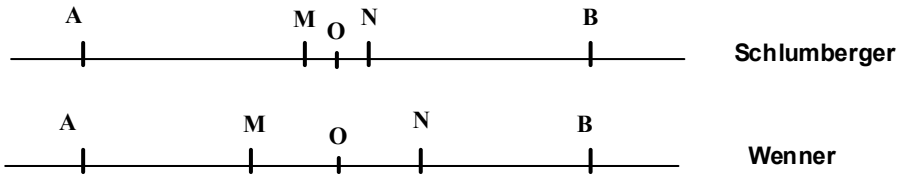
Para deducir la fórmula (13) no hemos necesitado suponer que los electrodos A, B, M y N estén en una disposición especial, de modo que, colocándolos en cualquier posición (ver figura7), para obtener la resistividad del subsuelo, simplemente hay que dividir la lectura del voltímetro por la lectura del amperímetro y multiplicar por K.

El valor de ρ obtenido sería la resistividad real del terreno si éste fuera homogéneo, pero es habitual que la ρ obtenida sea una mezcla de las resistividades de diversos materiales. Por tanto, lo denominamos resistividad aparente (ρ_a).

Dispositivos electródicos

En la figura anterior se ha representado los cuatro electrodos dispuestos aleatoriamente. A pesar de ello, aplicando la fórmula (12) obtendríamos correctamente la resistividad del terreno. En el trabajo real, los cuatro electrodos se colocan con una estructura determinada, es lo que se denomina "dispositivo electródico".

Los más utilizados disponen los cuatro electrodos alineados y simétricos respecto del centro, aunque hay otros dispositivos en que no están alineados.



En el dispositivo Schlumberger la distancia MN es pequeña en relación con AB, generalmente AB/5 > MN > AB/20. En la práctica MN se mantiene tan pequeño como sea posible siempre que se puedan conseguir lecturas correctas del voltímetro.

El dispositivo Wenner, más utilizado en países anglosajones, mantiene idénticas las tres distancias: AM = MN = NB, de modo que si se mueven A y B, también hay que mover M y N.

Para el dispositivo Schlumberger, K (ecuación 13) se siplifica a: $K = \pi (AM \cdot AN / MN)$

Sondeos eléctricos y calicatas eléctricas

Ya indicamos que si el subsuelo se compone de formaciones de diferentes resistividades, la medida que realizamos de resistividad no corresponde a ninguna de ellas, sino que tendrá un valor intermedio.

Básicamente, existen dos estrategias para deducir la estructura del subsuelo con una serie de medidas sucesivas de ρ_a.

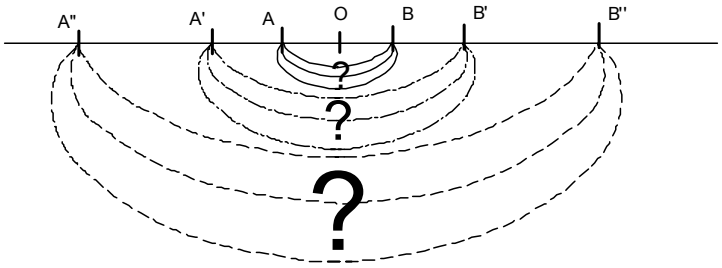


Fig 9. Esquema simplificado de un Sondeo Eléctrico: A medida que se abre la distancia AB, aumenta la profundidad de investigación

Si mantenemos el punto central (O) y vamos abriendo sucesivamente la distancia AB, la corriente eléctrica atravesará cada vez a mayor profundidad. Los sucesivos valores de ρ_a que vamos obteniendo corresponden a profundidades cada vez mayores, por lo que decimos que estamos realizando un Sondeo Eléctrico Vertical. En el esquema de la figura adjunta se aprecia que la profundidad de investigación va aumentando según pasamos de AB a A'B' y a A"B" [2].

En cambio, en la figura 10, apreciamos que si mantenemos la apertura AB y movemos lateralmente todo el dispositivo, la profundidad de investigación se mantendrá aproximadamente constante, e investigaremos las variaciones laterales del terreno, por lo que decimos que estamos realizando una calicata eléctrica[3]

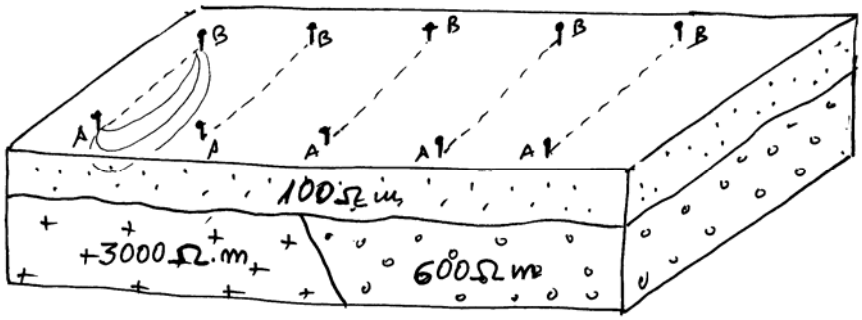


Fig 10. Esquema simplificado de una calicata eléctrica

Realización de un SEV. Curva de resistividad aparente

Vamos a referirnos en adelante a Sondeos Elécricos realizados mediante el dispositivo Schlumberger, abreviadamente SEV.

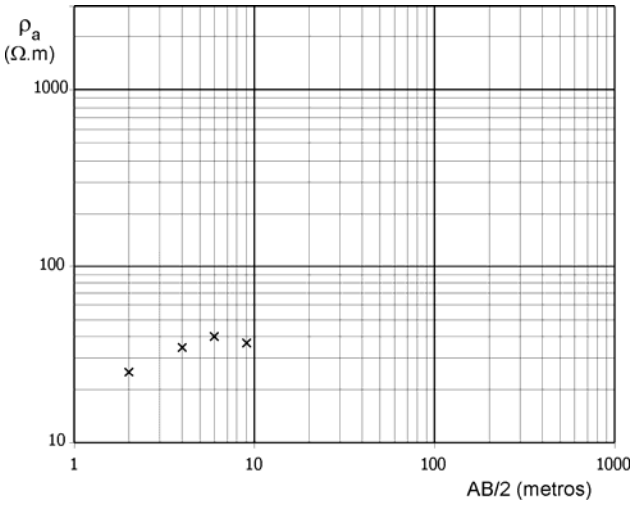


Fig 11. En el campo se va representando cada medida en un gráfico como éste

Las distancias a las que se sitúan los electrodos dependen de los objetivos planteados y del modo de trabajo del investigador. Por ejemplo, si queremos investigar hasta una profundidad de 150 metros, el SEV podría empezar con AB/2= 2 metros y terminar en AB/2= 300 metros, realizando en ese intervalo de 15 a 25 medidas de resistividad aparente. Las distancias se van espaciando de modo que al representarse en escala logarítmica queden equidistantes.

Las resultados se representan en un gráfico logarítmico: en abcisas la distancia AB/2 de cada medida, y en ordenadas la resistividad aparente de cada punto. Esta curva es la que vamos a interpretar

[2] Se trata de un esquema conceptual, excesivamente simplista, ya que la corriente no se limita a las tres franjas indicadas, sino que, en cada una de las tres etapas el flujo eléctrico discurriría desde la misma superficie hasta una profundidad mayor de la dibujada y sin un límite fijo.

[3] De nuevo la descripción es didácticamente simplista, el asunto es más complejo.

para conseguir los espesores y resistividades de las formaciones geológicas de la zona en que hemos realizado el SEV

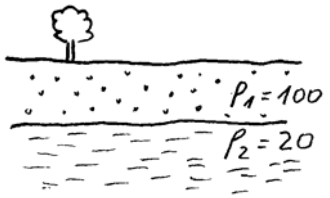
Cortes geoeléctricos. Nomenclatura

Un SEV puede realizarse sobre cualquier combinación de formaciones geológicas, pero para que la curva de resistividad aparente obtenida sea interpretable, el subsuelo debe estar formado por capas horizontales y homogéneas. En muchos casos la realidad se acerca lo suficiente a esta descripción teórica como para que los resultados sean aprovechables. En otros casos, el procedimiento no es aplicable.

Un corte geoeléctrico de *n* capas se compone de los siguientes datos: *n* valores de resistividad y *n-1* espesores (no se conoce el espesor de la última capa).

Cortes de dos capas

Solamente pueden presentarse dos posibilidades: $\rho_1 > \rho_2$ y $\rho_1 < \rho_2$. No reciben nomenclatura específica.



Supongamos un ejemplo del primer caso:

ρ_1 =100 Ω.m (Arenas)

ρ_2 =20 Ω.m (Limos)

Si comenzamos la realización de un SEV, supongamos que en la primera medida el flujo electrico pasa solamente por la primera capa, y obtendríamos una ρ_a igual a la ρ_1 de la primera capa: 100 Ω.m. Al realizar la segunda medida, parte del flujo eléctrico pasaría por la segunda capa, por lo que el valor de ρ_a obtenido estaría entre 100 Ω.m y 20 Ω.m , por ejemplo 96 Ω.m. A medida que fuéramos abriendo la distancia AB, la corriente iría circulando a profundidad creciente, por lo que cada vez sería mayor la fracción del flujo eléctrico que circularía por la capa de 20 Ω.m. Consecuentemente, los valores de ρ_a siempre estarían entre 100 Ω.m y 20 Ω.m, pero se irían acercando asintóticamente a 20 Ω.m a medida que fuéramos abriendo AB. Por tanto, obtendríamos en el campo una curva como la que se muestra en la figura 13.

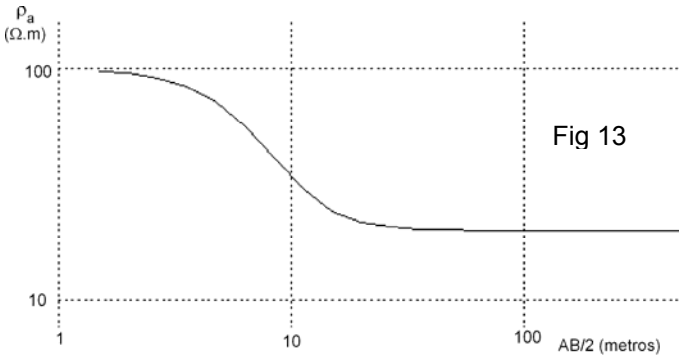


Fig 13

Cualquier otro corte geoeléctrico en que $\rho_2 = \rho_1/5$ (por ejemplo: ρ_1 =600 Ω.m ; ρ_2 =120 Ω.m.) nos proporcionará exactamente la misma curva, simplemente situada más arriba

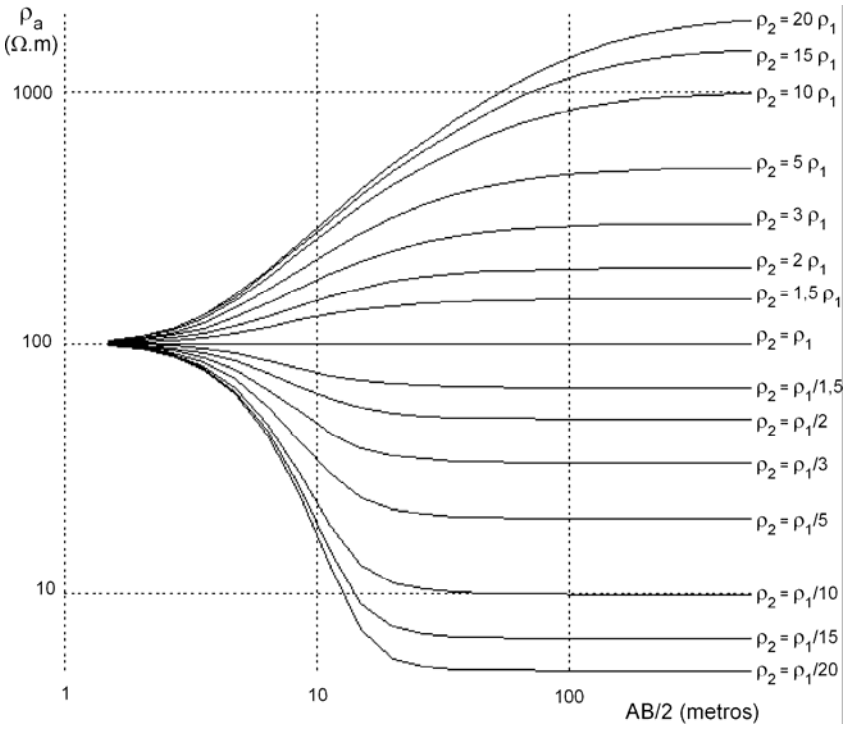


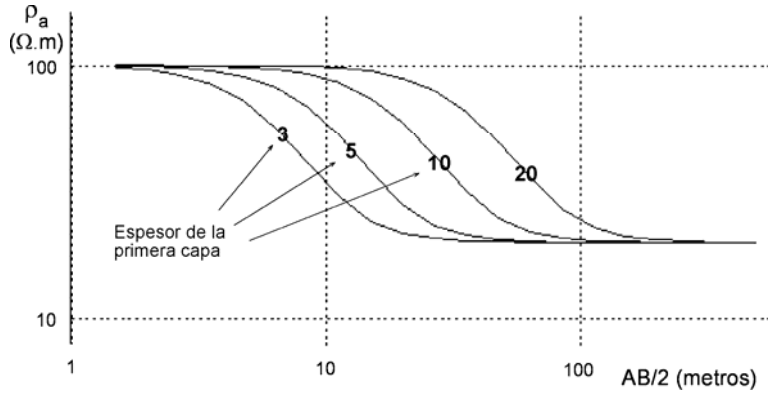
Figura 14.- Posibles curvas de resistividad aparente que obtendríamos sobre dos capas, siendo ρ_1=100 Ω.m y E_1= 3 metros

o más abajo en el gráfico, pero la curva sería idéntica.

Si mantenemos el valor de ρ_1 del ejemplo anterior (100 Ω.m) y pensamos que la resistividad de la segunda capa puede presentar cualquier valor, las infinitas posibilidades se representan en la figura 14.

Variación de la curva con el espesor de la primera capa

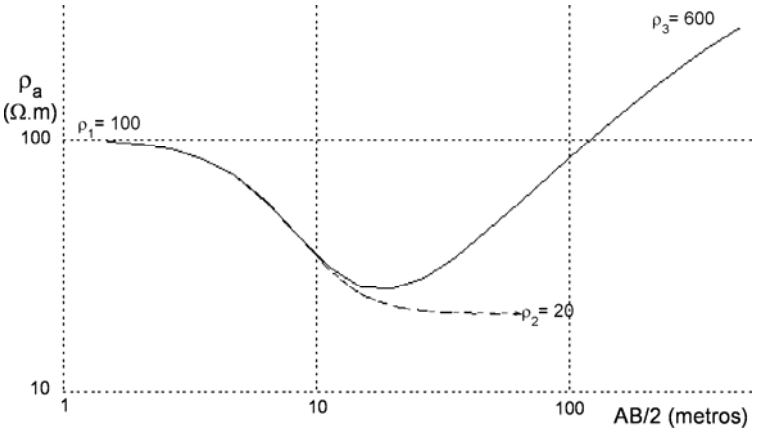
Recordando los datos del ejemplo (ρ_1 =100 Ω.m ; ρ_2 =20 Ω.m) vemos que todos los cortes con esas dos resistividades tienen que generar la misma curva: partiendo del 100 ira bajando lentamente hacia 20 a medida que la corriente va circulando a mayor profundidad.

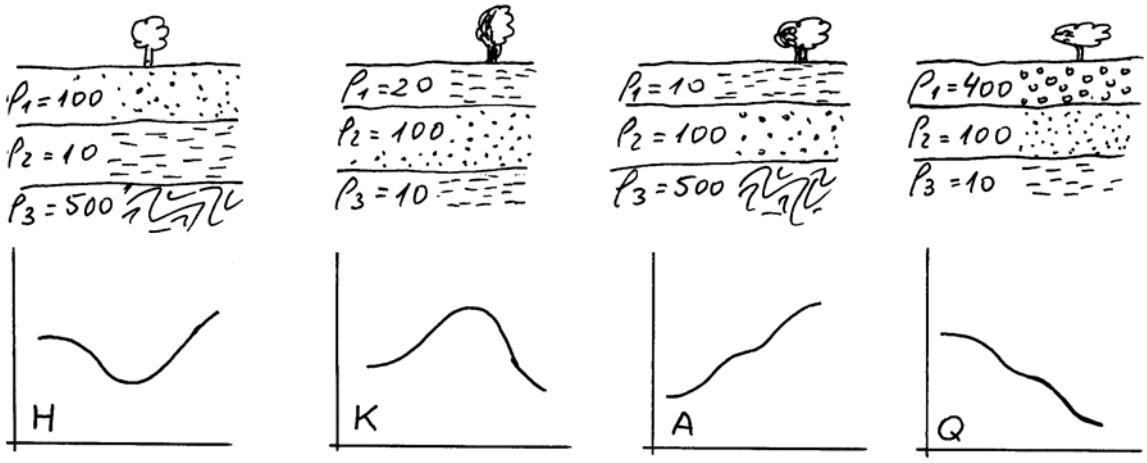


Si el espesor de la primera capa es mayor la curva comenzará a bajar más tarde, es decir: será necesario abrir más los electrodos AB para que la corriente comience a circular por la capa inferior

Cortes de tres capas

Supongamos que bajo las dos capas del ejemplo anterior existe una tercera de mayor resistividad (600 Ω.m). En ese caso, cuando la curva que vimos estuviera bajando desde 100 hacia 20, en algún momento comenzará a subir hacia 600. Esto será debido a que cuando el flujo eléctrico circule a suficiente profundidad, una parte comenzará a atravesar la formación más profunda de 600 Ω.m, por lo que el valor medio que calculamos en superficie debe aumentar.





Cuando el subsuelo se compone de tres capas, se admiten cuatro posibilidades:
Tipo H.- La segunda es la menos resistiva de las tres, es decir: $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$.
Tipo K.- La segunda es la más resistiva de las tres, es decir: $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$.
Tipo A.- La resistividad va aumentando con la profundidad, es decir: $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$.
Tipo Q.- La resistividad va disminuyendo con la profundidad, es decir: $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$.

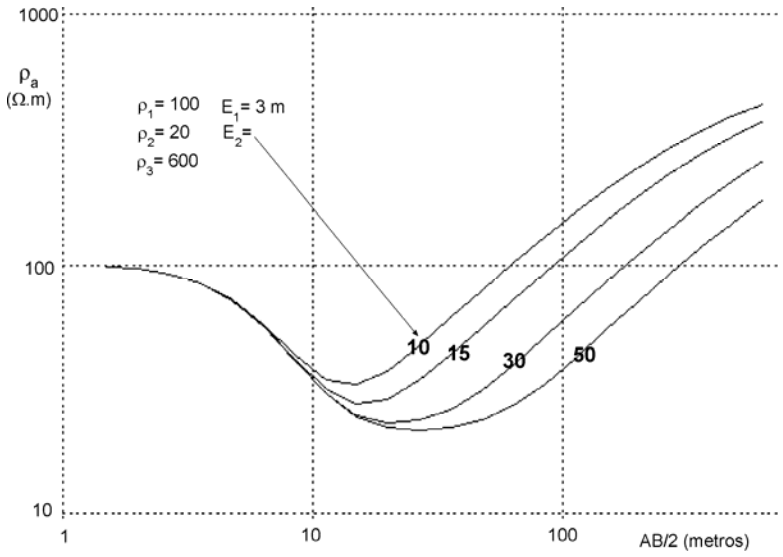


Fig 18.- Variación de la curva con el espesor de la segunda capa (Los valores 10, 15,...serían E_2 en metros, siendo siempre E_1=3 metros)

Variación de la curva con el espesor de la segunda capa

Supongamos esa misma combinación de resistividades (100-20-600) y vamos a considerar cómo varía la curva obtenida si el espesor de la segunda capa fuera mayor. La curva resultante igualmente comenzaría a bajar de 100 hacia 20 para subir finalmente hacia 600 Ω.m., pero tardaría más en empezar a subir hacia ρ_3 . En la figura 18 vemos las posibles curvas que se generarían sobre cortes geoeléctricos 100-20-600 Ω.m. Se obtendrían curvas exactamente iguales sobre cortes de tres capas en que las tres resistividades guarden la relación 1- 0,5 - 6

Cortes de cuatro y más capas

Un corte geoeléctrico de cuatro o más capas se descompone en intervalos de 3 en 3, dándole la nomenclatura correspondiente a cada tramo de 3. Por ejemplo, en la figura 19 vemos que las tres primeras forman un tipo H. La 2ª, 3ª y 4ª dan lugar a un tipo K (la del medio es la mayor de las tres) y, finalmente, las capas 3ª, 4ª y 5ª son de tipo Q.

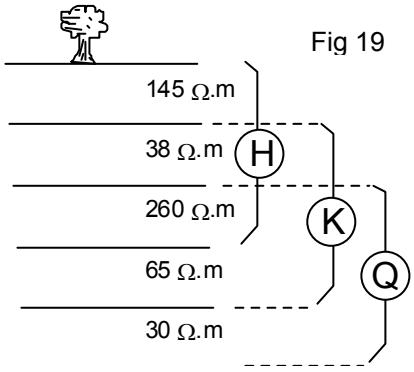


Fig 19

Por tanto, el corte completo, una vez interpretado se diría que es de tipo HKQ.

Este corte generaría la curva de resistividad aparente que se presenta en la figura 20. Se aprecia que inicialmente bajaba de 145 hacia 38 Ω.m cuando comenzó a subir hacia 260 Ω.m. Hubiera continuado siguiendo la línea de puntos si la 3ª capa hubiera sido de espesor infinito, pero cuando la corriente empieza a circular por la 4ª capa, la curva comienza a bajar hacia 65 Ω.m, para, finalmente, comenzar una bajada más pronunciada hacia 30 Ω.m

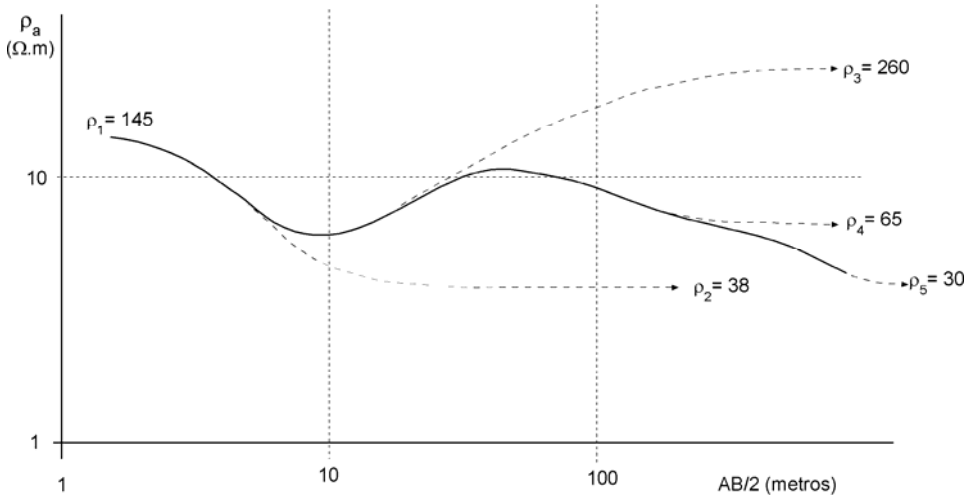


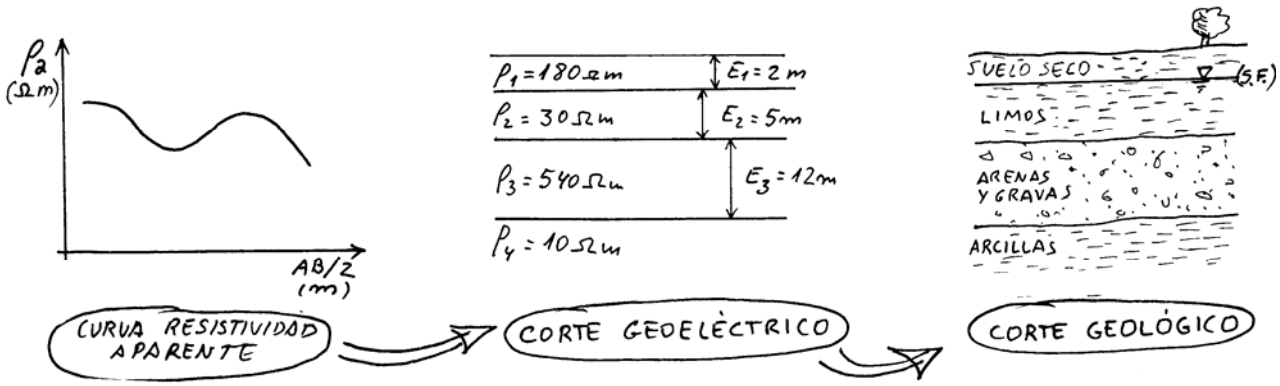
Fig 20 Curva de resistividad aparente obtenida realizando un SEV sobre el corte geoeléctrico representado en la figura 19

Con estos cinco valores de resistividad del ejemplo pueden obtenerse curvas distintas a la presentada, dependiendo de los espesores de las cuatro primeras capas.

Interpretación de las curvas de resistividad aparente

Antes de interpretar una curva cuantitativamente se debe razonar cualitativamente el número de capas y la nomenclatura del corte, siguiendo un proceso similar al que utilizábamos para explicar la figura 20.

La **primera fase** de la interpretación consiste en conseguir el **corte geoelétrico**, formado por espesores y resistividades. Esto puede realizarse superponiendo la curva obtenida en el campo a gráficos patrón o mediante programas de ordenador.



La **segunda fase** de la interpretación es convertir el corte geoeléctrico en un **corte geológico.** Esta etapa precisa de un conocimiento geológico de la región, pues ya hemos comentado que, aunque intentamos reconocer las formaciones por su resistividad eléctrica, un valor determinado, por ejemplo 100 Ω.m puede corresponder a diversos tipos de roca. Esta incertidumbre puede solucionarse si se han realizado en la zona otros SEV en lugares en que se disponga también de datos geológicos. De este modo se habrá tomado nota de una equivalencia entre litologías y resisitvidades en esa zona.

Posibles ambigüedades en la interpretación

A partir de un corte geoelécrico sólo se puede obtener una sola curva de resistividad aparente. El proceso de cálculo teórico de la curva es complejo, se realiza con ordenador, pero de un corte se deduce una única curva.

En sentido inverso, a partir de una curva de resistividad aparente, y en determinadas circunstancias podemos interpretar varios cortes geoeléctricos diferentes. Básicamente ésto se explica mediante el Principio de Equivalencia y el Principio de Supresión. Para ello debemos conocer estos conceptos:

Resistencia Transversal es producto del espesor de una capa por su resistividad:

$$T_i = \rho_i \, . \, E_i$$

Conductancia Longitudinal es el cociente de dividir el espesor de una capa por su resistividad:

$$S_i =. \, E_i / \rho_i$$

Principio de Equivalencia

Una capa mas resistiva que las adyacentes (tipo K y combinaciones), con T grande y S pequeño, puede producir el mismo efecto en el SEV que otra capa con valores diferentes de ρ y E pero con la misma T. (ver figura 22)

O bien: Una capa mas conductora que las adyacentes (tipo H y combinaciones), con un valor de T pequeño y S grande, puede producir el mismo efecto en el SEV que otra capa con diferentes E y ρ pero con el mismo S.

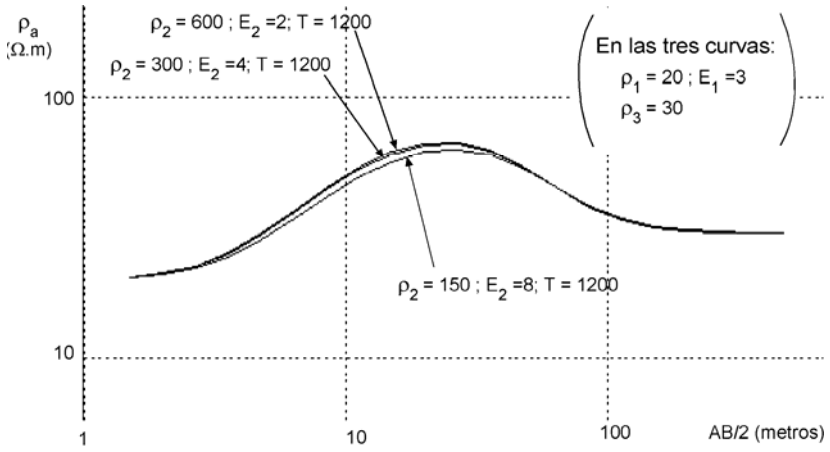


Figura 22.- Principio de Equivalencia: pueden generarse curvas muy similares con diferentes valores de la 2ª capa, siempre que el producto ρ **. E** sea constante

Principio de Supresión

Una capa delgada, con una resistividad intermedia entre las adyacentes (tipos Q y A y sus combinaciones) puede pasar desapecibida en la interpretación (figura 23)

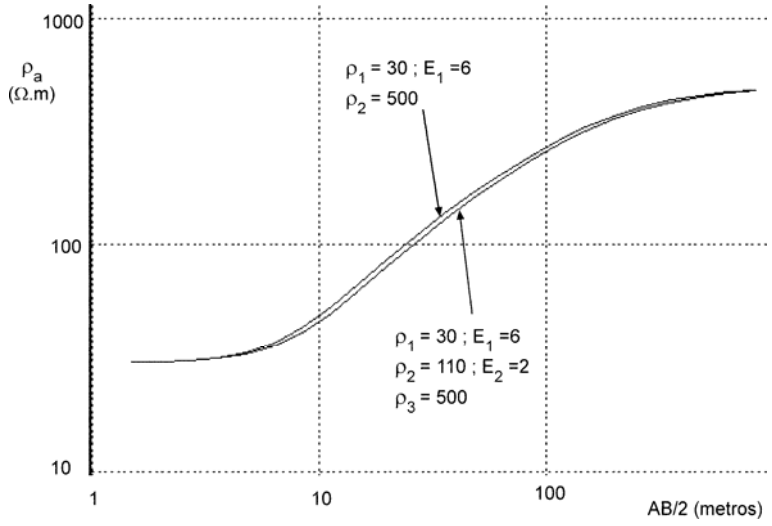


Figura 23.- Principio de Supresión: la capa de 2 m de espesor y resistividad intermedia pasa desapercibida

Otras posibles interpretaciones

Mapas de Resistencia Transversal

Se pueden utilizar en áreas con materiales detríticos para situar las sonas óptimas para captación de agua subterránea.

Si en un área se han realizado muchos SEV, puede calcularse para cada uno de ellos el sumatorio de la Resistencia Transversal de todas las capas interpretadas:

$$T = \Sigma \rho_i \, . \, E_i$$

Situando todos los valores de T de cada SEV sobre un mapa, se pueden trazar isolíneas de resistencia transversal.

En una zona de materiales detríticos, existe una proporción directa entre la Resistencia Transversal y la transmisividad de la formación (casualmente también representada con la letra T). Ya hemos visto que una ρ_i mas elevada indica los detríticos más gruesos, o sea mayor permeabilidad. Y, al igual que la Transmisividad tiene en cuenta el producto permeabilidad x espesor, la Resistencia Transversal considera conjuntamente la ρ y el espesor de las capas.

Interpretación de rupturas en las curvas

Al margen de la interpretación clásica ya explicada (conseguir un corte geoeléctrico a partir de la curva de ρ_a), algunos autores han cuantificado la relación entre escalones o picos que aparecen en las curvas, y discontinuidades en el terreno que presentan interés como acuíferos.

En rocas compactas, se ha encontrado una relación empírica entre escalones o rupturas en las curvas de resistividad aparente y la profundidad a la que las perforaciones encontraban discontiuidades en la roca que proporcionaban un caudal apreciable. (Ballukraya et al., 1983). En la Figura 24 se esquematiza uno de estos escalones. De un modo empírico, y hasta una profundidad de 50 metros, señalan que la distancia AB/2 a la que aparece el escalón es similar a la profundidad real a la que la perforación encontró un nivel acuífero.

Hemos comprobado esta correlación en granitos (Sánchez, 1985, 1987) hasta una profundidad mayor, pero es evidente que el razonamiento a la inversa no tiene por qué ser cierto; es decir: una discontinuidad en la roca compacta puede originar una ruptura en la curva, pero una ruptura en la curva puede haber sido generada por otras causas, como variaciones laterales.

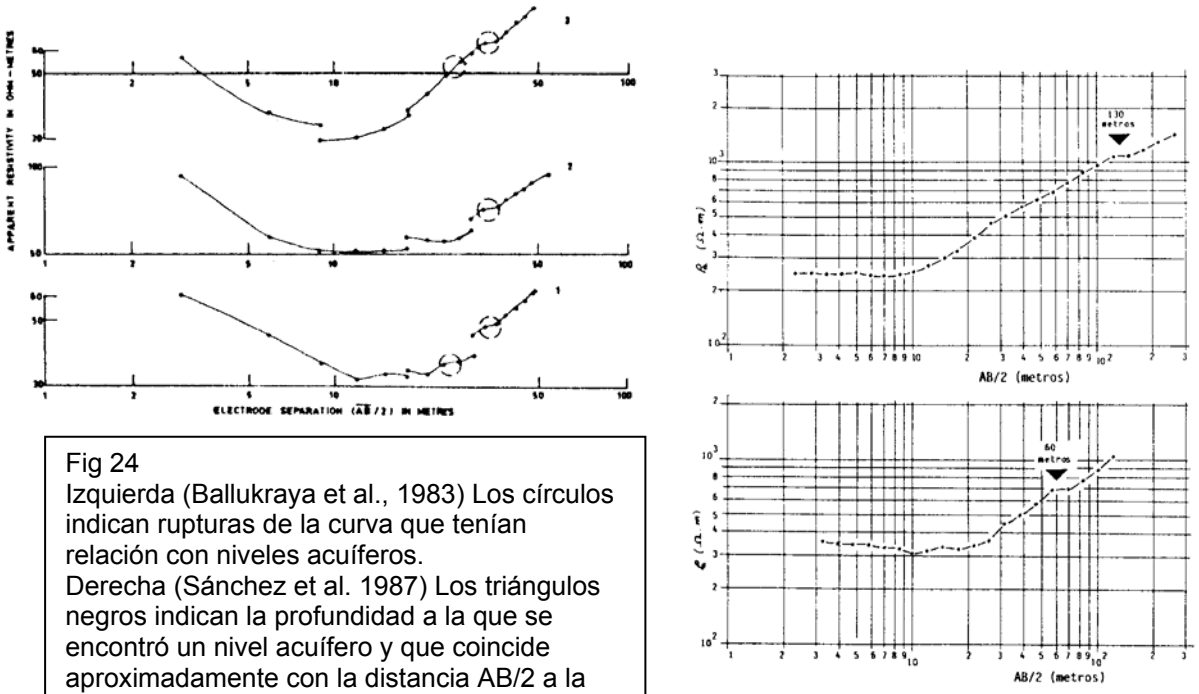


Fig 24
Izquierda (Ballukraya et al., 1983) Los círculos indican rupturas de la curva que tenían relación con niveles acuíferos.
Derecha (Sánchez et al. 1987) Los triángulos negros indican la profundidad a la que se encontró un nivel acuífero y que coincide aproximadamente con la distancia AB/2 a la que aparece la ruptura

Bibliografía

Astier, J.L. (1971).- *Géophysique Appliquée a l'Hydrogéologie*. Masson, 273 pp. (Traducción española Ed. Paraninfo)

Ballukraya, P.N.; R. Sakthivadivel y R. Baratan (1983) .- Breaks in Resistivit Sounding Curves as Indicators of Hard Rock Aquifers. *Nordic Hydrology,* **14**: 33-40.

European Association of Exploration Geophysicists (1980).- *Standards Graphs for Resistivity Prospecting.* Swets & Zeitlinger, Lisse.

Meyer, C. (1991).- *Applications de la Géophysique aux recherches d'eau.* Lavosier, 183 pp.

Orellana, E. (1972).- *Prospección Eléctrica en Corriente Continua*. Paraninfo, 523 pp.

Orellana, E. y H. M. Mooney (1966).- *Tablas y curvas patrón para Sondeos Eléctricos Verticales sobre terrenos estratificados*. Interciencia, Madrid.

Sánchez, F.J. (1985).- Prospección hidrogeológica en rocas metamórficas mediante geofísica eléctrica. *Studia Geol. Salm*. **XX:** 127-136.

Sánchez, F.J. ; M.A. de Andrés, y I. Tardáguila (1987).- Prospección hidrogeológica en rocas ígneas y metamórficas mediante Sondeos Eléctricos Verticales . *Hidrogeología y Recursos Hidráulicos,* **XI**: 557-566.